

Studien zur Quantenchromodynamik  
und Messung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S$   
bei  $\sqrt{s} = 14 - 44$  GeV mit dem JADE-Detektor

Pedro A. Movilla Fernández

III.Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Aachen

---

PHYSIKALISCHE INSTITUTE  
RWTH AACHEN  
52056 AACHEN, GERMANY



# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PHYSIK

## WERNER-HEISENBERG-INSTITUT

MPI-PhE/2003-01  
Jan 8, 2003

### Studien zur Quantenchromodynamik und Messung der starken Kopplungskonstanten $\alpha_S$ bei $\sqrt{s} = 14 - 44 \text{ GeV}$ mit dem JADE-Detektor

Pedro A. Movilla Fernández

Max-Planck-Institut für Physik  
Föhringer Ring 6  
D-80805 München, Germany







# Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Reanalyse von hadronischen Endzuständen in Daten der  $e^+e^-$ -Annihilation gemessen mit dem JADE-Detektor am Speicherring PETRA (1979-1986). Im Mittelpunkt stehen perturbative und nichtperturbative Aspekte der Quantenchromodynamik (QCD), insbesondere die Messung der Kopplungskonstanten  $\alpha_S$  der starken Wechselwirkung und die experimentelle Untersuchung von Energiepotenzkorrekturen in Ereignistopologien.

Hierzu musste ein Großteil der originalen — teilweise über 20 Jahre alten — Detektorsimulation und „Offline“-Rekonstruktionsanalyse-Software des JADE-Experiments auf heute gängige Rechnerplattformen übertragen und reaktiviert werden. Mit der erfolgreichen Adaption der Programme, die in diversen Tests ihre gute Funktionalität bewiesen haben, ist eine sinnvolle Messung von topologischen Observablen bei allen PETRA-Energien möglich.

Es wurden die differentiellen Wirkungsquerschnitte der Variablen *Thrust*  $T$ , *Jetmasse*  $M_H$ , der *Jetbreiten*  $B_T$  und  $B_W$ , des *C-Parameters* und der *differentiellen 2-Jet-Rate*  $y_{23}$  nach dem *Durham-Schema* bei Schwerpunktsenergien zwischen  $\sqrt{s} = 14$ -44 GeV bestimmt. Beim Vergleich mit entsprechenden Vorhersagen von diversen phänomenologischen Hadronisierungsmodellen, die mit LEP-Daten an der  $Z^0$ -Massenskala  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  abgestimmt worden sind, erweist sich das in PYTHIA/JETSET implementierte Partonschauer- und Stringfragmentationsmodell als besonders tauglich zur Beschreibung hadronischer Ereignistopologien bis hinab zu  $\sqrt{s} = 14$  GeV. Hingegen ist die Qualität der Modelle ARIADNE (Farbdipolformalismus) und HERWIG (Clusterfragmentation) moderater, und COJETS (unabhängige Fragmentation) beschreibt die Daten nicht. Offensichtlich ist bei diesen ein Nachjustieren der Modellparameter für kleine Schwerpunktsenergien erforderlich.

Aus den Ereignistopologien wurde  $\alpha_S$  durch Anpassung der bisher vollständigsten perturbativen Rechnungen für die differentiellen Verteilungen der Observablen, eine Kombination von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ - mit resummierten Rechnungen vom Typ NLLA, an die Daten extrahiert. Die mit den Hadronisierungsmodellen gefalteten Vorhersagen stimmen größtenteils gut mit den Messverteilungen überein und erlauben ferner eine konsistente Bestimmung von  $\alpha_S$  bei allen PETRA-Energien. Die Endergebnisse mit Gesamtfehlern,

$$\begin{aligned} \alpha_S(14.0 \text{ GeV}) &= 0.1704_{-0.0171}^{+0.0206}, & \alpha_S(22.0 \text{ GeV}) &= 0.1513_{-0.0121}^{+0.0144}, \\ \alpha_S(34.8 \text{ GeV}) &= 0.1431_{-0.0096}^{+0.0118}, & \alpha_S(38.3 \text{ GeV}) &= 0.1397_{-0.0087}^{+0.0108} \\ && \text{und } \alpha_S(43.8 \text{ GeV}) &= 0.1306_{-0.0080}^{+0.0096}, \end{aligned}$$

sind erheblich genauer als die früheren PETRA-Messungen und stehen in gutem Einklang mit der theoretischen Vorhersage für  $\alpha_S(\sqrt{s})$  basierend auf dem derzeitigen Weltmittelwert für  $\alpha_S(M_{Z^0})$ . Zu den Fehlern tragen Renormierungsskalen- und Hadronisierungsunsicherheiten dominant bei. Mit Hilfe der neuen PETRA-Ergebnisse und der entsprechenden LEP-Resultate bei  $\sqrt{s} \geq M_{Z^0}$  kann die QCD-Erwartung für die Energieevolution von  $\alpha_S$  über einen großen Teil des experimentell erschlossenen  $e^+e^-$ -Kontinuums auf Basis einer homogenen Analysetechnik signifikanter als bisher verifiziert werden.

Potenzartige Korrekturen  $\propto 1/\sqrt{s}$  nach einem analytischen Ansatz von Dokshitzer, Marchesini und Weber (DMW) wurden als viel versprechende Alternative zur Beschreibung von nichtperturbativen Einflüssen auf die Ereignistopologie untersucht, da hierbei neben  $\alpha_S$  nur ein einziger zusätzlicher freier Parameter auftritt, das nullte Moment  $\alpha_0(\mu_I)$  der physikalischen starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S(\mu)$  in der Energieregion  $\mu = 0 \dots \mu_I$  um den Landaupol. Für experimentelle Tests wurden neben den JADE-Daten auch die Messungen anderer Experimente bis  $\sqrt{s} = 189$  GeV zurate gezogen. Abgesehen von vereinzelten Defiziten, die bei den weniger inklusiven Variablen ( $B_W$  und  $M_H$ ) insbesondere für kleine  $\sqrt{s}$  beobachtet werden, gelingt in der Regel eine respektable Reproduktion des Großteils des Datenspektrums topologischer Observablen. In globalen Anpassungen der Vorhersagen an Verteilungen und Mittelwerte wurden  $\alpha_S$  und  $\alpha_0$  simultan bestimmt und jeweils zu Endresultaten mit Gesamtunsicherheiten,

$$\begin{aligned} \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1126_{-0.0048}^{+0.0058}, & \alpha_0(2 \text{ GeV}) &= 0.542_{-0.068}^{+0.090} \quad (\text{Verteilungen}), \\ \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1187_{-0.0021}^{+0.0031}, & \alpha_0(2 \text{ GeV}) &= 0.485_{-0.045}^{+0.066} \quad (\text{Mittelwerte}), \end{aligned}$$

kombiniert. Auch die für das DMW-Modell essenzielle Universalität des Parameters  $\alpha_0$  ist im Rahmen der systematischen Unsicherheiten experimentell bestätigt worden.



# Abstract

A reanalysis of hadronic final states of  $e^+e^-$  annihilation data collected with the JADE detector at the PETRA storage ring (1979-1986) is presented. This thesis focuses on perturbative and non-perturbative aspects of Quantum Chromodynamics (QCD), in particular measurements of the coupling constant  $\alpha_S$  of the strong interaction and the experimental investigation of power corrections to event shapes.

Major parts of the original detector simulation and offline event reconstruction software (which are partially older than 20 years) were successfully adapted and reactivated on current computer platforms. Due to the good performance of the programs, reasonable measurements of event shape observables are now possible at all PETRA energies.

The differential cross sections of the variables *thrust*  $T$ , *heavy jet mass*  $M_H$ , the *wide* and *total jet broadening*  $B_W$  and  $B_T$ , respectively, the *C parameter* and the *differential 2-jet rate* in the *Durham scheme* were determined at centre-of-mass energies  $\sqrt{s} = 14\text{-}44\text{ GeV}$ . The distributions were compared with the predictions of corresponding phenomenological hadronisation models previously tuned to LEP data at the  $Z^0$  mass scale,  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$ . The parton shower and string fragmentation model implemented in PYTHIA/JETSET is found to be well capable of describing event shapes of hadronic final states down to  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}$ . The performance of the models ARIADNE (colour dipole scheme) and HERWIG (cluster fragmentation), however, is more moderate, and COJETS (independent fragmentation) is clearly disfavoured by the data. Obviously the model parameters of these generators need a retune at lower centre-of-mass energies.

From the measured event shapes, the strong coupling constant  $\alpha_S$  was extracted by fits of the most complete perturbative calculations for the differential distributions available so far, namely a combination of  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  and resummed NLLA calculations. The predictions which were folded with the hadronisation models agree well with the data in most cases and allow consistent determinations of  $\alpha_S$  at all PETRA energies. The final results with total errors,

$$\begin{aligned} \alpha_S(14.0\text{ GeV}) &= 0.1704_{-0.0171}^{+0.0206}, & \alpha_S(22.0\text{ GeV}) &= 0.1513_{-0.0121}^{+0.0144}, \\ \alpha_S(34.8\text{ GeV}) &= 0.1431_{-0.0096}^{+0.0118}, & \alpha_S(38.3\text{ GeV}) &= 0.1397_{-0.0087}^{+0.0108} \\ & \text{and } \alpha_S(43.8\text{ GeV}) &= 0.1306_{-0.0080}^{+0.0096}, \end{aligned}$$

are substantially more precise than former PETRA measurements and are also in good agreement with the theoretical prediction for  $\alpha_S(\sqrt{s})$  based on the world average value for  $\alpha_S(M_{Z^0})$ . The errors are dominated by renormalisation scale and hadronisation uncertainties. Using the new PETRA values and corresponding LEP results at  $\sqrt{s} \geq M_{Z^0}$ , the QCD expectation for the energy evolution of  $\alpha_S$  can be verified more significantly on the basis of a homogeneous analysis technique within a wide energy range of the  $e^+e^-$  continuum.

Power corrections  $\propto 1/\sqrt{s}$  based on an analytical *ansatz* by Dokshitzer, Marchesini and Webber (DMW) were investigated as a promising alternative approach to describe non-perturbative effects in event shapes. Besides  $\alpha_S$ , the model depends only on one additional free parameter, the 0'th moment  $\alpha_0(\mu_I)$  of the physical strong coupling constant  $\alpha_S(\mu)$  in the energy region  $\mu = 0 \dots \mu_I$  around the Landau pole. In addition to the JADE data, also measurements of other experiments up to  $\sqrt{s} = 189\text{ GeV}$  were considered for experimental tests. Except for some discrepancies observed for the less inclusive quantities ( $B_W$  and  $M_H$ ) in particular at lower centre-of-mass energies, the major parts of the overall event shape spectra are reproduced well. From global fits to differential distributions and mean values, the free parameters  $\alpha_S$  and  $\alpha_0$  were simultaneously determined. The combined results (with total errors) are

$$\begin{aligned} \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1126_{-0.0048}^{+0.0058}, & \alpha_0(2\text{ GeV}) &= 0.542_{-0.068}^{+0.090} \quad (\text{distributions}), \\ \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1187_{-0.0021}^{+0.0031}, & \alpha_0(2\text{ GeV}) &= 0.485_{-0.045}^{+0.066} \quad (\text{means}). \end{aligned}$$

Moreover, the predicted universality of  $\alpha_0$  which is an essential ingredient of the DMW model has been established experimentally within the systematic uncertainties.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Frühere $\alpha_S$ -Messungen in der $e^+e^-$ -Vernichtung bis 1989 . . . . .	2
1.2	Inhalt der Arbeit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Theoretische Konzepte der Quantenchromodynamik</b>	<b>7</b>
2.1	Das Standardmodell der Teilchenphysik . . . . .	7
2.2	Quantenchromodynamik (QCD) . . . . .	9
2.3	QCD in der $e^+e^-$ -Annihilation . . . . .	17
2.4	Monte-Carlo-Modelle . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Das JADE-Experiment</b>	<b>31</b>
3.1	Der Speicherring PETRA . . . . .	31
3.2	Der JADE-Detektor . . . . .	34
3.3	Das Triggersystem und der Online-Filter . . . . .	40
3.4	Das Datennahmesystem und die Offline-Analyse . . . . .	41
3.5	Die Selektion multihadronischer Ereignisse . . . . .	41
3.6	Verwendete Datensätze . . . . .	44
3.7	Format und Inhalt der Datensätze . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Reaktivierung der JADE-Software</b>	<b>47</b>
4.1	Motivation . . . . .	47
4.2	Beschreibung der Programme . . . . .	48
4.3	Aufgabenstellungen . . . . .	52
4.4	Test der Funktionalität . . . . .	54

<b>5</b>	<b>Messung von Ereignistopologien bei PETRA-Energien</b>	<b>57</b>
5.1	Definition der Topologievariablen . . . . .	58
5.2	Standardmessung der Topologievariablen . . . . .	60
5.3	Vergleich mit der Detektorsimulation . . . . .	61
5.4	Korrekturprozedur . . . . .	64
5.5	Physikalische Messverteilungen . . . . .	71
5.6	Experimentelle systematische Fehler . . . . .	71
5.7	Test von Hadronisierungsmodellen . . . . .	79
5.8	Zusammenfassung . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Bestimmung von <math>\alpha_S</math> bei <math>\sqrt{s} = 14\text{-}44\text{ GeV}</math></b>	<b>83</b>
6.1	$\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen . . . . .	83
6.2	NLLA-Rechnungen . . . . .	85
6.3	Kombinierte $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen . . . . .	86
6.4	Wahl des Renormierungspunktes . . . . .	89
6.5	Hadronisierungseffekte . . . . .	90
6.6	Anpassung der Rechnungen . . . . .	90
6.7	Resultate . . . . .	96
6.8	Statistische und systematische Fehler . . . . .	111
6.9	Kombination der Einzelresultate . . . . .	121
6.10	Test der Energieevolution von $\alpha_S$ . . . . .	125
6.11	Zusammenfassung . . . . .	128
<b>7</b>	<b>Test von Potenzkorrekturen für Topologievariablen</b>	<b>131</b>
7.1	Vorhersagen des DMW-Modells . . . . .	132
7.2	Datensätze für die Analyse . . . . .	137
7.3	Behandlung von $b\bar{b}$ -Ereignissen . . . . .	137
7.4	Messprozedur . . . . .	139
7.5	Statistische und systematische Fehler . . . . .	140
7.6	Ergebnisse . . . . .	141
7.7	Erweiterte Potenzkorrekturen . . . . .	151
7.8	Potenzkorrekturen für $y_{23}$ . . . . .	153
7.9	DMW-Modell vs. MC-Methode . . . . .	154
7.10	Kombination der Einzelresultate . . . . .	157
7.11	DMW-Resultate für Mittelwerte von Topologievariablen . . . . .	158
7.12	Zusammenfassung . . . . .	161

<b>8</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>165</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	165
8.2	Ausblick . . . . .	171
<b>A</b>	<b>Vergleich der JADE-Daten mit der Detektorsimulation</b>	<b>175</b>
A.1	Definition der Messgrößen . . . . .	175
A.2	Vergleiche mit den Daten . . . . .	177
<b>B</b>	<b>Messtabellen für topologische Observablen</b>	<b>189</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>203</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

Im letzten Jahrhundert haben enorme Anstrengungen in experimenteller und theoretischer Teilchenphysik zu einem tief greifenden Verständnis über die Natur von Teilchen und Kräften geführt. Die Suche nach einer Theorie der Materie wird sehr erfolgreich von dem Prinzip geleitet, alle Naturerscheinungen durch möglichst wenige fundamentale Wechselwirkungen und Konstituenten der Materie zu erklären. Diese Bemühungen gipfelten in dem *Standardmodell der Teilchenphysik*, ein Modell der *elektroschwachen* und *starken Wechselwirkung* zwischen Leptonen und Quarks. Die vorliegende Dissertation befasst sich mit der Theorie der starken Wechselwirkung, die *Quantenchromodynamik* (QCD) [1–4].

Die Entwicklung der QCD war durch eine fruchtbare Wechselbeziehung zwischen Theorie und Experiment getragen (siehe z.B. [5–9] für Details). Experimentelle Hinweise auf die elementaren Konstituenten der QCD lieferten die von Hofstadter in den 1950er Jahren durchgeführten Streuexperimente von Elektronen an Protonen am High Energy Physics Laboratory in Stanford, welche eine ausgedehnte Ladungsstruktur innerhalb des Protons enthüllten. Auf eine innere Struktur von Protonen und Neutronen wies bereits die seit den 1930er Jahren bekannte elektromagnetische Struktur dieser Teilchen hin. Im Jahre 1961 ordneten Gell-Mann und Ne’eman die Vielzahl der entdeckten Hadronen mit Hilfe ihrer Quantenzahlen Isospin und Strangeness nach einem geometrischen Muster des „achtfachen Weges“ in Supermultipletts ein. Dieses Klassifizierungsschema lieferte die Grundlage für das *statische Quarkmodell* und die Vorhersage des  $\Omega^-$ , eines Baryons mit Strangenessquantenzahl  $-3$ . 1964 schlugen Gell-Mann und Zweig Quarks mit Spin  $1/2$  als elementare Bausteine für Mesonen und Baryonen vor, wobei sie zunächst nur drei Quarksorten einführten. Mit der Entdeckung des  $\Omega^-$  im Jahre 1964 in einem Blasenkammerexperiment in Brookhaven fand das Quarkmodell eine wesentliche Stütze. Zusätzlich führten Greenberg, Han und Nambu eine Quantenzahl namens *Farbe* ein, um eine mit dem Pauliprinzip verträgliche Erklärung des  $\Delta^{++}$ - und des  $\Omega^-$ -Baryons zu ermöglichen. Ende der 1960er Jahre gelang schließlich in Experimenten zur tiefinelastischen Elektron-Proton-Streuung am Stanford Linear Accelerator (SLAC) der Nachweis von Spin- $1/2$ -Konstituenten in Protonen. Die Quark-Hypothese setzte sich endgültig 1974 mit der Entdeckung des  $J/\psi$ -Teilchens durch Ting in Brookhaven und Richter am SLAC, als Bestätigung des von Glashow und Bjorken zehn Jahre zuvor postulierten vierten Quarks, sowie des  $\Upsilon$ -Mesons im Jahre 1977 durch Ledermann am Fermilab bei Chicago, in dem sich die Existenz eines fünften Quarks manifestiert. Die Realität von drei Farbfreiheitsgraden für Quarks wurde indessen durch Messungen der Zerfallsraten  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  des neutralen Pions, des hadronischen Verzweigungsverhältnisses des  $\tau$  und des hadronischen Wirkungsquerschnitts der  $e^+e^-$ -Annihilation untermauert.

1973 wurde die QCD als Quantenfeldtheorie der Quarks und Gluonen formuliert. Ihre Akzeptanz ist insbesondere mit einem Beweis von 't Hooft aus dem Jahre 1971 verknüpft, dass für eine Klasse von Feldtheorien, zu denen auch die QCD gehört, die Berechnung *endlicher* Quantitäten möglich ist. Politzer, Gross und Wilczek entdeckten 1973, dass die QCD eine besondere Eigenschaft hat, die als *asymptotische Freiheit* bekannt ist. Die Kräfte zwischen den Konstituenten nehmen bei kleiner werdenden Abständen ab. Dieses Merkmal manifestiert sich in einer charakteristischen Energieentwicklung des einzigen freien Parameters der Theorie, der *starken Kopplungskonstanten*  $\alpha_S$ . Ihre Bestimmung an unterschiedlichen Energieskalen gehört daher zu den fundamentalen Tests der Theorie.

Die erste experimentelle Evidenz für die QCD ging aus der Beobachtung von *Skalenverletzungen* in Studien der tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuung in den 1970er Jahren hervor, die im Widerspruch zu dem Verhalten nichtwechselwirkender freier Quark-Konstituenten steht. Der Nachweis der Existenz von Gluonen, den Quanten der starken Wechselwirkung, wurde 1979 durch  $e^+e^-$ -Experimente am PETRA-Speicherring des Deutschen Elektronen Synchrotrons (DESY) in Hamburg erbracht. Die Beobachtung von Ereignissen mit drei „Jets“ wurde als Hinweis auf die Reaktion  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$  gedeutet, mit einem Quark (q), einem Antiquark ( $\bar{q}$ ) und einem Gluon (g) im Endzustand, aus denen sich kollimierte Bündel von Hadronen formieren. In der Folge wurde der Gluonspin 1 und die Farbstruktur der Theorie bestätigt sowie QCD-spezifische Unterschiede zwischen Quark- und Gluonjets nachgewiesen. Im Jahre 1988 lieferte eine Studie der JADE-Kollaboration zur Energieentwicklung der Rate von 3-Jet-Ereignissen einen ersten experimentellen Hinweis auf die asymptotische Freiheit [10]. Ende der 1980er und in den 1990er Jahren haben Kollaborationen an den Speicherringen TRISTAN am KEK (National Laboratory for High Energy Physics, Tokyo) und LEP am CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, Genf) die Struktur der QCD in zahlreichen detaillierten Studien weiter verifiziert.

## 1.1 Frühere $\alpha_S$ -Messungen in der $e^+e^-$ -Vernichtung bis 1989

Aufgrund des *Confinement*-Charakters der starken Wechselwirkung treten Quarks und Gluonen nie frei auf. Bedingt durch die vorhergesagte Selbstwechselwirkung der Gluonen ist die störungstheoretische Behandlung physikalischer Prozesse in der QCD erheblich komplizierter als in der Quantenelektrodynamik (QED), der Theorie der elektromagnetischen Wechselwirkung. Die Größenordnung der starken Kopplungskonstanten  $\mathcal{O}(\simeq 0.1)$  ist zusätzlich ungünstig für störungstheoretische Ansätze bei der Berechnung von Vorhersagen. Die Präzision von  $\alpha_S$ -Bestimmungen ist daher gegenüber Messungen der elektromagnetischen Feinstrukturkonstanten  $\alpha$  erheblich eingeschränkt. Die relative Genauigkeit für  $\alpha_S$  liegt bisher bei lediglich 3-5% [11], gegenüber  $\mathcal{O}(10^{-9})$  für  $\alpha$  [12].

Anders als in Experimenten mit Hadronkollisionen oder Lepton-Proton-Streuung sind die Anfangsbedingungen der Reaktionen in der  $e^+e^-$ -Vernichtung genau bekannt. Daher sind Experimente an  $e^+e^-$ -Beschleunigern die bevorzugte Plattform für viele QCD-Tests, so auch für experimentelle Studien zur Energieentwicklung von  $\alpha_S$ . Zu diesem Zweck wurden in der Vergangenheit *topologische Observablen* für hadronische Endzustände entwickelt, die auf die Struktur der QCD sensitiv sind. Ihre Entwicklung wurde bereits in den 1970er Jahren durch die Beobachtung von 2-Jet-Topologien in  $e^+e^-$ -Kollisionen an den Speicherringen SPEAR [13] (bei Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 6.2\text{--}7.4\text{ GeV}$ ), DORIS [14] ( $\sqrt{s} = 7.7\text{--}9.4\text{ GeV}$ ) und insbesondere PETRA [15, 16] ( $\sqrt{s} = 12\text{--}47\text{ GeV}$ ) inspiriert und später durch die Entdeckung von Gluonjets vorangetrieben.

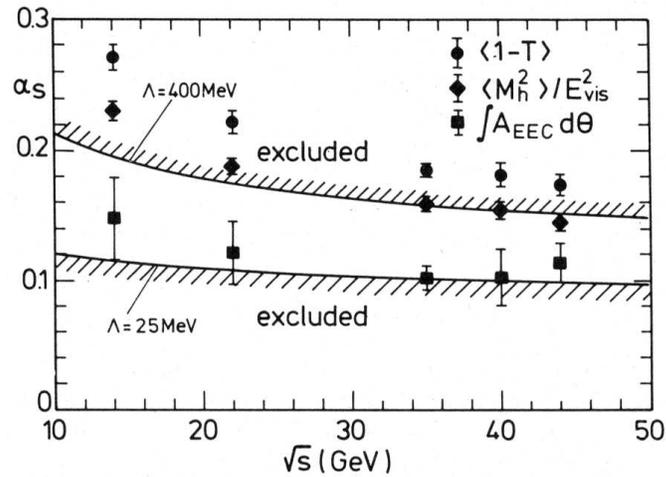


Abbildung 1.1: Von der JADE-Kollaboration bestimmte Grenze für  $\alpha_S$  als Funktion von  $\sqrt{s}$ , gewonnen aus den Mittelwerten von Thrust  $\langle 1 - T \rangle$ , Jetmasse  $\langle M_H^2 \rangle$  und der integrierten Asymmetrie der Energie-Energie-Korrelation  $\int_{45^\circ}^{90^\circ} A_{EEC} d\theta$  [22, 23].

Die Notwendigkeit präziserer QCD-Studien bei LEP und SLC bei der  $Z^0$ -Massenskala  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  hat in den 1990er Jahren eine Fülle neuer Observablen hervorgebracht (siehe z.B. [17–21]).

Parallel dazu fand ein enormer Fortschritt in der theoretischen Beschreibung der Ereignistopologien statt. Die ersten Rechnungen waren einfache Jetmodelle basierend auf dem Quark-Parton-Modell (QPM). Historisch war die *Sphärizität* [24] eine der ersten Variablen, die benutzt wurden, um das QPM gegenüber der konkurrierenden Vorstellung einer einfachen Phasenraumdynamik bei  $e^+e^-$ -Kollisionen zu verifizieren [13]. In der Folge wurden auch auf QCD basierende Rechnungen zur Beschreibung von Ereignissen mit Gluonjets entwickelt. 1979 wurde aus der Form der *Oblateness*-Verteilung die erste  $\alpha_S$ -Messung bei PETRA in  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  durchgeführt [25]. Mit dieser und anderen Observablen derselben störungstheoretischen Genauigkeit ergaben  $\alpha_S$ -Werte bei  $\sqrt{s} \simeq 30$  GeV zwischen  $\alpha_S = 0.15 \dots 0.23$ , mit großen relativen Unsicherheiten der Einzelmessungen von bis zu  $\pm 25\%$  [22]. Die ersten signifikanten Messungen der (renormierten) starken Kopplungskonstanten auf der Basis von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen wurden 1982 publiziert. Die CELLO-Kollaboration untersuchte die *Thrust*-Verteilung und die JADE-Kollaboration den *differenziellen 3-Jet-Wirkungsquerschnitt* bei  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV [26, 27]. Durch Hinzunahme von Beiträgen höherer Ordnungen in der theoretischen Vorhersage wurden  $\alpha_S$ -Werte bestimmt, die systematisch unter den mit  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Rechnungen erzielten Werten lagen. Die Messunsicherheiten waren aufgrund der Verwendung unterschiedlicher QCD-Matrixelemente und verschiedener Hadronisierungsmodelle nach wie vor sehr groß, mit  $\alpha_S(35 \text{ GeV})$ -Werten zwischen  $0.11 \dots 0.19$  [22, 28].

Zur Abschätzung von Hadronisierungseffekten wurden üblicherweise zwei alternative Modelle verwendet, die unabhängige Fragmentation [29] und die Stringfragmentation [30]. In einer JADE-Studie [31, 32] wurde bereits 1981 gezeigt, dass die Daten die Stringfragmentation bevorzugen. Eine häufig verwendete Variable zur  $\alpha_S$ -Messung stellte die *Asymmetrie der Energie-Energie-Korrelation*  $A_{EEC}$  dar, weil sich der Einfluss von Fragmentationseffekten auf die Verteilung dieser Variable als klein erwiesen hatte [28]. Vereinzelt wurden auch modellunabhängige  $\alpha_S$ -Analysen unternommen. Abb. 1.1 zeigt das Ergebnis einer JADE-Studie [23, 28] über Mittelwerte der topologischen Observablen *Thrust* und *Jetmasse* sowie der integrierten Verteilung von  $A_{EEC}$ . Mit Hilfe einer (modellgestützten) Annahme über das Vorzeichen der Hadronisierungskor-

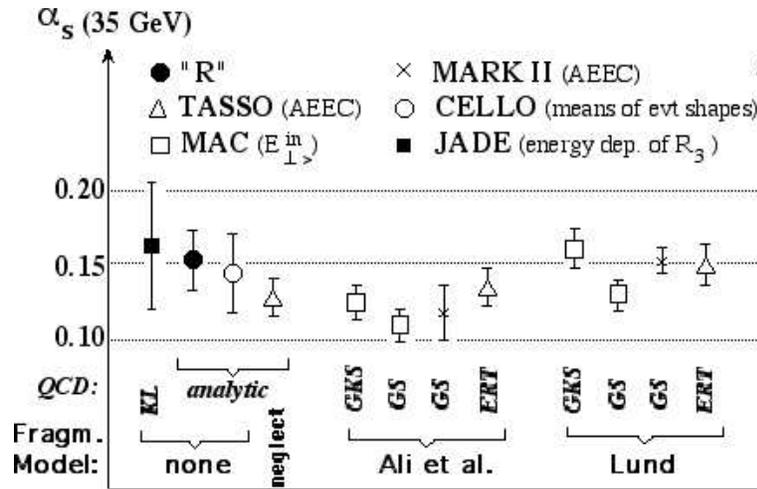


Abbildung 1.2: Status der  $\alpha_S$ -Messungen bei PETRA und PEP 1989. Die Resultate sind gruppiert nach der Art des benutzten Fragmentationsmodells („none“ = rein perturbativ, „Ali et al.“ = unabhängige Jet-Fragmentation, „Lund“ = String-Fragmentation) sowie nach der Version des verwendeten QCD-Matrixelements (KL, GS, GKS, ERT, siehe [33, 34] für Details).

rektur (nicht aber über deren Größe) konnten Grenzen für  $\alpha_S$  zwischen  $0.10 < \alpha_S(35 \text{ GeV}) < 0.15$  mit einem Konfidenzniveau von 95% gesetzt werden [28]. In einer anderen JADE-Analyse [10] wurde aus der Energieevolution der  $3\text{-Jet-Rate}$  ebenfalls auf modellunabhängige Weise die starke Kopplungskonstante zu  $\alpha_S(44 \text{ GeV}) = 0.154 \pm 0.038$  bestimmt.

Abb. 1.2 spiegelt den Status der  $\alpha_S$ -Messungen aus PETRA- und PEP-Daten aus dem Jahre 1989 wider [33, 34]. Die individuellen Resultate basieren u.a. auf  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen für topologische Observablen, Jetraten und den hadronischen Wirkungsquerschnitt  $\Gamma(e^+e^- \rightarrow \text{had})/\Gamma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ . Die Streuung der Einzelwerte ist aufgrund der theoretischen Unsicherheiten beträchtlich. Aus diesen Daten wurde seinerzeit in [33] als „bester“ Wert für die starke Kopplungskonstante  $\alpha_S(35 \text{ GeV}) = 0.14 \pm 0.02$  angegeben.

## 1.2 Inhalt der Arbeit

Die vorliegende Arbeit strebt an, die Präzision der bisher vorliegenden relativ ungenauen  $\alpha_S$ -Messungen bei PETRA-Energien zu steigern. Hierzu werden die theoretischen Weiterentwicklungen der 1990er Jahre bei der Berechnung von Ereignistopologien von hadronischen Endzuständen ausgenutzt. Topologische Observablen haben sich in vielen Studien als effiziente Werkzeuge zum Studium von perturbativen und nichtperturbativen Aspekten der  $e^+e^-$ -Vernichtung erwiesen. Mit der Entwicklung von *resummierten*  $\mathcal{O}(\alpha_S^2) + NLLA$  Rechnungen [35–40] für eine bestimmte Klasse von Observablen sind die theoretischen Unsicherheiten der  $\alpha_S$ -Bestimmungen reduziert worden, weil die Vorhersagen alle Ordnungen in  $\alpha_S$  partiell berücksichtigen. Dieses ist von Bedeutung für die Wahl des Renormierungsskala der QCD, die eine grundsätzliche Ambiguität aller  $\alpha_S$ -Messungen darstellt. Die Analyse profitiert von den bei LEP entwickelten experimentellen Techniken (siehe z.B. [17, 19–21, 41]). Durch die Einführung neuer Observablen und die Verwendung weiterentwickelter phänomenologischer Hadronisierungsmodelle können die systematischen Unsicherheiten wesentlich zuverlässiger abgeschätzt werden als in den PETRA-Studien

der 1980er Jahre. Für Tests der Energieevolution der QCD wird eine hinsichtlich Methode und Systematik mit LEP-Studien möglichst vergleichbare Analyse angestrebt.

Es werden ferner nichtperturbative Aspekte der  $e^+e^-$ -Vernichtung behandelt. Diverse Monte-Carlo-Modelle, die sich bei LEP bewährt haben, werden durch den Vergleich mit den JADE-Daten erstmals auch bei PETRA-Energien getestet. Eine zur Zeit viel diskutierte Alternative zur Beschreibung von Hadronisierungseffekten sind *Potenzkorrekturen* für topologische Observablen. In der Arbeit wird ein theoretischer Ansatz von Dokshitzer, Marchesini und Webber [42–46] detailliert untersucht. Notwendige Bedingung für die Konsistenz des Modells ist die Universalität des einzigen nichtperturbativen Parameters der Theorie, des nullten Moments  $\alpha_0(\mu_I)$  der physikalischen starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S(\mu)$  in der Energieregion  $\mu = 0 \dots \mu_I$  um den Landau-pole der perturbativen Vorhersage für die Energieentwicklung von  $\alpha_S$ . Für Tests des Modells und der Universalität von  $\alpha_0$  werden neben den JADE-Daten auch publizierte Daten anderer Experimente verwendet, sodass letztlich ein Energiebereich von  $\sqrt{s} = 14\text{--}189\text{ GeV}$  abgedeckt ist.

JADE-Daten stellen zur Zeit den einzigen Beitrag im Kontinuumsbereich der  $e^+e^-$ -Annihilation zwischen der  $b\bar{b}$ -Produktionsschwelle und der  $Z^0$ -Resonanz dar, welcher für weitere experimentelle Analysen zugänglich ist. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit die originale JADE-Software reanimiert, um Daten bei allen relevanten Schwerpunktsenergien zwischen  $\sqrt{s} = 14\text{--}44\text{ GeV}$  sowohl für die QCD-Studien dieser und anderer Arbeiten verfügbar zu machen. Durch die Einbeziehung der Daten bei kleinsten Schwerpunktsenergien kann die Signifikanz von Tests zur Energieevolution der QCD auf Basis von  $e^+e^-$ -Daten erheblich gesteigert werden.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: Kapitel 2 geht auf die wesentlichen Konzepte der Quantenchromodynamik ein, mit Schwerpunkt auf den hadronischen Endzuständen in der  $e^+e^-$ -Vernichtung und ihre Modellierung mit unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren. In Kapitel 3 wird das JADE-Experiment vorgestellt und die Selektion multihadronischer Ereignisse sowie die in diese Studie einfließenden Datensätze beschrieben. Kapitel 4 dokumentiert die Funktionalität der reaktivierten Detektorsimulations- und Rekonstruktionssoftware in der hier benutzten Version und geht dabei auch kurz auf die Probleme bei der Anpassung der Programme an heutige Rechnerplattformen ein. Die Messung von topologischen Observablen bei Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 14\text{--}44\text{ GeV}$  und ihre Entfaltung von Detektoreffekten ist Inhalt von Kapitel 5. Anhand der Messverteilungen wird die Qualität diverser Hadronisierungsmodelle beurteilt. Kapitel 6 stellt eine  $\alpha_S$ -Analyse auf Basis der gemessenen Ereignistopologien und resummierter Vorhersagen vor und untersucht nichtperturbative Effekte mit Hilfe von Hadronisierungsmodellen. Mit den JADE-Ergebnissen und den Resultaten anderer Experimente bei höheren Schwerpunktsenergien wird das Laufen von  $\alpha_S$  getestet. In Kapitel 7 werden Potenzkorrekturen für topologische Observablen behandelt und die Universalität der Parameter  $\alpha_S$  und  $\alpha_0$  geprüft. Kapitel 8 beschließt die Arbeit mit einer Zusammenfassung und einem kurzen Ausblick.



# Kapitel 2

## Theoretische Konzepte der Quantenchromodynamik

### 2.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Die in der Natur beobachtbare Vielfalt an Teilchen und Kräften wird durch einen Satz von Theorien erklärt, der gemeinhin als *Standardmodell der elektroschwachen und starken Wechselwirkung* bezeichnet wird. Nach dem gegenwärtigen Kenntnisstand ist die Materie aus punktförmigen Fermionen aufgebaut, den Quarks und Leptonen. Sie können anhand von inneren Quantenzahlen in das in Tab. 2.1 dargestellte Schema geordnet werden. Die einzelnen Quantenzahlen charakterisieren ihre Ankopplung an eine von drei fundamentalen Wechselwirkungen. Geladene Leptonen tragen ganzzahlige ( $\pm 1$ ), Quarks drittelzahlige ( $\pm \frac{1}{3}$ ,  $\pm \frac{2}{3}$ ) elektrische Elementarladungen  $Q$  und unterliegen der elektromagnetischen Kraft. Neutrinos hingegen koppeln nicht an diese Kraft, sind aber wie ihre elektrisch geladenen Partner sensitiv gegenüber der schwachen Wechselwirkung. Diese Beobachtung ist formal mit einer weiteren, von Null verschiedenen Quantenzahl, die dritte Komponente des schwachen Isospins  $T^{(3)}$  verknüpft. Quarks besitzen außerdem eine zusätzliche Eigenschaft namens *Farbe*, an die die starke Kraft ankopplert. Jedes Quark trägt eine von drei möglichen Farbquantenzahlen.

Das Standardmodell sieht sechs verschiedene Quark- und Leptonenarten vor, die jeweils als Mitglieder von linkshändigen Isospin-Dubletts (z.B.  $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$ ,  $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$ ) und rechtshändigen Isospin-Singulets (z.B.  $u_R$ ,  $e_R$ ) bezüglich der schwachen Wechselwirkung erscheinen (bei den Antifermionen verhält es sich genau umgekehrt). Die Multipletts aus dem Quarksektor können paarweise mit denen aus dem Leptonsektor nach aufsteigenden Teilchenmassen zu Generationen verknüpft werden. Die Vertreter der leichtesten, der ersten Generation sind die hauptsächlichen Konstituenten des heutigen sichtbaren Universums, während die Teilchen der zweiten und dritten Generation im Labor unter Einsatz extrem hoher Energien künstlich hergestellt werden müssen. Die Existenz von drei Teilchengenerationen ist experimentell gesichert, und es gibt Hinweise darauf, dass es keine weiteren gibt (z.B. [47]). Die Komplettierung der dritten Generation ist erst in jüngster Zeit mit dem direkten Nachweis des Top-Quarks [48, 49] im Jahre 1994 und des Tau-Neutrinos [50] im Jahre 1999 gelungen.

Bei der Beschreibung der Dynamik von Teilchen und Kräften spielen Quantenfeldtheorien eine Schlüsselrolle. Ausgangspunkt hierbei ist die Formulierung einer Lagrangedichte  $\mathcal{L}(x)$  für eine Konfiguration von physikalischen Feldern als Funktion von Ortszeitkoordinaten  $x$ . In Analogie

				elektrische Ladung $Q$	schwacher Isospin $T^{(3)}$		Farb- ladung $C$
Fermionen (Spin = $\frac{1}{2}$ )	I.	II.	III.		L	R	
Leptonen	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	0	$+\frac{1}{2}$	$-^{(*)}$	0
	$e^-$	$\mu^-$	$\tau^-$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	0
Quarks	u	c	t	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{2}$	0	r,g,b
	d	s	b	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	r,g,b
Bosonen (Spin = 1)							
Elektromagnetische WW	$\gamma$ (Photon)			0	0		0
Schwache WW	$W^+$			+1	+1		0
	$Z^0$			0	0		0
	$W^-$			-1	-1		0
Starke WW	$g$ (8 Gluonen)			0	0		„ $C_1\bar{C}_2$ “

Tabelle 2.1: Elementare Teilchen des Standardmodells und ihre Quantenzahlen. Antifermionen sind hier nicht aufgelistet. Sie besitzen das entgegengesetzte Vorzeichen von elektrischer Ladung, schwachen Isospin (bei gleichzeitiger Vertauschung ihrer Händigkeitkeiten L=links und R=rechts) und Farbladung.

(\*) Da  $\nu$ -Oszillationen mittlerweile als gesichert gelten [51, 52], sollte es auch rechtshändige Neutrinos geben.)

zur klassischen Lagrangefunktion werden aus den physikalischen Feldern und deren Ableitungen kinetische und Wechselwirkungsterme gebildet. Raumzeitsymmetrien in  $\mathcal{L}$  sind mit Erhaltungssätzen für Energie, Impuls etc. verknüpft. Die große Bedeutung der Lagrangedichte liegt darin, dass sich aus ihr mit dem *Prinzip der kleinsten Wirkung* die Bewegungsgleichungen für die Feldkonfiguration herleiten lassen. Die Wirkung  $S = \int dx \mathcal{L}(x)$  nimmt für alle realen, in der Natur tatsächlich auftretenden Prozesse einen Extremwert an, sodass die erste Variation der Wirkung verschwinden muss:  $\delta S = 0$ . Ein wichtiges Leitprinzip bei der Suche nach einer universellen Lagrangedichte ist ihre *Eichsymmetrie*, d.h. die Invarianz von  $\mathcal{L}$  gegenüber lokalen Phasentransformationen. Zu ihrer Realisierung müssen Eichfelder eingeführt werden, die physikalisch mit Austauschbosonen einer fundamentalen Wechselwirkung korrespondieren.

Das Standardmodell basiert auf der Forderung einer Invarianz unter lokalen  $SU(3)_C \times SU(2)_T \times U(1)_Y$ -Transformationen [12] im Raum der Farbladungen  $C$ , des schwachen Isospins  $T$  und der schwachen Hyperladung  $Y = 2(Q - T^{(3)})$ . Mit der  $SU(3)_C$ -Symmetrie ist ein Oktett von masselosen Gluonen als Vermittler der starken Kraft verknüpft. Die  $SU(2)_T \times U(1)_Y$ -Invarianz führt zu vier ebenfalls masselosen Eichbosonen, die im Rahmen der Glashow-Weinberg-Salam-Theorie [53–55] (GSW) über eine Mischung ihrer Zustände mit den physikalischen, Kraft vermittelnden Teilchen der elektromagnetischen (Photon  $\gamma$ ) und schwachen Wechselwirkung ( $Z^0$ ,  $W^+$  und  $W^-$ ) verknüpft sind. Die von Null verschiedenen Massen der Feldquanten der schwachen Wechselwirkungen können bei gleichzeitiger Beibehaltung der lokalen  $SU(2)_T \times U(1)_Y$ -Eichinvarianz durch spontane Symmetriebrechung erklärt werden. Die Erzeugung von Masse ist hierbei physikalisch mit einer Ankopplung an ein skalares Feld verbunden (Higgs-Kibble-Mechanismus [56–58]). Durch geeignete Wahl des elektroschwachen Mischungswinkels  $\Theta_W$  zwischen den elektrisch neutralen Eichbosonen sowie des Vakuumerwartungswerts für das Higgsfeld erhält das  $Z^0$  seine experimentell beobachtete Masse von ungefähr

91.2 GeV/c<sup>2</sup> [12], während das Photon  $\gamma$  masselos bleibt. Die Massen der Eichbosonen und ihre Kopplungsstärken stehen jeweils über den elektroschwachen Mischungswinkel in einer festen Beziehung zueinander. Der Higgs-Mechanismus gestattet es auch, den Fermionen eine Masse zu verleihen, ohne die Eichinvarianz der Lagrangedichte zu zerstören.

Das Standardmodell hat alle Präzisionstest bisher glänzend bestanden [59]. Insbesondere die Experimente am Speicherring LEP (CERN) und am Linearbeschleuniger SLC (SLAC) bestätigen eindrucksvoll die innere Konsistenz der gemessenen Theorieparameter. Das im GSW-Modell essenzielle Higgsboson konnte allerdings bisher nicht direkt nachgewiesen werden. Trotz einer theoretischen Präferenz für eine kleine Higgsmasse haben die in letzter Zeit unternommenen Anstrengungen der LEP-Experimente bei höchsten Vernichtungsenergien bis  $\sqrt{s} = 209$  GeV keinen Hinweis auf seine Existenz ergeben [60].

Der große Satz nicht vorhergesagter Modellparameter<sup>1</sup>, aber auch innere Probleme der Theorie weisen auf die Unvollständigkeit des Standardmodells hin. Zu den größten Schwachpunkten zählen insbesondere das so genannte Hierarchieproblem<sup>2</sup>, rechnerischen Divergenzen im Hochenergielimes der Theorie und die fehlende Einbindung der vierten Grundkraft, der Gravitation. Die aktuelle Suche nach einer verallgemeinerten Theorie orientiert sich an den Grundgedanken der Vereinheitlichung von Teilchen und Kräften. Diskutiert werden insbesondere supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells, in denen Fermionen und Bosonen im Rahmen einer übergeordneten Symmetriegruppe zueinander in Beziehung stehen. Diese bieten darüber hinaus auch Ansätze zur Einbeziehung einer Theorie der Quantengravitation. Einen Schritt in diese Richtung stellt die erfolgreiche Vereinigung der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung im GSW-Modell dar. Im Konzept der „Großen Vereinheitlichten Theorien“ verschmelzen die fundamentalen Wechselwirkungen des Standardmodells bei Energien um typischerweise  $10^{15}$ - $10^{17}$  GeV, sodass ihre Stärke durch eine einheitliche Kopplungskonstante beschrieben ist. In diesem Sinne ist die derzeitige Theorie der starken Kraft, um die es in dieser Arbeit geht, noch als Niederenergienäherung einer allgemeineren Theorie zu betrachten.

## 2.2 Quantenchromodynamik (QCD)

Die Quantenchromodynamik [1–4] ist die heute allgemein akzeptierte Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung. Sie beschreibt die Kräfte zwischen Quarks und Gluonen auf der Grundlage von Farbquantenzuständen, die per Konvention mit „rot“ (r), „grün“ (g) und „blau“ (b) bezeichnet werden. Im Unterschied zu Leptonen treten Quarks nur in gebundenen Zuständen auf, entweder als Quark-Antiquark-Paar in Mesonen oder als Konfiguration von drei Quarks gleicher Ladungspartität in Baryonen. In der Natur werden dabei  $SU(3)_C$ -Singulets realisiert. In Analogie zur Quantenelektrodynamik (QED) erfolgt der Kraftaustausch zwischen Quarks durch Kopplung der Gluonen an die Farbladung. Anders als in der QED können die Gluonen direkt miteinander wechselwirken, da sie farbgeladen sind.

<sup>1</sup>Die Minimalversion des Standardmodells, in der nur ein einziges skalares Teilchen auftritt, besitzt 18 unabhängige Parameter: Kopplungskonstanten, Fermion- und Bosonmassen, schwacher Mischungswinkel und die unabhängigen Komponenten der elektroschwachen Mischungsmatrix im Quarksektor.

<sup>2</sup>Dieser Begriff spielt auf die gigantische Lücke in der Hierarchie relevanter Energieskalen der Teilchenphysik an: die elektroschwache Vereinigungsskala  $\mathcal{O}(10^2$  GeV), die Energieskala, an der die starke und elektroschwache Wechselwirkung gleich stark werden ( $\mathcal{O}(10^{16}$  GeV)) und die fundamentale Energieskala der Gravitation, die Planck-Skala  $\mathcal{O}(10^{19}$  GeV). Als Folge ist für die innere Konsistenz der Theorie eine als unästhetisch empfundene Feinabstimmung von Konstanten erforderlich, welche von vielen Theoretikern als Manifestation unverstandener fundamentaler Prinzipien jenseits des Standardmodells bewertet wird.

Die QCD ist eine *nichtabelsche Eichtheorie* vom Yang-Mills-Typ [61]. Interessant für die praktische Anwendung und den Vergleich mit dem Experiment wurde sie erst, nachdem ihre *Renormierbarkeit* gezeigt werden konnte [62]. Die Renormierbarkeit einer Quantenfeldtheorie ist eine wichtige Voraussetzung für die Gewinnung endlicher Quantitäten bei der Berechnung von konkreten Vorhersagen. Die wesentlichen Konzepte der QCD sollen kurz vorgestellt werden.

### 2.2.1 Postulate der QCD

Die Formulierung der QCD wie auch anderer Quantenfeldtheorien orientiert sich an den Euler-Lagrange-Formalismus der klassischen Mechanik. Ein komplexwertiges Feld  $q_c(x)$  repräsentiert die orts-zeitabhängige Wellenfunktion für eine Quarksorte  $q$  der Farbe  $c$ . Ein System ungestörter Quarks der Masse  $m_q$  wird durch eine Lagrangedichte [5]

$$\mathcal{L} = \sum_{\text{Quarks}} \bar{q}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q)q(x) \quad (2.1)$$

beschrieben, wobei  $q = (q_r, q_g, q_b)$  einen Vektor der Quarkspinoren für jede Farbe und  $\gamma^\mu$  die Diracschen Gammamatrizen bezeichnet<sup>3</sup>. Damit ist zunächst eine relativistische Feldtheorie für Quarks formuliert. Durch Einsetzen in die Euler-Lagrangeschen Gleichungen

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu q)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0 \quad (2.2)$$

ergibt sich für jeden Flavour  $q$  und jede Farbe  $c = r, g, b$  die als Dirac-Gleichung bekannte Bewegungsgleichung

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q_c(x) = 0 \quad (2.3)$$

für frei propagierende Spin-1/2 Teilchen. Die QCD ist durch die zusätzliche Forderung nach einer lokalen Invarianz der Lagrangedichte (2.1) unter  $SU(3)$ -Transformationen

$$q_c(x) \rightarrow e^{-i\Theta(x)} q_c(x) = e^{-i\alpha_a(x)\lambda_a/2} \cdot q_c(x) \quad (2.4)$$

der Quarkwellenfunktionen im Raum der drei Farbladungen definiert. In der Sprache der Gruppentheorie wird die Phase  $\Theta(x)$  als Linearkombination von Generatoren der Transformation ausgedrückt. Üblicherweise werden die Gell-Mann-Matrizen  $\lambda_a$  ( $a = 1 \dots 8$ ) [63], ein Satz von linear unabhängigen  $3 \times 3$ -Matrizen, zur Darstellung der Generatoren gewählt. Die Koeffizienten  $\alpha_a(x)$  sind die Gruppenparameter. Die relevanten Eigenschaften der Generatoren werden durch die Kommutatorrelationen

$$\left[ \frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = if_{abc} \frac{\lambda_c}{2} \quad (2.5)$$

bestimmt. Die hierbei definierten Strukturkonstanten  $f_{abc}$  charakterisieren die  $SU(3)$ -Symmetrie vollständig. Die Unabhängigkeit der Bewegungsgleichung von der Phasenkonvention in Gl. (2.4) bedeutet physikalisch, dass beobachtbare Quantitäten in der QCD von einer Vertauschung der Farbladung unberührt bleiben.

Offensichtlich ist die Lagrangedichte (2.1) jedoch nicht invariant unter einer lokalen  $SU(3)$ -Transformation, da die hierbei erzeugten Terme in  $\partial_\mu \Theta(x)$  eine zusätzliche explizite Abhängigkeit von Raumzeitkoordinaten erzeugen. Die Symmetrie kann formal durch die Ersetzung

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda_a}{2} G_\mu^a, \quad (2.6)$$

<sup>3</sup>In allen Formeln wird die Einsteinsche Summationskonvention verwendet. Ferner gilt  $\hbar = 1$ ,  $c = 1$ .

die als kovariante Ableitung bezeichnet wird, wiederhergestellt werden, aber um den Preis, dass acht neue Vektorfelder  $G_\mu^a$  eingeführt werden müssen. Diese entsprechen masselosen, elektrisch neutralen Bosonen, deren Zahl sich unmittelbar aus der Dimension des Darstellungsraumes ergibt. Durch die Wahl der Transformationsvorschrift

$$G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \frac{1}{g_S} \partial_\mu \alpha^a - f_{bc}^a \alpha^b G_\mu^c \quad (2.7)$$

für die Eichfelder werden die Symmetrie brechenden Terme absorbiert. Zur allgemeinen Formulierung der QCD muss noch ein kinetischer Term  $-\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$ , der für die freie Propagation der Eichbosonen steht, hinzugefügt werden. Die Lagrangedichte der QCD lautet dann

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}(x) = \sum_{\text{Quarks}} \bar{q}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q)q(x) - g_S(\bar{q}(x)\gamma_\mu \frac{\lambda_a}{2} q(x))G_\mu^a - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

Aus der Lagrangedichte (2.8) können direkt die fundamentalen Kopplungen zwischen Quarks und Gluonen abgelesen werden. Sie sind in Abb. 2.1 als Feynmangraphen dargestellt. Neben der Quark-Gluonkopplung gibt es einen dreifachen und einen vierfachen Gluonvertex, der für die nichtabelsche Struktur der QCD verantwortlich ist. Diese Eigenschaft der Theorie bringt der gluonische Feldstärketensor  $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + ig_S[G_\mu^a, G_\nu^a]$  zum Ausdruck, der formal dem Feldstärketensor der QED gleicht mit dem entscheidenden Unterschied, dass der Kommutatorterm in der QCD nicht verschwindet.

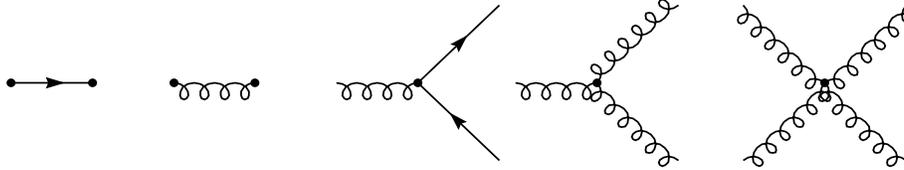


Abbildung 2.1: Fundamentale Propagatoren und Vertizes der Quantenchromodynamik. Quarks sind durch Linien, Gluonen durch Schleifen dargestellt.

Die experimentelle Bestätigung der Gruppenstruktur zählt zu den wichtigsten Tests der QCD. Die Strukturkonstanten legen die relative Häufigkeit der fundamentalen QCD-Prozesse fest. Bei der Berechnung entsprechender Übergangsamplituden ist der Gluonbremsstrahlungsprozess ( $q \rightarrow qg$ ) mit dem Faktor  $f_{acd}f_{bcd} = C_F\delta_{ab}$ , der Drei-Gluon-Vertex ( $g \rightarrow gg$ ) mit  $(\frac{\lambda_a}{2}\frac{\lambda_a}{2})_{ij} = C_A\delta_{ij}$  und die Gluonverzweigung in ein Quarkpaar ( $g \rightarrow qq$ ) mit  $Spur(\frac{\lambda_a}{2}\frac{\lambda_b}{2}) = T_F\delta_{ab}$  gewichtet. Eine experimentelle Bestimmung der Farbfaktoren  $C_A$  und  $C_F$  [64] ist in Abb. 2.2 dargestellt<sup>4</sup>. Die Messung bestätigt eindrucksvoll die  $SU(3)$  als fundamentale Eichgruppe der starken Wechselwirkung.

Die in der Lagrangedichte (2.8) auftauchende Konstante  $g_S$  parametrisiert die intrinsische Stärke der Wechselwirkung an den Vertizes. Sie wird von der Theorie nicht direkt vorhergesagt, jedoch prägen Renormierung und Gruppenstruktur eine charakteristische Abhängigkeit von der Energie des zugrunde liegenden starken Wechselwirkungsprozesses auf. Die Bestimmung der *starken Kopplungskonstanten*  $\alpha_S \equiv g_S^2/4\pi$  und die Untersuchung ihrer Energieabhängigkeit ist der Hauptinhalt dieser Arbeit.

<sup>4</sup>Die im Rahmen der JADE-Reanalyse durchgeführte Studie basiert auf den in Kapitel 5 eingeführten topologischen Observablen der  $e^+e^-$ -Vernichtung. Sie nutzt die bekannte Farbstruktur der in den Kapiteln 6 und 7 erläuterten QCD-Vorhersagen aus.

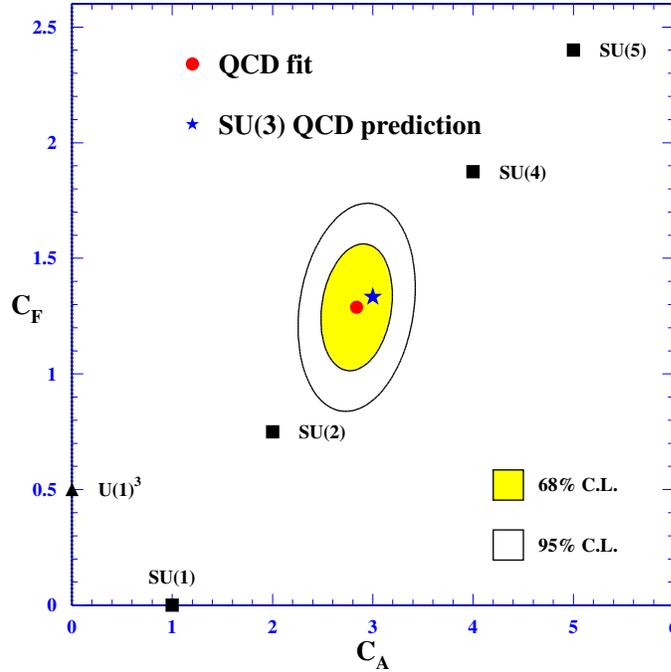


Abbildung 2.2: Messung der QCD-Farbfaktoren  $C_A$  und  $C_F$  mit topologischen Observablen [64]. Die Symbole zeigen die Erwartung für verschiedene Symmetriegruppen an. Die Ellipsen markieren das Konfidenzniveau der Messung.

### 2.2.2 Störungstheoretische Aussagen

Konkrete Vorhersagen in der QCD können im Prinzip aus der Lagrangedichte (2.8) gewonnen werden. Die resultierenden Bewegungsgleichungen der Feldkonfiguration erweisen sich in der Regel jedoch als zu komplex, um sie mit analytischen Methoden exakt lösen zu können. Eine näherungsweise Berechnung ist im Rahmen der Störungstheorie möglich. Mit Hilfe eines von Feynman entwickelten Propagatorverfahrens kann eine bestimmte Reaktion, d.h. der Übergang zwischen einem Anfangszustand  $|i\rangle$  und einem Endzustand  $|f\rangle$ , als eine unendliche Summe aller möglichen virtuellen Zwischenzustände definiert werden, über die die Reaktion ablaufen kann. Die Amplitude, mit der ein Zwischenzustand auftritt, ist proportional zur theoriespezifischen Kopplungskonstanten (z.B.  $\alpha_S$ ) zur einer Potenz, die durch die Anzahl der fundamentalen Vertizes gegeben ist. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{i \rightarrow f}$  der Reaktion ergibt aus der Amplitudensumme  $\mathcal{M}_{fi}$ , die wie eine Störungsreihe nach aufsteigenden Potenzen von  $\alpha_S$  geordnet werden kann, und einem Phasenraumfaktor  $\rho$  mit lediglich kinematischen Informationen:

$$\sigma_{i \rightarrow f} \sim |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rho = \left| \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{M}_{fi}^{(n)} \right|^2 \rho. \quad (2.9)$$

Die Streuamplitude  $\mathcal{M}_{fi}$  charakterisiert die Dynamik der Wechselwirkung. Solange die Kopplungskonstante klein gegenüber 1 ist, kann zu ihrer Berechnung das Konzept der Störungstheorie angewendet werden, d.h. an Stelle der unendlichen Entwicklung wird die ab einer bestimmten Ordnung  $n$  abgebrochene Summe als Näherung für  $\mathcal{M}_{fi}$  gewählt.

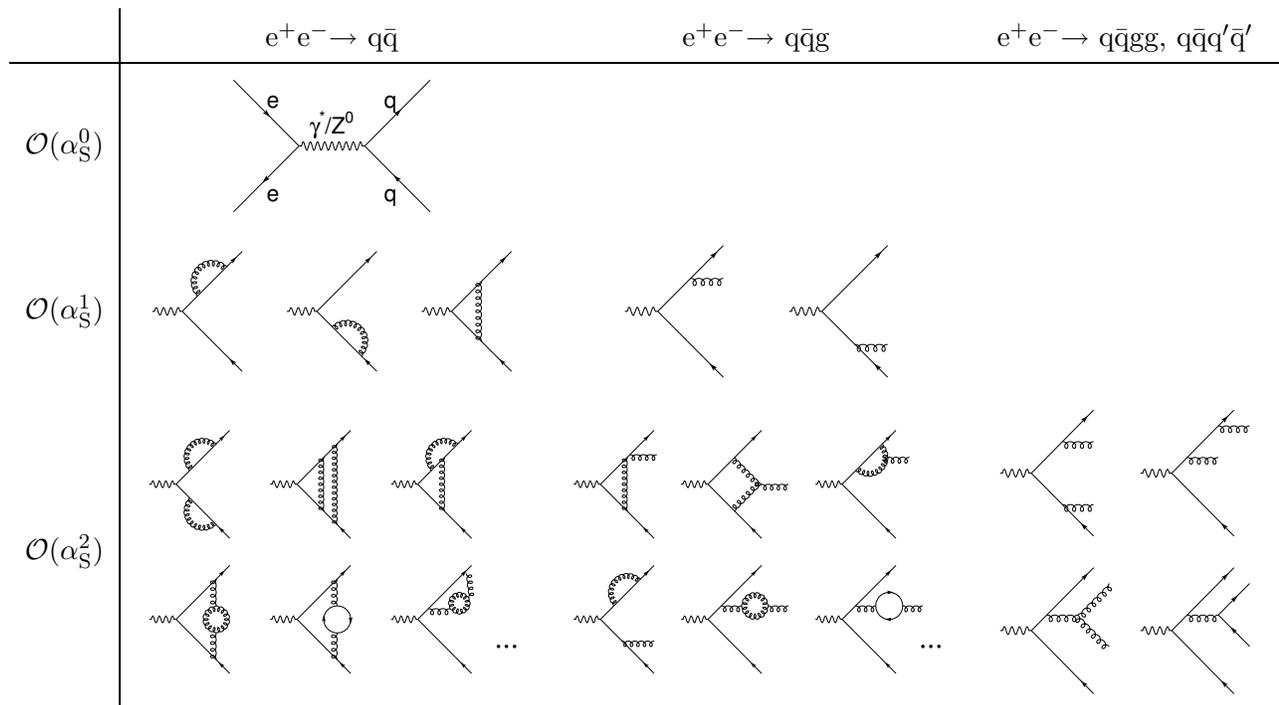


Abbildung 2.3: Feynmandiagramme zur  $e^+e^-$ -Annihilation in Quarks und Gluonen bis zur zweiten Ordnung  $\alpha_S$ . Dargestellt sind Beiträge für 2-, 3- und 4-Partonenzustände.

Feynmandiagramme sind bildliche Regeln zur Berechnung von  $\mathcal{M}_{fi}$ . Abb. 2.3 zeigt Graphen mit zwei, drei und vier Partonen (= Quarks+Gluonen) im Endzustand der  $e^+e^-$ -Annihilation, wie sie auch für diese Arbeit relevant sind. Externe Linien stehen für den Zustand ein- und auslaufender Teilchen. Interne Linien bezeichnen den Bosonpropagator, der die Streuamplitude mit  $1/Q^2$  ( $Q$  ist der Impulsübertrag) im Falle eines Photonaustausches und mit  $1/(Q^2 - M_{Z^0}^2)$  im Falle eines  $Z^0$ -Austausches gewichtet. Neben den für eine gegebene Partonmultiplizität verantwortlichen trivialen Baumgraphen existieren Korrekturgraphen höherer Ordnung, die Fermion- und Gluonschleifen enthalten.

### 2.2.3 Renormierung

Schleifenkorrekturen wie etwa die in Abb. 2.3 gezeigten Korrekturdiagramme entsprechen Integralen über nicht beobachtbare Impulse von Teilchen in Zwischenzuständen. Ihre Berechnung führt zu unendlichen Resultaten, die im (scheinbaren) Widerspruch zur Endlichkeit physikalischer Observablen stehen. Dieses für Quantenfeldtheorien typische Problem wird durch ein *Renormierungsverfahren* gelöst.

Das Auftreten von Divergenzen ist die Folge einer unvollständigen Beschreibung der Reaktion. Die Beobachtung etwa von nackten elektrischen oder Farbladungen ist über einen fundamentalen Vertex nicht möglich, und erst durch vollständige Addition aller Ordnungen in den Kopplungskonstanten erhält man die messbare Ladung. Renormierbarkeit bedeutet nun, dass die in einer gegebenen Ordnung auftretenden divergenten Anteile der Störungsreihe durch eine formale Umdefinition von Ladung (und Masse) absorbiert werden können, deren Wert ohnehin nicht von

der Theorie vorgegeben ist. In diesem Formalismus werden die Ladungen widerspruchsfrei den physikalischen Werten gleichgesetzt und eine endliche Störungstheorie garantiert.

Es ist eine allgemeine Eigenschaft von Eichfeldtheorien, dass Schleifendiagramme, die durch Emission und Reabsorption eines Bosons (Selbstenergiebeiträge) entstehen, und solche, bei denen zwei Fermionlinien mit gemeinsamen Vertex direkt verbunden sind (Vertexkorrekturen), sich gegenseitig in jeweils allen Ordnungen der Störungstheorie exakt aufheben (*Ward-Identität* [65]). Der für die Renormierung der Ladung letztendlich relevante Diagrammtyp enthält geschlossene Fermion- und Bosonschleifen (Vakuum polarisation), der für hohe Impulsüberträge  $Q$  logarithmische Divergenzen  $\propto \alpha \cdot \ln(M^2/Q^2)$  liefert, mit  $M$  als willkürlichem oberem Abschneideparameter für die Schleifenimpulse.

Die Festlegung einer Renormierungsvorschrift ist nicht eindeutig, und in der Praxis werden solche Schemata genommen, in denen sich die relevanten Rechnungen besonders einfach durchführen lassen. In der QCD findet häufig das „Modifizierte Minimale Subtraktionsschema“ ( $\overline{\text{MS}}$ ) [66] Anwendung, auf dem auch die störungstheoretischen Rechnungen in der vorliegenden Arbeit basieren. Hierbei wird die Integration über die Schleifenmomente  $d^4k/(2\pi)^4$  zunächst durch eine kontinuierliche Reduktion der Raumzeit-Dimension der Form

$$\frac{d^4k}{(2\pi)^4} \rightarrow \mu^{2\epsilon} \frac{d^{4-2\epsilon}k}{(2\pi)^{4-2\epsilon}} \quad (2.10)$$

*regularisiert* und auf diese Weise die Integrale endlich gemacht, ohne wünschenswerte Symmetrieeigenschaften zu zerstören. An einer willkürlichen *Renormierungsskala*  $\mu$  werden die Integrale in einen für  $\epsilon \rightarrow 0$  endlichen und einen divergenten Anteil zerlegt. Die divergenten Terme (und ein Teil der endlichen Beiträge, je nach Renormierungsschema) werden in der renormierten Ladung absorbiert. Die verbleibenden endlichen Korrekturterme verändern ebenfalls die Ladung, weisen aber eine explizite Abhängigkeit von der Renormierungsskala  $\mu$  auf.

Die Kopplungskonstante  $\alpha$  der endlichen Störungstheorie hängt damit nicht nur von der Renormierungsvorschrift ab, sondern auch von einem Parameter, der lediglich als Artefakt der Renormierungsprozedur auftritt und nicht direkt physikalisch motiviert werden kann. Aus der Forderung, dass physikalische Observablen invariant gegenüber einem Wechsel des Parametersatzes  $\{\mu, \alpha(\mu)\} \rightarrow \{\mu', \alpha(\mu')\}$  sein müssen, folgt ein allgemeiner funktionaler Zusammenhang zwischen der renormierten Kopplungskonstanten  $\alpha(\mu)$  und dem Matricelement  $\mathcal{M}$ , der als *Renormierungsgruppengleichung* bekannt ist:

$$\mu^2 \frac{d\mathcal{M}}{d\mu^2} = \left( \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) \mathcal{M} = 0 \quad (2.11)$$

Sie bringt zum Ausdruck, dass die  $\mu$ -Abhängigkeit von  $\mathcal{M}$  durch eine entsprechende Abhängigkeit der Kopplungskonstanten  $\alpha$  kompensiert werden muss. Gleichung (2.11) lässt sich als explizite Differenzialgleichung für  $\alpha_S(\mu)$  schreiben:

$$\mu^2 \frac{\partial \alpha(\mu^2)}{\partial \mu^2} = \beta(\alpha). \quad (2.12)$$

Die *Gell-Mann-Low- $\beta$ -Funktion* auf der rechten Seite ist störungstheoretisch berechenbar:

$$\beta(\alpha) = -\beta_0 \alpha^2 - \beta_1 \alpha^3 - \beta_2 \alpha^4 - \beta_3 \alpha^5 \dots \quad (2.13)$$

Die Koeffizienten  $\beta_i$  ( $i = 0 \dots \infty$ ) der Entwicklung ergeben sich durch Summation aller Schleifendiagramme, welche als Korrekturen in einer gegebenen Ordnung auftreten.  $\beta_0$  und  $\beta_1$  sind

vom Renormierungsschema unabhängig, hingegen  $\beta_2$  und alle höheren hängen von der benutzten Konvention ab.

Die Bedeutung der Skala  $\mu$  bei der Berechnung physikalischer Observablen ist seitens der Theorie nicht klar definiert. Sie wird häufig mit dem Impulsübertrag  $Q$  zwischen den wechselwirkenden Teilchen identifiziert und steht daher in Relation zur Abstandsskala, bei welcher der Prozess im Experiment beobachtet wird. Diese Sichtweise ermöglicht eine physikalische Interpretation der Renormierungsgruppengleichung, welche direkt zum Begriff der *laufenden Kopplungskonstanten* führt. Sie quantifiziert, auf welche Weise die Stärke der effektiven Kopplung  $\alpha_S(Q)$  mit der experimentellen Auflösung  $\propto 1/Q$  variiert.

#### 2.2.4 Laufende Kopplungskonstante und asymptotische Freiheit

Gleichung (2.11) besitzt allgemeine Gültigkeit für renormierbare Eichfeldtheorien. Die nicht-abelsche Struktur der QCD lässt eine von der QED gänzlich verschiedene Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von der Renormierungsskala  $\mu$  erwarten. In der anschaulichen Interpretation sind die fermionischen Schleifenkorrekturen, die als einzige für die Renormierung der QED verantwortlich sind, mit dem Auftreten virtueller Fermion-Antifermion-Paare verknüpft. Diese polarisieren das Vakuum und schirmen so die elektrische Ladung des beobachteten Teilchens partiell nach außen hin ab, sodass als Folge die effektive Ladung in der QED umgekehrt proportional zur Abstandsskala anwächst. In der QCD führt der durch Bildung von Quark-Antiquark-Paaren erzeugte Beitrag ebenfalls zu einer Abschirmung der Farbladung, jedoch besitzen die zusätzlich existierenden gluonischen Schleifen in der Summe einen ladungsverstärkenden Effekt, der den fermionischen Beitrag für ein Flavour überwiegt<sup>5</sup>. Quantitativ drücken sich die unterschiedlichen Beiträge durch ein entgegengesetztes Vorzeichen der entsprechenden Korrekturterme in der QCD- $\beta$ -Funktion aus. Die Koeffizienten  $\beta_i$  für die vier höchsten Ordnungen  $i = 0..3$  sind bekannt [67], die ersten drei lauten

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \frac{1}{12\pi} (33 - 2N_f) \\ \beta_1 &= \frac{1}{24\pi^2} (153 - 19N_f) \\ \beta_2 &= \frac{1}{3456\pi^3} (77139 - 15099N_f + 325N_f^2) \\ &\dots,\end{aligned}\tag{2.14}$$

wobei Quarkschleifen einen negativen Gesamtbeitrag proportional zur Zahl der aktiven Quarksorten  $N_f$  beisteuern, während die positiven Terme den gluonischen Beitrag für  $C_A = 3$  Farbfreiheitsgrade und  $C_F = 4/3$  repräsentieren. Für PETRA-Energien (12-47 GeV) wie auch für die höchsten bisher erreichten  $e^+e^-$ -Vernichtungsenergien am LEP-Speicherring ( $\approx 209$  GeV) gilt  $N_f = 5$ . Das Standardmodell sieht insgesamt sechs Flavour vor, der dominierende Koeffizient  $\beta_0$  zeigt aber an, dass die gluonische Ladungsanreicherung erst mit mindestens 17 Flavour kompensiert ist. Das dadurch bedingte negative Vorzeichen der  $\beta$ -Funktion führt zum Phänomen der *asymptotischen Freiheit* in der QCD, da mit wachsenden Impulsüberträgen  $Q$ , entsprechend kleineren Abstandsskalen, ein Abfallen der beobachteten Farbladung zu rechnen ist, bis diese im Grenzfall unendlich kleiner Abstände der Quarks voneinander schließlich ganz verschwindet:  $\lim_{Q \rightarrow \infty} \alpha_S(Q) = 0$ .

<sup>5</sup>Zur „Antiabschirmung“ tragen nur virtuelle Gluonen mit longitudinalem Polarisationszustand bei.

Berücksichtigt man alle Schleifenkorrekturen bis zur zweiten Ordnung (bis  $\beta_1$ ), so ergibt sich aus Gleichung (2.12) nach Separation der Variablen

$$\beta_0 \ln \left( \frac{\mu}{\mu'} \right)^2 = \frac{1}{\alpha_S(\mu)} - \frac{1}{\alpha_S(\mu')} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln \left( \frac{\alpha_S(\mu)}{\alpha_S(\mu')} \cdot \frac{\beta_0 + \beta_1 \alpha_S(\mu')}{\beta_0 + \beta_1 \alpha_S(\mu)} \right). \quad (2.15)$$

Nach Festlegung der Integrationskonstanten  $\mu'$  und  $\alpha_S(\mu')$  ist  $\alpha_S(\mu)$  eindeutig bestimmt. Gl. (2.15) findet in dieser Arbeit zweierlei Anwendung. Die Renormierungsskala wird aufgrund ihrer theoretischen Ambiguität in vielen QCD-Studien als freier Parameter der Theorie betrachtet und so variiert, dass sich die beste Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie ergibt. Die Kopplungskonstante  $\alpha_S(\mu^{\text{opt}})$  an der optimierten Skala  $\mu' = \mu^{\text{opt}}$  ist dann durch Gl. (2.15) in Relation zur Kopplungskonstanten  $\alpha_S(Q)$  an der vom Experiment vorgegebenen Prozessskala  $\mu = Q$  gesetzt. Auf der anderen Seite quantifiziert Gl. (2.15) das Laufen der Kopplungskonstanten  $\alpha_S(Q_1) \rightarrow \alpha_S(Q_2)$  zwischen zwei physikalischen Skalen und bietet somit die Möglichkeit, die QCD durch Vergleich gemessener  $\alpha_S$ -Werte bei unterschiedlichen Prozessenergien einem fundamentalen Test zu unterziehen. Die Frage nach der physikalischen Bedeutung der Renormierungsskala berührt nur den numerischen Wert der Kopplungskonstanten, ist aber für ihre Energieevolution irrelevant.

Aus Gl. (2.15) und den bekannten gemessenen  $\alpha_S$ -Werten bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  folgt, dass das Niederenergieverhalten der QCD nicht mehr mit Störungstheorie beschrieben werden kann, da die starke Kopplungskonstante im Bereich  $Q = \Lambda = \mathcal{O}(100 \text{ MeV})$  von der Größenordnung 1 wird und schließlich divergiert. Durch die Festlegung  $\Lambda^2 = \mu'^2 \exp(1/(\beta_0 \alpha_S(\mu')))$  kann das Laufen von  $\alpha_S$  auf einen den Gültigkeitsbereich der perturbativen QCD demonstrierenden Skala  $\Lambda$  fixiert werden, anstatt auf eine willkürliche Referenzskala  $\mu'$ , sodass aus Gl. (2.15) in niedrigster Ordnung (bis  $\beta_0$ ) folgt:

$$\alpha_S(Q) = \frac{1}{\beta_0 \ln Q^2 / \Lambda^2}. \quad (2.16)$$

Für Tests der Energieevolution der starken Kopplungskonstanten findet in dieser Arbeit die im  $\overline{\text{MS}}$ -Schema gerechnete Dreischleifennäherung [12]

$$\alpha_S(Q) = \frac{1}{\beta_0 L} - \frac{\beta_1 \ln L}{\beta_0^3 L^2} + \frac{1}{\beta_0^3 L^3} \left[ \frac{\beta_1^2}{\beta_0^2} (\ln^2 L - \ln L - 1) + \frac{\beta_2}{\beta_0} \right] \quad (2.17)$$

Anwendung, wobei  $L = \ln(Q/\Lambda_{\overline{\text{MS}}})^2$ . Bei den hier relevanten Energien ist die Vorhersage (2.17) von der Vierschleifenrechnung in [67] numerisch praktisch nicht zu unterscheiden.

Die als Landau-Pol bezeichnete Position der Divergenz  $\Lambda$  wird als ungefähre Trennlinie zwischen gebundenen und quasifreien Quarks interpretiert. Unterschiedliche Messungen liefern übereinstimmend Werte zwischen 200 und 300 MeV, was der typischen räumlichen Ausdehnung von Hadronen von 1 fm entspricht. Gl. (2.17) scheint das *Confinement* anzudeuten, da sich für  $Q \rightarrow \Lambda$  große Kopplungsstärken ergeben, welche die Quarks zum Einschluss in farbneutrale Hadronen zwingen. Eine strenge Schlussfolgerung ist jedoch unzulässig, da die Formel mit Mitteln der Störungstheorie abgeleitet wurde. Die experimentelle Evidenz für das Confinement basiert auf der bisher erfolglosen Suche nach freien Teilchen mit gebrochener elektrischer Ladung. Ein analytischer Beweis von Seiten der QCD steht allerdings bis heute noch aus. Das Confinement kann qualitativ mit einem Farbpotenzial erklärt werden, das bei großen Abständen zwischen den Quarks linear mit der Abstandsskala anwächst (z.B. [30]). Auf die Existenz eines derartigen Potenzials weisen Rechnungen hin, bei denen die Gleichungen der QCD durch den Übergang vom Raum-Zeit-Kontinuum zu einer diskreten endlichen Raumzeit approximiert werden („QCD auf dem Gitter“).

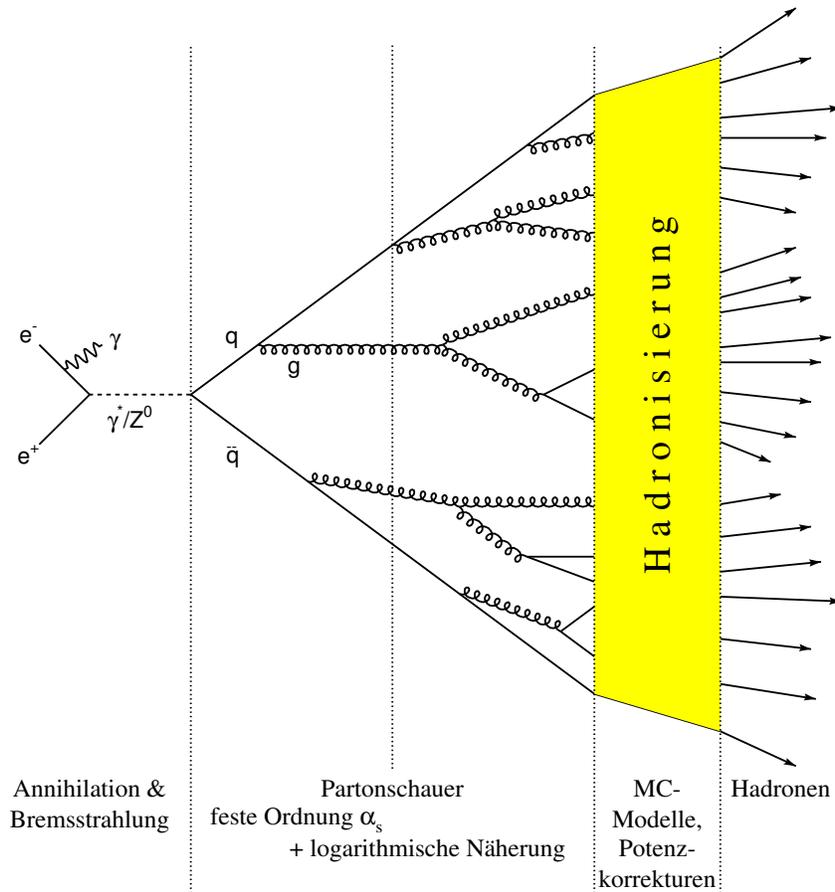


Abbildung 2.4: Entwicklung eines hadronischen Ereignisses in der  $e^+e^-$ -Annihilation.

## 2.3 QCD in der $e^+e^-$ -Annihilation

Hadronische Endzustände in  $e^+e^-$ -Annihilationen bilden ein ideales Umfeld für Tests der QCD. Der Anfangszustand der Reaktion ist vollständig bestimmt, und Effekte aufgrund der starken Wechselwirkung treten lediglich als in theoretischer und experimenteller Hinsicht gut handhabbare Korrektur eines 2-Parton-Endzustandes auf, im Gegensatz etwa zur Situation in der tiefinelastischen Lepton-Hadron Streuung oder in Hadronkollisionen. Die von zahlreichen Experimenten an den Beschleunigern CESR, BES, PEP, PETRA, TRISTAN, SLC und LEP gesammelten  $e^+e^-$ -Daten überdecken ein Energiespektrum von wenigen GeV bis hin zu 209 GeV und liefern so eine gute Basis für Studien zur Energieevolution der QCD und der starken Kopplungskonstanten. Der Prozess der  $e^+e^-$ -Vernichtung bis zum beobachtbaren hadronischen Endzustand ist in Abb. 2.4 schematisch dargestellt. Er kann unter rechentechnischen Gesichtspunkten in vier Teilschritte zerlegt werden [68].

### 2.3.1 Elektroschwache Quark-Antiquark-Produktion

Die Produktion des Quark-Antiquark-Paares geschieht über einen  $\gamma^*/Z^0$ -Austausch im s-Kanal. Abb. 2.5 zeigt den Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion in Abhängigkeit von der Vernichtungsenergie  $\sqrt{s}$ . Der Photonpropagator liefert für alle aktiven Quarkflavour  $f$  der elektrischen

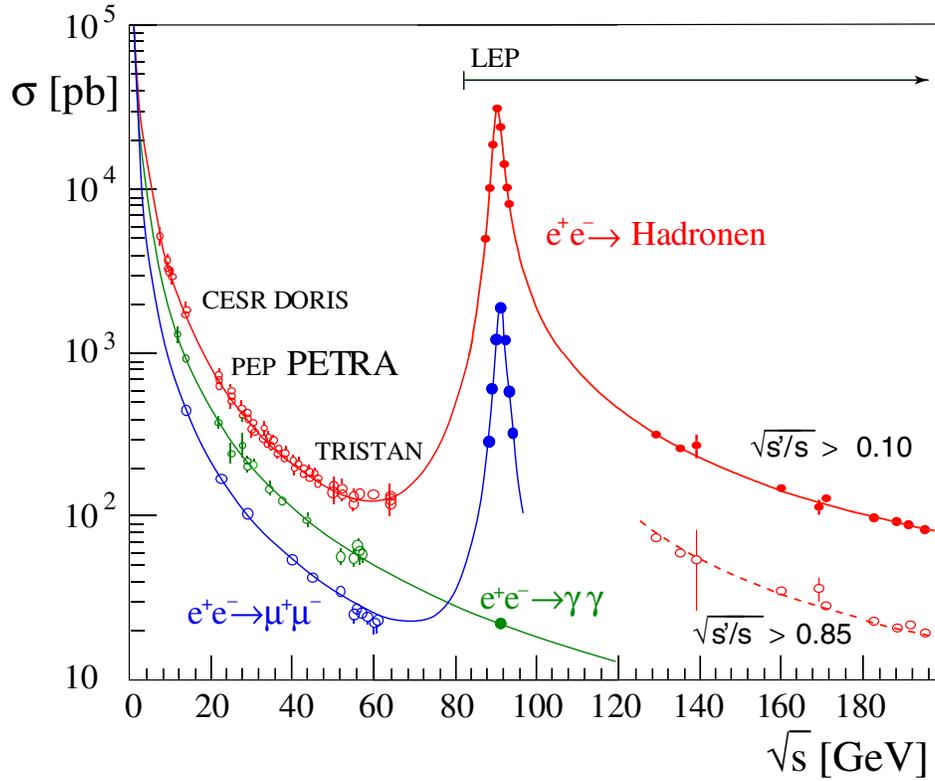


Abbildung 2.5: Wirkungsquerschnitte  $\sigma$  für einige Endzustände der  $e^+e^-$ -Vernichtung als Funktion der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  [69]. Gezeigt sind Datenpunkte (Symbole) von Experimenten an verschiedenen  $e^+e^-$ -Beschleunigern zusammen mit den Standardmodellerwartungen (inklusive Strahlungskorrekturen). Die oberste Kurve gibt den Verlauf für Reaktionen des Typs  $e^+e^- \rightarrow \gamma^*/Z^0 \rightarrow q\bar{q}(\gamma)$  wieder (ab  $\sqrt{s} \geq 133$  GeV zusätzlich in Abhängigkeit von zwei unterschiedlichen Schnitten auf die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s'}$  des  $e^+e^-$ -Systems exklusive Bremsstrahlungspotenten).

Ladung  $Q_f$  (in Einheiten der Elementarladung) unter Berücksichtigung aller Farbfreiheitsgrade in niedrigster Ordnung (Born-Niveau) einen Beitrag

$$\sigma_0(s) = \frac{4\pi\alpha}{s} \sum_f Q_f^2, \quad (2.18)$$

dem eine von der  $Z^0$ -Resonanz herrührende relativistische Breit-Wigner-Form überlagert ist,

$$\sigma_0(s) = \frac{12\pi s/M_{Z^0}^2}{(s - M_{Z^0}^2)^2 + (s\Gamma^2/M_{Z^0}^2)^2} \Gamma_{e^+e^-} \sum_f \Gamma_{f\bar{f}} \quad (2.19)$$

wobei  $\Gamma$  für die totale Zerfallsbreite des  $Z^0$ -Bosons steht. Die partiellen Zerfallsbreiten  $\Gamma_{f\bar{f}}$  enthalten die Quarkkopplungen  $\propto G_F[(T_f^{(3)} - 2Q_f \sin^2 \Theta_W)^2 + (T_f^{(3)})^2]$  als Funktion der Fermikonstanten  $G_F$ , der dritten Komponente des schwachen Isospins  $T_f^{(3)}$  (siehe Tab. 2.1) und des elektroschwachen Mischungswinkels  $\Theta_W$  (der erste quadratische Term repräsentiert die Vektor-, der zweite die Axialvektorkomponente der elektroschwachen Kopplung).

Für PETRA-Daten ist die  $Z^0$ -Amplitude unterdrückt. Aufgrund des elektromagnetischen Beitrags (2.18) fällt der hadronische Wirkungsquerschnitt zwischen  $\sqrt{s} = 14$  und  $44$  GeV rapide

von etwa 2 nb auf 0.2 nb ab. Prozesse mit Bremsstrahlungsfotonen im Anfangszustand reduzieren die vom Beschleuniger bereitgestellte Schwerpunktsenergie des  $e^+e^-$ -Systems und sind aufgrund des steilen Verlaufs von  $\sigma$  bei kleinen Schwerpunktsenergien begünstigt, gleichzeitig aber unterdrückt durch die zusätzliche elektromagnetische Kopplung  $\mathcal{O}(\alpha)$ .

Der relative Anteil der auftretenden Quarkflavour wird im Wesentlichen durch Gl. (2.18) diktiert und ist für alle PETRA-Energien nahezu konstant (je etwa 36% u- und c-Quarks und 9% d-, s- und b-Quarks). Bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  werden Schwelleneffekte bedeutsam, welche die relative Produktionsrate von  $b\bar{b}$ -Paaren näherungsweise um einen Faktor  $\propto \sqrt{1 - 4m_b^2/s}$  auf 6%-7% reduzieren (bei einer angenommenen b-Quark-Masse von  $m_b = 4.0$  bis  $4.4 \text{ GeV}$  [12]).

### 2.3.2 Gluonstrahlung und Partonschauer

Die starke Wechselwirkung tritt über die Abstrahlung von reellen oder virtuellen Gluonen durch die primären Quarks in Erscheinung, wobei durch sukzessive Gluonemissionen und -splittings eine Kaskade sekundärer Partonen erzeugt wird (Abb. 2.4). Die Prozesse können im Rahmen der perturbativen QCD behandelt werden, wobei zwei unterschiedliche Rechenansätze existieren:

#### *Vollständige Störungsrechnung zur festen Ordnung $\alpha_S$*

Diese basiert auf der Evaluation der Feynman-Diagramme zu einer gegebenen Ordnung  $\alpha_S$ , wie etwa die in Abb. 2.3 dargestellten Beiträge für Partonendzustände der Form  $q\bar{q}$ ,  $q\bar{q}g$  in  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  und  $q\bar{q}$ ,  $q\bar{q}g$ ,  $q\bar{q}gg$  und  $q\bar{q}q'\bar{q}'$  in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ . In niedrigster Ordnung lautet der differenzielle Wirkungsquerschnitt für die Produktion von drei Partonen  $q\bar{q}g$  (siehe z.B. [35]) bei Vernachlässigung der Quarkmassen

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{d^2\sigma}{dx_q dx_{\bar{q}}} = C_F \frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \quad (2.20)$$

mit  $x_{q,\bar{q}} = 2E_{q,\bar{q}}/\sqrt{s}$  den skalierten Energien der beiden primären Quarks und  $\sigma_0$  dem Wirkungsquerschnitt für die  $q\bar{q}$  Produktion auf Born-Niveau, Gl. (2.18) und (2.19). Die Abstrahlungswahrscheinlichkeit für ein Gluon ist durch die starke Kopplungskonstante  $\alpha_S$  gegeben.

Die Singularitäten in (2.20) bei  $x_q, x_{\bar{q}} = 1$  sind mit der Emission beliebig niederenergetischer („weicher“) oder kollinearere Gluonen verknüpft (*infrarote* bzw. *kollineare* Divergenz). Bei der Integration über den Phasenraum müssen die divergenten Stellen ausgeschnitten werden, was die unvollständige Auswertung des Matrixelementes zu einer gegebenen Ordnung zur Folge hat. Hierbei muss gegebenenfalls unter Zuhilfenahme eines Auflösungskriteriums eine im kollinearen oder infraroten Grenzfall entartete Partonkonfiguration zu einem Parton kombiniert werden. Für  $\alpha_S$ -Studien ist es essenziell, dass man auf *infrarotsichere* QCD-Observablen als Maß für  $\alpha_S$  zurückgreifen kann, die von dieser Problematik unberührt sind (siehe Abschnitt 5.1).

Heutige QCD-Studien favorisieren die exakten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Matrixelemente nach Ellis, Ross und Terzano (ERT [35]) mit maximal vier masselosen Partonen im Endzustand, die auch die Grundlage für störungstheoretische Aussagen in der vorliegenden Arbeit bilden. Die Einbindung von Partonmassen bis  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  ist unlängst durch die Arbeiten in [70–72] gelungen.  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ -Korrekturen für 3- und 4-Parton-Konfigurationen sind teilweise berechnet worden (z.B. [73–75]), ebenso Korrekturen führender Ordnungen für Endzustände mit fünf [76–79] und sechs [80, 81] Partonen. Vollständige und exakte Störungsrechnungen für hadronische Endzustände in  $e^+e^-$ -Reaktionen in höherer als zweiter Ordnung  $\alpha_S$  sind jedoch immer noch nicht verfügbar.

*Näherungsweise Partonschauerrechnungen in allen Ordnungen  $\alpha_S$*

Alternative Ansätze zur Behandlung der Singularitäten der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen zielen darauf ab, in den kritischen Bereichen des Phasenraums nahe der Divergenzen alle Ordnungen in  $\alpha_S$  näherungsweise zu berücksichtigen. Andere Teile des Phasenraums, insbesondere Bereiche harter Gluonabstrahlung, werden dabei vernachlässigt, sodass zu den Rechnungen mit exaktem Matrixelement bereits in erster Ordnung Unterschiede auftreten.

Im Rahmen der *Resummation* werden die von einem Mutterparton ausgehenden sukzessiven Abstrahlungen von Gluonen als eine *probabilistische* Verknüpfung von Teilprozessen formuliert. Der Ordnungsparameter der Entwicklung hat typischerweise die Form  $\alpha_S^n (\ln 1/M^2)^m$ , in dem neben  $\alpha_S$  ein Kaskadenparameter, etwa die virtuelle Masse  $M$  des Mutter-Tochter-Partonsystems, in Erscheinung tritt. Es existieren unterschiedliche Resummationsschemata zur Behandlung der auftretenden logarithmischen Terme (z.B. *Leading-Logarithmic Approximation* LLA, *Next-to-Leading-Log Approximation* NLLA [82], *Modified Leading-Log Approximation* MLLA [83, 84]). In vielen Monte-Carlo-Generatoren wird eine LLA-Kaskade auf eine initiale Partonkonfiguration aufgesetzt. Die Wahrscheinlichkeit  $\mathcal{P}$  für einen Abstrahlungsprozess ( $a \rightarrow bc$ ) innerhalb einer kleinen Änderung  $d \ln t$  hängt hierbei von der aktuellen Kopplung  $\alpha_S(\mu)$  bei einer den Prozess charakterisierenden Skala  $\mu$  und dem auf das Tochterteilchen  $b$  übertragenen Impulsbruchteil  $z = x_b/x_a$  ab. Sie wird durch die bekannte Altarelli-Parisi-Gleichung [85] angegeben zu

$$\frac{d\mathcal{P}}{d \ln t} = \int dz \frac{\alpha_S(\mu)}{2\pi} P_{a \rightarrow bc}(z), \quad (2.21)$$

mit  $t = M^2/\Lambda_{\text{LLA}}^2$  als Entwicklungsparameter der Kaskade, z.B. die skalierte virtuelle Masse des Mutterpartons ( $\Lambda_{\text{LLA}}$  hat hierbei eine ähnliche Bedeutung wie  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ , im Allgemeinen aber einen davon abweichenden Zahlenwert.). Die Splittingfunktionen  $P_{a \rightarrow bc}$  für die in Abb. 2.1 dargestellten fundamentalen Partonverzweigungen ( $q \rightarrow qg$ ,  $q \rightarrow gg$ ,  $g \rightarrow gg$ ) in  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  lauten in führender Ordnung [6]

$$\begin{aligned} P_{q \rightarrow qg} &= C_F \frac{1+z^2}{1-z} \\ P_{g \rightarrow gg} &= 2C_A \frac{1-z(1-z^2)}{z(1-z)} \\ P_{g \rightarrow qq} &= T_F(z^2 + (1-z)^2). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Eine untere Grenze  $Q_0 \gg \Lambda_{\text{LLA}}$  in der Virtualität der Partonen erzwingt, dass die Berechnung der Kaskade noch innerhalb des Gültigkeitsbereichs der perturbativen QCD abbricht.

Berücksichtigt man zusätzlich zu den führenden Logarithmen in der Entwicklung auch zweifach-logarithmische Terme (z.B. NLLA), so zeigen sich Interferenzeffekte zwischen den abgestrahlten Gluonen [86]. Neben der Unterdrückung weicher Gluonen hat dies zur Folge, dass im Mittel die Winkel, unter denen die Gluonen abgestrahlt werden, entlang der Kaskade abnehmen.

Die Resummation ist teilweise komplementär zu den Rechnungen in fester Ordnung  $\alpha_S$ . In der Praxis, sowohl in Monte-Carlo-Modellen als auch in analytischen Vorhersagen, werden die Vorzüge beider Rechenmethoden kombiniert, um sinnvolle störungstheoretische Aussagen über einen möglichst großen Phasenraumbereich der Partonkonfiguration machen zu können. Entsprechende kombinierte Vorhersagen ( $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA) für einige QCD-Observablen werden in Kapitel 6 diskutiert.

### 2.3.3 Fragmentation in Hadronen

Nachdem im Verlauf des Schauers die Restenergien der Gluonen und Quarks den Confinementbereich erreicht haben, vollzieht sich die Fragmentation der Partonen in farbneutrale Bindungszustände, den Hadronen. In dieser Phase verlieren die theoretischen Näherungen ihre Gültigkeit. Die Hadronisierung lässt sich bis heute nicht streng auf die Postulate der QCD zurückführen, sondern kann nur mit Hilfe von phänomenologischen Modellen beschrieben werden, die anhand physikalisch motivierter Annahmen die kinematischen Eigenschaften der Partonen auf die Hadronen übertragen.

Ein wichtiger Leitfaden bei der Formulierung solcher Modelle ist das Konzept der *Lokalen Parton-Hadron-Dualität* [87, 88] (LPHD). Es besagt, dass Viererimpulse und Quantenzahlen —unabhängig von der Energieskala des primären harten QCD-Prozesses— bei kleinen Virtualitäten von der Größenordnung der Hadronmassen lokal von Partonen auf Hadronen übertragen werden, sodass die Ereignisstruktur auf Partonebene den Hadronen erkennbar aufgeprägt ist. Diese Annahme wird dadurch gestützt, dass die perturbative QCD auch bis hin zu kleinen Energieskalen zu funktionieren scheint. LPHD ist verknüpft mit dem *Preconfinement*-Charakter [89] der QCD, also der Eigenschaft, dass sich die Partonen der Theorie am Ende des Schauers lokal in Farbsingulettzuständen organisieren.

Ein auf LPHD basierendes Hadronisierungsmodell stellt das longitudinale Phasenraummodell („tube“-Modell [90, 91]) dar, im dem farbverknüpfte Paare von Partonen Hadronen innerhalb schlauchförmiger Bereiche des Rapiditäts-Impulsraumes produzieren. Dieser recht allgemein gehaltene Ansatz erklärt bereits qualitativ Hadronisierungseffekte bei QCD-Observablen, weshalb sich eine nähere Betrachtung lohnt. Die Rapidität  $y = \frac{1}{2} \ln[(E^{\text{had}} + p_1^{\text{had}})/(E^{\text{had}} - p_1^{\text{had}})]$  ist durch die Energie  $E^{\text{had}}$  des Hadrons und die Impulskomponente  $p_1^{\text{had}}$  parallel zur ursprünglichen Partonrichtung gegeben. Wie in Abb. 2.6 illustriert, wird durch die Hadronisierung eine transversale Impulskomponente  $p_t$  generiert. Bei einer gegebenen Hadrondichteverteilung  $\rho(p_t)$  folgt mit  $E^{\text{had}} = m^{\text{had}} \cosh y$  und  $p^{\text{had}} = m^{\text{had}} \sinh y$  für Gesamtenergie und -impuls des Schlauchs der Gesamtrapidität  $Y \gg 1$

$$\begin{aligned} E &= \int_0^Y dy d^2 p_t \rho(p_t) p_t \cosh y = \lambda \sinh Y \\ P &= \int_0^Y dy d^2 p_t \rho(p_t) p_t \sinh y = \lambda (\cosh Y - 1) \approx E - \lambda, \end{aligned} \quad (2.23)$$

wobei  $\lambda = \int d^2 p_t \rho(p_t) p_t$  die typische Hadronisierungsskala angibt. Die Hadronisierung liefert somit z.B. für die skalierte invariante Masse einer ursprünglichen 2-Partonkonfiguration der Energie  $Q = 2E$  einen Beitrag

$$\left\langle \frac{M^2}{Q^2} \right\rangle_{\text{had}} = \frac{E^2 - P^2}{Q^2} \simeq \frac{\lambda}{Q}. \quad (2.24)$$

Diese und ähnliche Abschätzungen für andere QCD-Observablen zeigen, dass Hadronisierungseffekte mit Korrekturen der perturbativen Vorhersagen einhergehen, die proportional zu Potenzen der reziproken Prozessenergie sind.

Analytische Ansätze zur Beschreibung der Hadronisierung zielen darauf ab, möglichst viele Informationen von der perturbativen Theorie zu gewinnen. Zu nennen sind hier beispielsweise der *Renormalonansatz* (z.B. [93–95]), der QCD-Vakuumpolarisationsgraphen in hoher Ordnung

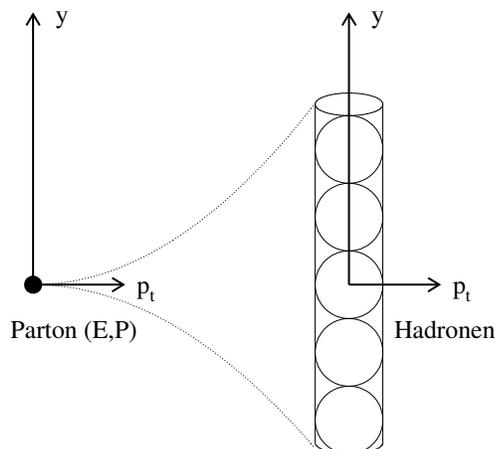


Abbildung 2.6: Im „tube“-Modell [91] werden Hadronen in einem schlauchartigen Bereich des Phasenraums erzeugt, der durch die Rapidity  $y$  der Hadronen und eine durch die Hadronisierung generierte Transversalimpulsverteilung  $p_t$  charakterisiert ist. Dieser Ansatz liefert eine einfache qualitative Erklärung für Energiepotenzkorrekturen bei QCD-Observablen. (Darstellung angelehnt an [92].)

Störungstheorie behandelt, und ein als *dispersiver Ansatz* [42–46] bekanntes phänomenologisches Modell, das spezielle Annahmen über die starke Kopplung bei kleinsten Skalen macht. Auch hier treten potenzartige Korrekturen der perturbativen Rechnung auf. Nichtperturbative Vorhersagen für QCD-Observablen basierend auf dem dispersiven Ansatz sind Gegenstand von Kapitel 7.

Daneben existieren etliche Monte-Carlo-Programme zur Modellierung der Hadronisierung. Eine der ersten und zugleich einfachsten Ansätze zu Generierung von Hadronen stellt das von Field und Feynman formulierte Schema der *unabhängigen Fragmentation* [96] dar, in dem die Partonen bezüglich ihrer Farbladung völlig unkorreliert voneinander in Hadronen übergehen. Die Idee ist z.B. im Programm COJETS [97] realisiert. Zu den populärsten Modellen zählt das *String-Fragmentationsmodell* [30], das mit der feldtheoretisch motivierten Einführung eines zwischen den Partonen verlaufenden Farbfeldes als Ursprung von Hadronen auf eine physikalisch solidere Basis steht. Dieses Konzept ist in zahlreichen Programmen implementiert, z.B. JETSET [98] und ARIADNE [99]. Das Modell der *Clusterfragmentation* [100, 101] hingegen motiviert sich insbesondere aus dem Preconfinement-Charakter der QCD. Es findet in HERWIG [102] Verwendung.

## 2.4 Monte-Carlo-Modelle

Der Übergang von einer in der  $e^+e^-$ -Annihilation generierten Partonkonfiguration über die Ebene experimentell rekonstruierbarer Hadronen bis hin zum eigentlichen messbaren Detektorsignal umfasst eine Vielzahl teils komplexer Teilprozesse, die in ihrer Gesamtheit analytisch nicht mehr erfassbar sind. Daher ist ein direkter Vergleich von QCD-Vorhersagen mit dem Experiment nicht möglich. Einen Ausweg bieten Programme, die mit Monte-Carlo-Methoden Ereignisse auf den unterschiedlichen Prozessebenen anhand von Wahrscheinlichkeitsverteilungen generieren, die von der jeweils relevanten Theorie oder Modellvorstellung diktiert sind. Auf diese

Weise lässt sich etwa der Einfluss von Fragmentation und Detektoreffekten auf perturbativ berechenbare QCD-Vorhersagen studieren und ein statistischer Zusammenhang zwischen Partonen, Hadronen und Detektorsignal ableiten. In der Praxis sind damit zwei Anwendungen verknüpft: Einerseits können die vollständig simulierten Daten auf Detektorniveau denselben Analyseschritten wie den Messdaten unterworfen werden und so die Qualität der zugrunde liegenden Modelle getestet werden. Andererseits können die Messverteilungen mit Hilfe unterschiedlicher Entfaltungstechniken auf die begrenzte Auflösungs- und Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors sowie gegebenenfalls auf Hadronisierungseffekte korrigiert werden.

Monte-Carlo-Programme bilden eine geeignete Plattform zur Implementation phänomenologischer Fragmentationsmodelle. Sie dienen in klassischen QCD-Studien als wichtige Hilfsmittel zur Abschätzung nichtperturbativer Effekte. Viele Modelle hängen von einer mehr oder weniger großen Zahl von Parametern ab, deren Werte von der Theorie nicht festgelegt sind, sondern experimentell bestimmt werden müssen. Daher werden Analysen, die von expliziten Annahmen über nichtperturbative Einflüsse abhängen, mit mehreren alternativen Ansätzen zur Beschreibung der Hadronisierung durchgeführt.

In der vorliegenden Arbeit kommen die Programmversionen PYTHIA 5.7/JETSET 7.4 [98, 103], HERWIG 5.9 [102] und ARIADNE 4.08 [99] zur Modellierung des Partonschauers und der Fragmentation zum Einsatz. Es werden die Parametereinstellungen aus einer früheren Anpassung der jeweiligen Modellvorhersagen an  $e^+e^-$ -Daten des OPAL-Experiments [104] bei  $\sqrt{s}=M_{Z^0}$  benutzt. Die Anpassungsprozeduren für diese Generatoren sind in [105–107] ausführlich dokumentiert. Weiterhin findet eine zur Beschreibung der JADE-Daten optimierte ältere Version JETSET 6.3 [108, 109] Anwendung, die sich bei PETRA-Energien bewährt hat (siehe z.B. [110, 111]). Alternativ wird auch das Programm COJETS 6.23 [97] mit den von den Autoren in [112] abgestimmten Modellparametern verwendet. Eine Übersicht über die bei LEP durchgeführten Optimierungen der genannten Generatoren findet sich z.B. in [86].

### 2.4.1 PYTHIA/JETSET

Die Ereignisgenerierung startet mit der  $q\bar{q}$ -Produktion bei wahlweiser Berücksichtigung von elektromagnetischer Bremsstrahlung im Anfangszustand. JETSET benutzt die Rechnungen in [113] zur Produktion von maximal einem Bremsstrahlung photon pro Ereignis, während PYTHIA im Rahmen eines NLLA-Ansatzes für QED-Beiträge eine realistischere Simulation des Bremsstrahlungsspektrums mit mehreren Photonen im Endzustand [114] liefert. Bei PETRA-Energien treten lediglich die fünf leichtesten Quarkflavour in Erscheinung.

Die Produktion von Partonen basiert auf der in Abschnitt 2.3.2 angedeuteten LLA-Kaskade für die Prozesse  $q \rightarrow qg$ ,  $g \rightarrow gg$  und  $q \rightarrow q\bar{q}$ . Dieser Formalismus wird in den meisten Analysen gegenüber der ebenfalls in den Programmen verfügbaren Matrixelement-Option bevorzugt, da er eine höhere Zahl von Partonen generiert (bei  $\sqrt{s} = 35$  GeV durchschnittlich 7 pro Ereignis) als  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen und daher näher an der Zahl der beobachteten Hadronen liegt. Allerdings sind die LLA-Rechnungen nicht zur Beschreibung der Emission harter Gluonen bei großen Winkeln geeignet, sodass eine Gewichtung der Wahrscheinlichkeit für die Abstrahlung des ersten Gluons in der Kaskade vorgenommen wird, um das  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Matrixelement angemessen zu berücksichtigen. Die Kopplungskonstante  $\alpha_S(\mu)$  läuft während des Partonschauers gemäß der Einschleifennäherung (2.16) mit  $\mu \simeq p_t$ , dem Transversalimpuls. Kohärenzeffekte höherer Ordnung werden durch eine entlang der Kaskade erzwungene Winkelordnung aufeinander folgender Gluonabstrahlungen angenähert. Die Partonkaskade endet, wenn die virtuelle Masse der

schauenden Partonen eine untere Schranke  $Q_0 = \mathcal{O}(1 \text{ GeV})$  erreicht hat.

Die Fragmentation in Hadronen wird durch das String-Modell [30] beschrieben. Hierbei wird angenommen, dass das Farbfeld zwischen den Quarks innerhalb einer Flussröhre („String“) von begrenzter transversaler Ausdehnung  $\mathcal{O}(1 \text{ fm})$  verläuft. Es wird ein Potenzial der Form  $V(r) \sim \frac{k}{r} + \kappa r$  angenommen, das bei großen Abständen  $r$  der Quarks voneinander eine konstante Stringspannung  $\kappa \approx 1 \text{ GeV/fm}$  liefert. Ein Gluon stellt in diesem Bild eine lokale transversale Anregung des Strings dar. Beim Auseinanderstreben der Partonen kann der String unter Bildung eines neuen Quark-Antiquark-Paares aufbrechen, sodass sich zwei separate Strings ausbilden. Hierbei sind Energie, Impuls und Farbladung lokal erhalten. Der Prozess setzt sich solange fort, wie die Restenergie des Strings ausreicht, ihn erneut aufbrechen zu lassen. Aus Quark-Antiquarks bestehende Farbsingulettzustände werden zu Mesonen kombiniert. Die Produktion von Baryonen geschieht über die Generierung von Diquark-Antidiquark-Paaren beim Aufbrechen des Strings.

Die Hadronisierung beginnt ab der durch den Abschneideparameter  $Q_0$  markierten Massenskala und wird nachfolgend durch Fragmentationsfunktionen (FF) für verschiedene Quarkflavour reglementiert. Dabei handelt es sich um Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen  $f(z)$  für den Energie-Longitudinalimpulsbruchteil

$$z = \frac{(E + p_{\parallel})^{\text{Hadron}}}{(E + p)^{\text{Quark}}}, \quad (2.25)$$

der von einem primären Quark und dem mit diesem verknüpften aufbrechenden String auf das kreierte Hadron übertragen wird. In PYTHIA/JETSET wird die „symmetrische Lund-Fragmentationsfunktion“ [30]

$$f_{\text{Lund}}(z) = \frac{1}{z} (1 - z)^a \exp\left(\frac{-bm_t^2}{z}\right) \quad (2.26)$$

verwendet, wobei  $a$  und  $b$  freie Konstanten bezeichnen. Die so genannte transversale Masse  $m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2}$  des Hadrons ergibt sich aus seiner Masse  $m$  und der Impulskomponente  $p_t$  transversal zur Richtung des ursprünglichen Quarks. Für die Fragmentation der schweren Quarks  $f = c, b$  findet vorzugsweise die Peterson-Fragmentationsfunktion [115]

$$f(z) = \frac{1}{z} \left(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon_f}{1 - z}\right)^{-2} \quad (2.27)$$

mit den flavourabhängigen Konstanten  $\epsilon_f$  Anwendung. Den transversalen Impulsen wird eine Gaußform der Breite  $\sigma_q$  zugrunde gelegt.

Im Anschluss an die Fragmentation zerfallen die instabilen Hadronen nach gemessenen oder theoretisch abgeschätzten Zerfallsraten und Verzweigungsverhältnissen<sup>6</sup>. Zu diesem Zweck enthält JETSET eine detaillierte und umfangreiche Zerfallstabelle, die häufig auch von anderen Ereignisgeneratoren verwendet wird. Die Zerfallsdaten insbesondere stark zerfallender Hadronen, die schwere Quarks beinhalten, sind nicht immer bekannt. In diesem Falle wird angenommen, dass das schwere Quark über die schwache Wechselwirkung in leichtere zerfällt, welche sich dann gemäß des erläuterten Fragmentationsschemas zu Hadronen formieren. Bei Mehrkörperzerfällen wird üblicherweise das „Spectatormodell“ zugrunde gelegt, bei dem die nicht an einer Wechselwirkung beteiligten Quarks eines Hadrons ignoriert werden.

<sup>6</sup>Die Definition der Teilchenstabilität hängt vom Verwendungszweck der Simulation ab. Im Rahmen der Ereignisgenerierung für eine Detektorsimulation dient z.B. die mittlere freie Weglänge  $c\tau$  im Verhältnis zu den Abmessungen des Detektors als Kriterium. Für den JADE-Detektor gelten alle Teilchen mit einer Lebensdauer  $\tau > 10^{-10} \text{ s}$  als stabil.

	JETSET 7.4 (OPAL [106])	JETSET 6.3 (JADE [111])
$\mathcal{P}(qq)/\mathcal{P}(q)$	PARJ(1) = 0.085	PAR(1) = 0.1
$\mathcal{P}(s)/\mathcal{P}(u)$	PARJ(2) = 0.31	PAR(2) = 0.30
$(\mathcal{P}(us)/\mathcal{P}(ud))/(\mathcal{P}(s)/\mathcal{P}(d))$	PARJ(3) = 0.45	PAR(3) = 0.40
$1/3 \cdot \mathcal{P}(S=1)_{ud}/\mathcal{P}(S=0)_{ud}$	PARJ(4) = 0.025	PAR(4) = 0.05
$\mathcal{P}(S=1)_{d,u}$	PARJ(11) = 0.6	PAR(8) = 0.5
$\mathcal{P}(S=1)_s$	PARJ(12) = 0.4	PAR(9) = 0.6
$\mathcal{P}(S=1)_{c,b}$	PARJ(13) = 0.72	PAR(10) = 0.75
$\mathcal{P}(S=0, L=1, J=1)_f$	PARJ(14) = 0.43	—
$\mathcal{P}(S=1, L=1, J=0)_f$	PARJ(15) = 0.08	—
$\mathcal{P}(S=1, L=1, J=1)_f$	PARJ(16) = 0.08	—
$\mathcal{P}(S=1, L=1, J=2)_f$	PARJ(17) = 0.17	—
$\Lambda_{LLA}$ [GeV]	PARJ(81) = 0.25	PARE(21) = 0.4
$Q_0$ [GeV]	PARJ(82) = 1.9	PARE(22) = 1.0
$\sigma_q$ [GeV]	PARJ(21) = 0.4	PAR(12) = 0.3
$a$	PARJ(41) = 0.11	PAR(31) = 0.5
$b$ [GeV <sup>-2</sup> ]	PARJ(42) = 0.52	PAR(32) = 0.9
$\epsilon_c$	PARJ(54) = -0.031	PAR(44) = -0.05
$\epsilon_b$	PARJ(55) = -0.0038	PAR(45) = -0.01

Tabelle 2.2: Die wichtigsten Modellparameter des JETSET-Generators mit Partonschaueroption. Der an OPAL-Daten angepasste Parametersatz für die Version 7.4 ist den optimierten Werten früherer JADE-Analysen für die Vorgängerversion 6.3 gegenübergestellt. Erläuterungen siehe Text.

Die wichtigsten JETSET-Parameter für die Versionen 6.3 und 7.4 sind in Tab. 2.2 zusammengefasst. Im Kern unterscheiden sich beide Programme nur unwesentlich. Die neuere Version enthält einige wichtige Weiterentwicklungen, insbesondere die Einbeziehung von Photonabstrahlung im Endzustand, eine erhebliche Erweiterung der Zerfallstabellen, die Einführung von Mesonenmultipletts mit Bahndrehimpuls  $L=1$  und — in Kombination mit PYTHIA — eine verbesserte Bremsstrahlungssimulation im Anfangszustand der  $e^+e^-$ -Vernichtung [103]. Die Messung der Impulsspektren und Produktionsraten von Teilchen mit schwerem Flavour und von angeregten Zuständen war mit hinreichender Präzision erst nach Ende von PETRA möglich und hat gegenüber dem Kenntnisstand zu PETRA-Zeiten zu einer Änderung bzw. Einführung von *Ad-hoc*-Parametern geführt. Zu diesen zählen Unterdrückungsfaktoren für Diquark-, s-Quark- und s-Diquark-Produktion ( $\mathcal{P}(qq)/\mathcal{P}(q)$ ,  $\mathcal{P}(s)/\mathcal{P}(u)$ ,  $(\mathcal{P}(us)\mathcal{P}(ud))/(\mathcal{P}(s)/\mathcal{P}(d))$ ), Wahrscheinlichkeiten für die Produktion von Vektormesonen ( $\mathcal{P}(S=1)_f$  für Spin=1-Mesonen vom Flavour  $f$ ) und von  $L=1$ -Multipletts ( $\mathcal{P}(L=1, S=0\dots 1, J=0\dots 2)_f$  für verschiedene Kombinationen von Spin  $S$  und Gesamtdrehimpuls  $J$ ) [106], siehe Tab. 2.2. Dieses hat auch zu einer Modifizierung der optimierten Werte für die eigentlichen Partonschauer- und Fragmentationsparameter Anlass gegeben. Als Folge fällt der Einfluss der Fragmentation auf die Ereignistopologie bei der OPAL-Optimierung größer aus als bei der JADE-Optimierung. Die LLA-Kaskade bricht in der neueren Version schon bei  $Q_0 = 1.9$  GeV ab bei gleichzeitig reduzierter Gluonabstrahlwahrscheinlichkeit ( $\Lambda_{LLA} = 250$  MeV), während in der alten Einstellung der perturbativen Theorie mehr Raum bei der Entwicklung des hadronischen Endzustandes eingeräumt wird ( $Q_0 = 1$  GeV,  $\Lambda_{LLA} = 400$  MeV). Dafür ist der Einfluss der Hadronisierung auf die Transversalität des Ereignisses bei der neueren Version größer ( $\sigma_q = 400$  MeV bei OPAL gegenüber  $\sigma_q = 300$  MeV bei JADE).

## 2.4.2 ARIADNE

Der ARIADNE-Generator enthält eine alternative Implementation der Partonkaskade, welche auf dem Farbdipolformalismus [116, 117] basiert. Die Generierung von  $q\bar{q}$ -Paaren inklusive Bremsstrahlungsphotonen im Endzustand sowie die Simulation der Hadronisierung und des Zerfalls von Teilchen ist in der vorliegenden Version weitgehend mit der Modellierung in PYTHIA/JETSET identisch.

Im Farbdipolmodell wird ein Gluon als Manifestation der Abstrahlung eines Farbfeldes zwischen Partonpaaren aufgefasst, analog zur elektromagnetischen Dipolstrahlung, und nicht als Folge eines Verzweigungsprozesses, der nur von einem Parton ausgeht. Das ursprünglich produzierte  $q\bar{q}$ -Paar ist der initiale Farbdipol, der durch Gluonemission in zwei unabhängige Farbdipole  $qg$ ,  $g\bar{q}$  aufgeteilt wird, die ihrerseits die Quelle sekundärer Gluonen sind. Der Beitrag des initialen Farbdipols ist in der Folge unterdrückt und wird vernachlässigt. Die Abstrahlung von  $n$  Gluonen ist somit mit einer Kette von  $n$  voneinander unabhängigen Farbdipolen verknüpft. Die Bildung von Quark-Antiquark-Paaren durch die Gluonen des Partonschauers wird in diesem Bild nicht unterstützt. Der Prozess  $g \rightarrow q\bar{q}$  wird daher in das Modell durch Berücksichtigung des entsprechenden QCD-Matrixelements  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  integriert. Photonabstrahlung  $q \rightarrow q\gamma$  wird im gleichen Schema durch die Behandlung des primären Quarkpaares als elektromagnetischer Dipol behandelt.

Der Transversalimpuls  $p_t$  ist die relevante Skala für das Laufen der starken Kopplung  $\alpha_S(\mu)$  und zugleich Ordnungsparameter der Partonkaskade. Nach jeder Verzweigung wird die nachfolgende Gluonabstrahlung oder der dazu konkurrierende Prozess des Gluonsplittings vom Farbdipol mit dem höchsten  $p_t$  initiiert. Dadurch ist die aus Kohärenzeffekten resultierende Winkelordnung automatisch erfüllt. Der Partonschauer endet nach Erreichen einer unteren Grenze für  $p_t$ . Der Farbdipolformalismus beinhaltet keine Kleinwinkelnäherung für die Gluonabstrahlung und vermag, im Gegensatz zur LLA-Kaskade, auch harte Gluonemission zu beschreiben. Es erweist sich, dass das Modell für kleine  $p_t$  die für die LLA-Kaskade relevanten Altarelli-Parisi Splitting-Funktionen (2.22) korrekt wiedergibt [99].

Die wichtigsten Modellparameter für ARIADNE sind die untere Grenze für  $p_t$  und der Abschneideparameter  $\Lambda_{\text{QCD}}$  für die laufende Kopplungskonstante. Im Unterschied zu PYTHIA/JETSET findet für schwere Quarks  $f=c$ ,  $b$  eine modifizierte Form der symmetrischen FF (2.26),

$$f(z) = z^{-bm_f^2} f_{\text{Lund}}(z) \quad (2.28)$$

nach Bowler [118] Anwendung. Die Parameterwerte stammen aus einer älteren OPAL-Optimierung [105] (Tab. 2.3).

ARIADNE 4.08 (OPAL [105])		
$\Lambda_{\text{QCD}}$ [GeV]	PARA(1) =	0.20
$p_t^{\text{min}}$ [GeV]	PARA(3) =	1.0
$\sigma_q$ [GeV]	PARJ(21) =	0.37
$a$	PARJ(41) =	0.18
$b$ [GeV <sup>-2</sup> ]	PARJ(42) =	0.34

Tabelle 2.3: Die wichtigsten Modellparameter des ARIADNE-Generators.

### 2.4.3 HERWIG

Anders als JETSET verfolgt der HERWIG-Generator die Strategie, die Topologie des Ereignisses weitgehend durch den harten QCD-Prozess und die Partonkaskade vor dem nichtperturbativen Teil festzulegen, um anschließend mit möglichst wenig Grundannahmen die Hadronisierung zu modellieren. Der Partonschauer beruht auf dem bereits erwähnten MLLA-Ansatz und berücksichtigt Kohärenzeffekte zwischen weichen Gluonen. Daneben werden auch Azimuthwinkelkorrelationen zwischen sukzessiv abgestrahlten Partonen, die von Interferenz- und Spineffekten herrühren, aber auch zwischen Partonen aus unterschiedlichen Kaskadenzweigen Rechnung getragen. Da harte Gluonen in diesem Bild nur unzulänglich beschrieben werden, wird das QCD-Matrixelement  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  für die Simulation des partonischen Anfangszustands einbezogen. An jeder Verzweigung der Kaskade ist der relative Transversalimpuls  $p_t$  zwischen den emittierten Partonen die für  $\alpha_S(\mu \simeq p_t)$  relevante Skala. Für das Laufen von  $\alpha_S$  wird Gl. (2.17) in der Zweischleifennäherung benutzt. Der Partonschauer wird dadurch beendet, dass den Gluonen eine effektive Masse verliehen wird. Die verbleibenden Gluonen werden in Paare leichter Quarks oder Diquarks unter Beachtung der genannten Winkelkorrelationen für die Partonkaskade aufgeteilt.

HERWIG benutzt das Verfahren der Clusterfragmentation zur Beschreibung der Hadronisierung. Hierbei werden Paare von Quarks aus angrenzenden Verzweigungen zu intermediären Farbsingulets, so genannten Clustern, zusammengefasst. Diese dürfen dann — soweit sie massiv genug dafür sind — in Zweikörperzerfällen entsprechend ihrem Phasenraum unter Berücksichtigung der Gesamtdrehimpulszustände im Endzustand zerfallen. Zur Produktion von Hadronen aus einem Cluster mit Flavour  $f_1\bar{f}_2$  wird eine Quarksorte  $f$  oder eine Diquark-Flavourkombination  $ff'\bar{f}\bar{f}'$  gewürfelt und daraus ein Mesonpaar  $f_1\bar{f}$ ,  $f\bar{f}_2$  bzw. ein Baryonpaar  $f_1ff'$ ,  $\bar{f}'\bar{f}\bar{f}_2$  konstruiert. Quarkinhalte und Spinzustände werden nach dem Zufallsprinzip einer Teilchentabelle entnommen und gegebenenfalls verworfen, falls die kinematischen Zwangsbedingungen nicht erfüllt werden können. Sind die primären Quarks nicht im Cluster involviert, erfolgt der Zerfall in zwei Hadronen isotrop. Ist der Cluster zu leicht für einen Zweikörperzerfall, so wird aus diesem unter Ausgleich von Energie und Impuls mit benachbarten Clustern das leichteste Hadron seines Flavours konstruiert.

Die Clusterfragmentation kommt ohne Fragmentationsfunktionen aus und enthält im Prinzip keine weiteren Parameter. Um eine bessere Beschreibung der Daten zu gewährleisten, wird in HERWIG für Cluster, die in Hadronen zerfallen dürfen, eine maximale Clustermasse gefordert, die durch die Bedingung

$$M_f^p < M_{\max}^p + (M_1 + M_2)^p \quad (2.29)$$

festgelegt ist.  $M_1$  und  $M_2$  bezeichnen die Massen der beteiligten Quarks. Die Parameter  $M_{\max}$  und  $p$  sind vom Modell nicht bestimmt. Der Clusteralgorithmus lässt schwerere Cluster isotrop solange in leichtere zerfallen, bis Gleichung (2.29) erfüllt ist.

Im Anschluss an die Fragmentation findet der Zerfall der so gewonnenen Hadronen statt. Dieser Teil der Simulation wird in der vorliegenden Version durch die detaillierten Zerfallstabellen und -routinen des JETSET-Generators gesteuert. In HERWIG wird die Abstrahlung reeller Photonen im Anfangszustand der  $e^+e^-$ -Vernichtung im Rahmen eines Elektron-Strukturformalismus behandelt [114].

Es wird eine mit OPAL-Daten abgestimmte Version von HERWIG 5.9 verwendet [107]. In Tab. 2.4 sind einige der wichtigsten Modellparameter aufgelistet.

HERWIG 5.9 (OPAL [107])		
$\Lambda_{\text{MLLA}}$ [GeV]	QCDLAM =	0.160
eff. Gluonmasse	RMAS(13) =	0.75
$M_{\text{max}}$ [GeV]	CLMAX =	3.75
$p$	CLPOW =	1.30

Tabelle 2.4: Die wichtigsten Modellparameter des HERWIG-Generators.

#### 2.4.4 COJETS

Die Simulation der Partonkaskade basiert auf dem LLA-Ansatz, wobei die Abstrahlung des ersten Gluons durch das QCD-Matrixelement  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  festgelegt ist. Es wird keine Winkelordnung entlang der Kaskade erzwungen und somit Interferenzeffekte bei sukzessiven Gluonabstrahlungen vernachlässigt.  $\alpha_S(\mu)$  evolviert an jeder Verzweigung gemäß Gl. (2.16) für ein gegebenes  $\Lambda_{\text{LLA}}$ . Der Partonschauer bricht nach Erreichen einer unteren Grenze  $Q_0$  für die virtuelle Masse der Partonen ab. Die Erzeugung von Bremsstrahlung durch das einlaufende  $e^+e^-$ -Paar wird gemäß [113] in erster Ordnung der QED-Kopplung  $\alpha$  unterstützt.

In COJETS fragmentieren Quarks und Gluonen unabhängig voneinander in Hadronen nach einem ursprünglich von Field und Feynman entwickelten Schema [96], das für Baryonen und schwere Quarks erweitert worden ist. Die verbleibenden Gluonen des Partonschauers werden in Quark-Antiquark-Paare verwandelt und die Energie des Gluons zu gleichen Teilen auf die Quarks übertragen. Die Quarksorte wird hierbei nach dem Zufallsprinzip ausgesucht, wobei schwere Flavour unterdrückt werden. Ausgehend von einem Quark  $q_1$  wird ein Quark-Antiquark-Paar  $q_2\bar{q}_2$  erzeugt, wovon eines mit dem ursprünglichen Quark zu einem Meson  $q_1\bar{q}_2$  kombiniert. Das verbleibende Quark  $q_2$  fragmentiert anschließend nach der gleichen Prozedur, die iterativ fortgesetzt wird. Auf der Initiator- oder Produktseite können auch Diquarks stehen, mit denen ähnlich verfahren wird, um Baryonen bilden zu können.

Das aus der Quarkkombination resultierende Hadron erhält vom Mutterquark (bzw. -diquark) einen Energie-Impulsbruchteil  $z$ , der für leichte Flavour durch die Fragmentationsfunktion [97]

$$f(z) = (1-z)^a \min \left\{ 1, c + \exp \left[ -bm \left( \frac{1}{xW+d} - \frac{1}{W+d} \right) \right] \right\} \quad (2.30)$$

festgelegt ist, wobei  $W = (E + p_l)_{\text{Quark}}$  und  $a, b, c$  und  $d$  freie Parameter sind. Die Werte der freien Parameter hängen davon ab, ob das Mutterparton aus einer Gluon-initiierten oder Quark-initiierten Kaskade stammt. Für schwere Quarks wird wie in PYTHIA/JETSET die Peterson-Fragmentationsfunktion (2.27) verwendet. Die Transversalimpulse werden gaußisch mit der Breite  $\sigma$  verschmiert. Tab. 2.5 gibt einige der Modellparameter wieder.

COJETS 6.23 ([112])		
$\Lambda_{LLA}$ [GeV]	ALAMB	= 0.170
$Q_0$ [GeV]	CUTJET	= 3.0
$2\sigma^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	SIGMAG, SIGMAQ	= 0.849
$\epsilon_c$	EPSPET(1)	= 0.25
$\epsilon_b$	EPSPET(2)	= 0.01
$a, b$ (Quarkkask.)	FRALOQ(1:2)	= 2.0, 30.5
$a, b$ (Gluonkask.)	FRALOG(1:2)	= 2.2, 46.6
$c, d$ [GeV]	FRALOG(3:4), FRALOG(3:4)	= 0.003, 1.52
$d$ (Diquarks) [GeV]	FRALOQ(4)+FRALOQ(5), FRALOG(4)+FRALOG(5)	= 2.52

Tabelle 2.5: Die wichtigsten Modellparameter des COJETS-Generators.

Das Verfahren der unabhängigen Fragmentation ist nicht streng flavour- und viererimpulserhaltend, sodass am Ende Flavourzustände neu zugeordnet sowie Energien und Impulse der Hadronen neu adjustiert werden müssen. Der anschließende Zerfall instabiler Teilchen geschieht gemäß tabellierter Zerfallsraten und Verzweigungsverhältnisse.



# Kapitel 3

## Das JADE-Experiment

### 3.1 Der Speicherring PETRA

PETRA<sup>1</sup> [22,119] war von Juli 1978 bis September 1986 am Deutschen Elektronen Synchrotron (DESY) in Hamburg als seinerzeit größter Elektron-Positron-Speicherring der Welt in Betrieb. In dem 2.3 km Umfang messenden Ring wurden Elektronen und Positronen in jeweils zwei Paketen (*Bunche*) im gleichen Vakuumrohr gegenläufig beschleunigt und für mehrere Stunden bei einer Umlauffrequenz von etwa 250 kHz gespeichert. Abb. 3.1 zeigt schematisch die wesentlichen Komponenten von PETRA. In den gekrümmten Sektionen wurden die Teilchenpakete durch Dipolmagnete auf einen Kreisbogen von effektiv 257 m Radius geführt. In zwei der acht geraden Abschnitte waren Hochfrequenzresonatoren zur Beschleunigung und zur Kompensation der Energieverluste durch Synchrotronstrahlung untergebracht. Die geraden Sektoren enthielten ferner Quadrupol- und Sextupolmagnete zur Korrektur von Strahlaufweitung und chromatischen Abweichungen von der Sollbahn.

Vor ihrer Injektion in den Speicherring PETRA wurden Positronen und Elektronen durch Linearbeschleuniger (LINAC I+II) und das DESY-Synchrotron auf 7 GeV vorbeschleunigt. Positronen wurden in der Anfangsphase im Speicherring DORIS<sup>2</sup> und später im Speicherring PIA<sup>3</sup> akkumuliert.

Bei Strahlenergien von 17.5 GeV konnten die Bunche auf eine Größe von 430  $\mu\text{m}$  horizontal und 13  $\mu\text{m}$  vertikal zur Strahlrichtung fokussiert werden. Die typischen Strahlstromstärken lagen bei durchschnittlich 11 mA. Mit diesen Maschinenparametern wurden Spitzenluminositäten von  $24 \cdot 10^{30} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  erreicht. Das entspricht bei einem typischen hadronischen Wirkungsquerschnitt von 0.3 nb etwa einer Rate von rund 26 Ereignissen pro Stunde.

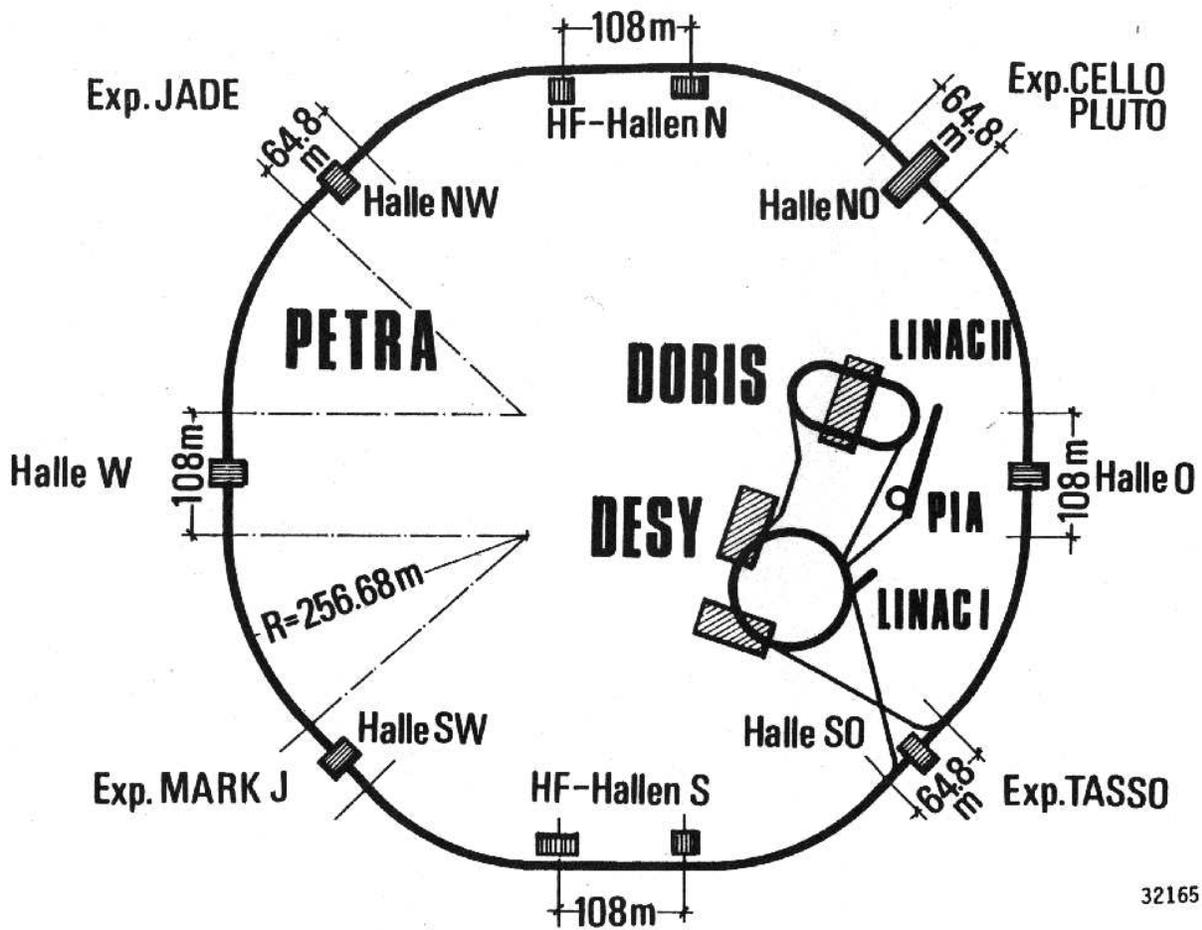
An den vier vorgesehenen Wechselwirkungszonen befanden sich Experimente zum Studium der verschiedenen Erscheinungsformen der  $e^+e^-$ -Vernichtung. Nach den ersten Kollisionen im September 1978 wurden die Detektoren PLUTO, MARK J und TASSO in den Strahl geschoben [22]. Das Experiment CELLO löste PLUTO von März 1980 bis August 1981 zunächst vorübergehend und ab August 1982 endgültig ab. Das Experiment JADE wurde in der Halle NW erst Februar 1979 für die routinemäßige Datennahme platziert.

---

<sup>1</sup>Positron-Elektron-Tandem-Ring-Anlage

<sup>2</sup>Double Ring Storage

<sup>3</sup>Positron Intensity Accumulator



32165

Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des PETRA-Speicherrings mit den Vorbeschleunigern DESY, DORIS und PIA, LINAC I und LINAC II. Die Wechselwirkungszone sind mit den Namen der Experimente JADE, CELLO, PLUTO, TASSO und MARK J versehen [22].

Mit PETRA sind  $e^+e^-$ -Schwerpunktsenergien von  $\sqrt{s} = 12.0\text{ GeV}$  bis  $46.78\text{ GeV}$  erzeugt worden. Abb. 3.2 gibt die zeitliche Entwicklung der Energien für die Perioden wieder, in denen die Datennahme zum Zwecke von Physikstudien mit dem JADE-Detektor erfolgte. Neben ausgedehnten Betriebsperioden insbesondere bei den festen Arbeitspunkten um  $\sqrt{s} \simeq 35\text{ GeV}$  (1981-1982 sowie 1986) und  $44\text{ GeV}$  (1985) gab es Datennahmephase mit kontinuierlicher Variation der Schwerpunktsenergie zwischen  $29.90 - 31.46\text{ GeV}$  (1979),  $33.0 - 36.72\text{ GeV}$  (1981) sowie  $39.79 - 46.78\text{ GeV}$  (1983-1984)<sup>4</sup>. In Abb. 3.3 sind die integrierten Luminositäten, die das JADE-Experiment aufgezeichnet hat, als Funktion der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  aufgetragen. Die mit Abstand höchste Datenmenge bei JADE wie auch bei den anderen PETRA-Experimenten wurde bei  $\sqrt{s} \simeq 35\text{ GeV}$  zusammengetragen.

Seit 1987 ist PETRA in modifizierter Form als Vorbeschleuniger für den Elektronen-Protonen-Speicherring HERA<sup>5</sup> am DESY in Betrieb.

<sup>4</sup>Die physikalische Motivation hierfür war die Suche nach Toponiumresonanzen, die bei PETRA-Energien bekanntlich erfolglos geblieben ist (siehe z.B. [120-122]).

<sup>5</sup>Hadron-Elektron-Ring-Anlage.

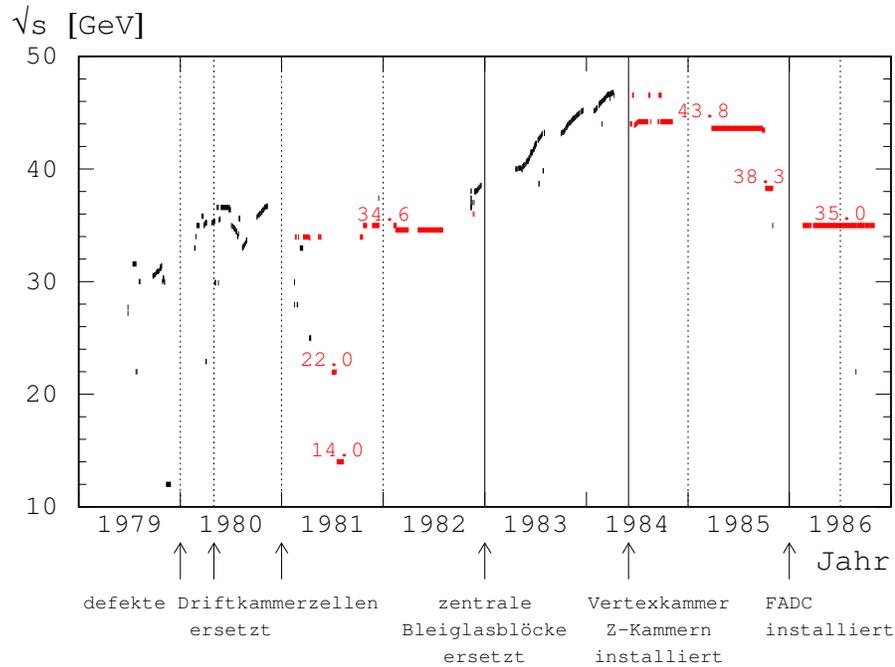


Abbildung 3.2: Chronologie der PETRA  $e^+e^-$ -Vernichtungsenergien. Die vertikalen Linien markieren größere Änderungen in der Konfiguration des JADE-Detektors und in der Strahlqualität. Die für die Analyse relevanten Datennahmeperioden sind durch die korrespondierenden luminositätsgewichteten Schwerpunktsenergien angedeutet.

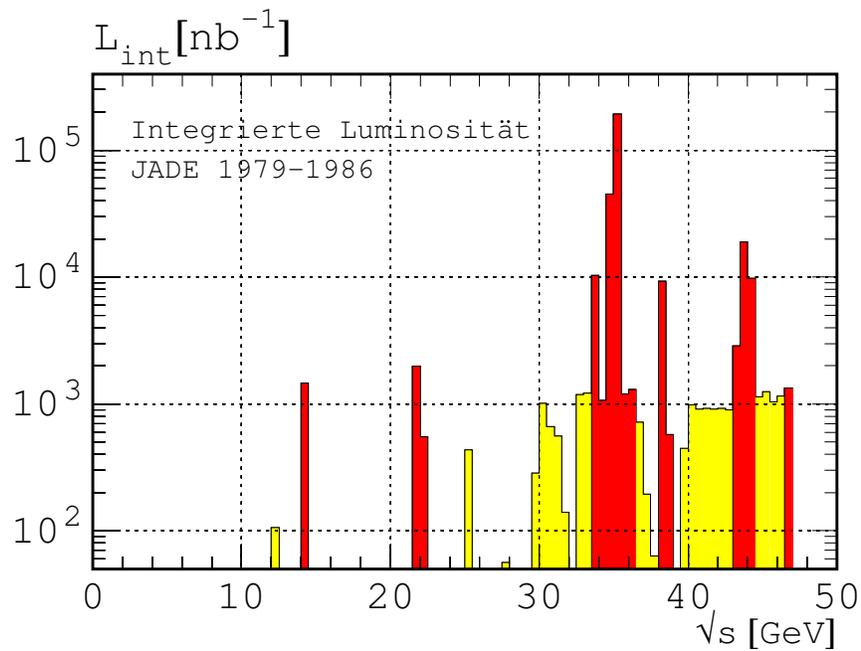


Abbildung 3.3: Nach  $e^+e^-$ -Vernichtungsenergien sortierte integrierte JADE-Luminositäten. Die relevanten Energiebereiche dieser Analyse sind durch die dunklen Schattierungen hervorgehoben.

## 3.2 Der JADE-Detektor

Das JADE-Experiment<sup>6</sup> ist ein kompakt aufgebauter Vielzweckdetektor zur Untersuchung eines möglichst breiten Spektrums von Endzuständen in  $e^+e^-$ -Reaktionen. Die verschiedenen Komponenten des Experiments gestatten die Vermessung von geladenen und neutralen Teilchen über mehr als 90% des gesamten Raumwinkels. In Abb. 3.4 ist der Detektor im Längsschnitt parallel zur Strahlachse dargestellt. Ausführliche Beschreibungen finden sich z.B. in den Referenzen [28, 123–125].

Die von der Wechselwirkungszone kommenden Teilchen durchqueren in der Regel in nachsteher Reihenfolge die folgenden Komponenten des JADE-Detektors:

- Strahlrohrzähler
- Vertexkammer [126] (ab April 1984)
- Jetkammer [28, 127–130]
- Z-Kammer [131, 132] (ab April 1984)
- Flugzeitähler [28]
- Magnetspule
- Bleigaskalorimeter [28, 133–135]
- Magnetjoch
- Myonfilter mit Driftkammern [136, 137]

Wesentlich für die QCD-Studien dieser Arbeit (Kapitel 5-7) sind die Jetkammer und das Bleigaskalorimeter. Die Reaktivierung der JADE-Software (Kapitel 4) betrifft fast alle Detektor-komponenten. Einige wichtige Kenngrößen des Detektors sind in Tab. 3.1 zusammengetragen<sup>7</sup>.

### Zentrales Spurkammersystem

Das zentrale Spurkammersystem von JADE besteht aus einer Jetkammer genannten großen Driftkammer, einer Vertexkammer und einer Z-Kammer. Die letzteren beiden Komponenten wurden 1984 nachträglich installiert. Das System ist innerhalb eines normalleitenden Aluminium-Solenoids untergebracht, der im sensitiven Driftkammervolumen ein axiales Magnetfeld von 0.48 T mit einer Inhomogenität von weniger als 0.7% erzeugt.

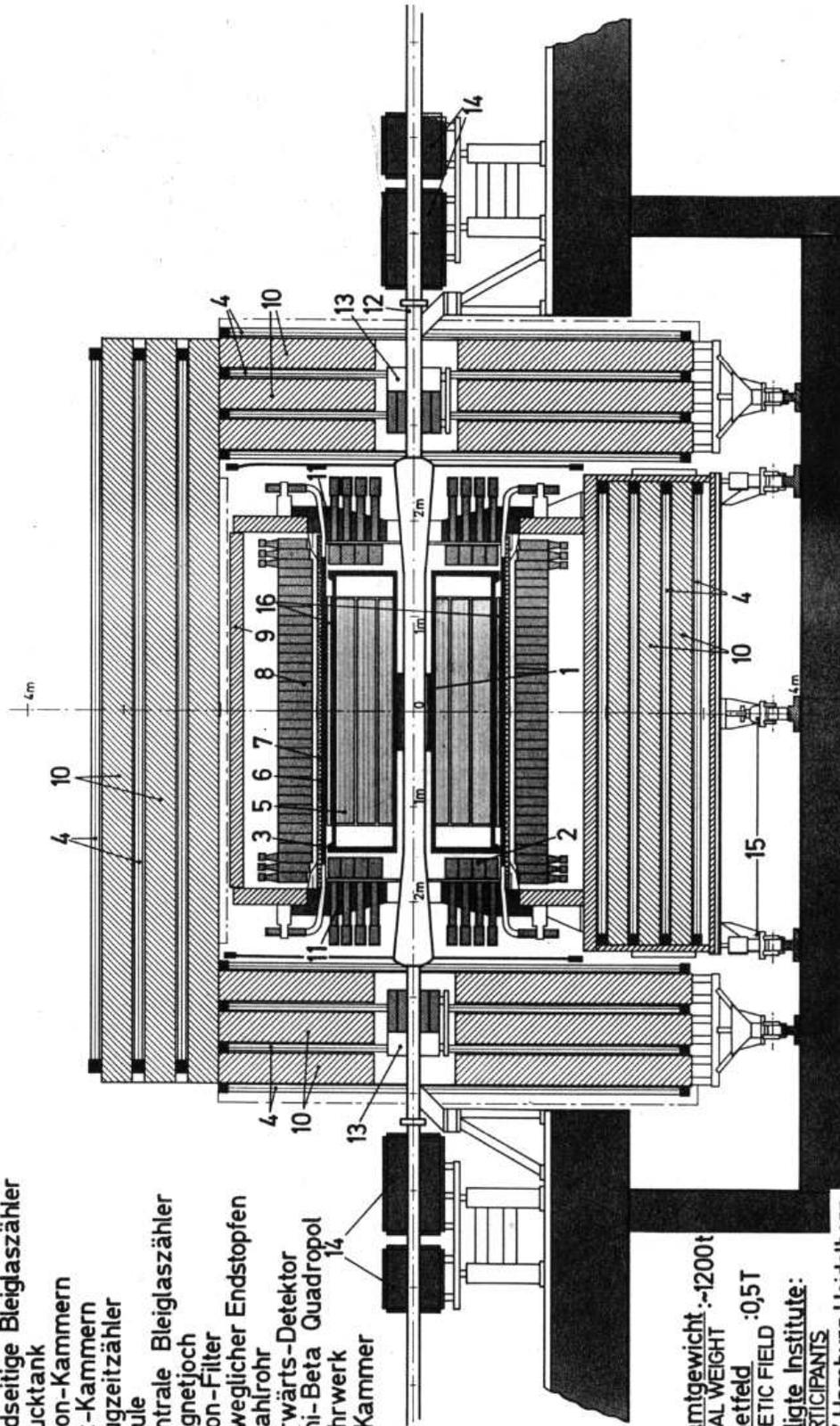
**Jetkammer** Die Jetkammer [28, 127–130] ist eine zylindrische Driftkammer zur dreidimensionalen Rekonstruktion der Trajektorien geladener Teilchen. Sie misst 2.36 m Länge und überdeckt in radialer Richtung einen Bereich von 0.21 m bis 0.79 m, gemessen von der Strahlachse. Die Kammer ist von einem Aluminiumtank umschlossen, der ein Gasgemisch von 88.7% Argon, 8.5% Methan und 2.8% Isobutan bei einem Druck von 4 hPa

<sup>6</sup>Benannt nach den ursprünglich am Experiment beteiligten Nationen **J**apan, **D**eutschland und **E**ngland.

<sup>7</sup>Bezeichnung der JADE-Koordinaten:  $z$  = Strahlachse in  $e^+$ -Flugrichtung,  $r - \vartheta$  = Polarkoordinaten,  $\varphi$  = Azimuthwinkel

**MAGNETDETEKTOR JADE**  
MAGNETDETEKTOR

- 1 Strahlrohrkammer
- 2 Endseitige Bleiglaszähler
- 3 Drucktank
- 4 Myon-Kammern
- 5 Jet-Kammern
- 6 Flugzeitzähler
- 7 Spule
- 8 Zentrale Bleiglaszähler
- 9 Magnetjoch
- 10 Myon-Filter
- 11 Beweglicher Endstopfen
- 12 Strahlrohr
- 13 Vorwärts-Detektor
- 14 Mini-Beta Quadropol
- 15 Fahrwerk
- 16 Z-Kammer



Gesamtgewicht: ~1200t  
TOTAL WEIGHT  
Magnetfeld :0,5T  
MAGNETIC FIELD

Beteiligte Institute:  
PARTICIPANTS

DESY, Hamburg, Heidelberg,  
Lancaster, Manchester, Maryland  
Rutherford Lab, Tokio

38128

DESY	MAGNETDETEKTOR	JADE
Project No.	PR	
Task No.		
Sub-Task No.		
Version No.		
Issue Date		
Issue No.		

Abbildung 3.4: Längsschnittskizze des JADE-Detektors.

<b>Vertex- kammer</b>	Länge/Innenradius/Außenradius Driftkammergas (Gasdruck) Anzahl Signaldrähte Akzeptanz bei min. 7 Messpunkten Azimuthale Ortsauflösung $\sigma_{r\varphi}$ Doppelspurauflösung Verteausflösung	76.0 cm / 9.0 cm / 18.1 cm 89.1% Ar, 9.9% CO <sub>2</sub> , 1.0% CH <sub>4</sub> (Normaldruck) 166 $ \cos\vartheta  < 0.92$ 110 $\mu\text{m}$ 1.5 mm 160 $\mu\text{m}$ — 500 $\mu\text{m}$
<b>Jet- kammer</b>	Länge/Innenradius/Außenradius Driftkammergas (Gasdruck) Anzahl Signaldrähte Akzeptanz bei max. 48 Messpunkten bei min. 8 Messpunkten Azimuthale Ortsauflösung $\sigma_{r\phi}$ Longitudinale Ortsauflösung $\sigma_z$ Doppelspurauflösung Transversalimpulsauflösung $\sigma(p_t)/p_t$	236 cm / 21 cm / 79 cm 88.7% Ar, 8.5% CH <sub>4</sub> , 2.8% i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> (4 hPa) 1536 $ \cos\vartheta  < 0.83$ $ \cos\vartheta  < 0.97$ <b>1979-1985:</b> <b>1986:</b> 180 $\mu\text{m}$ 110 $\mu\text{m}$ 16 mm    32 mm 7.5 mm    2 mm $\sqrt{0.04^2 + (0.018 \cdot p_t[\text{GeV}])^2}$
<b>Z- Kammer</b>	Länge / radiale Position Driftkammergas (Gasdruck) Anzahl Signaldrähte Akzeptanz Longitudinale Ortsauflösung $\sigma_z$	240 cm / 88 cm 90% Ar, 10% C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH (Normaldruck) 32 pro Halbschale $ \cos\vartheta  < 0.80$ 0.25 mm
<b>Solenoid</b>	Flussdichte im Innern	0.48 T
<b>Elektro- magnetisches Kalorimeter</b>	Abmessungen Akzeptanz Anzahl Bleiglasblöcke Länge der Bleiglasblöcke Strahlungslängen Granularität Winkelauflösung $\sigma_\vartheta \times \sigma_\varphi$ Energieauflösung $\sigma_E/E$	<b>Zentralbereich:</b> <b>Endkappen:</b> Länge: 339 cm                      z-Positionen: $\pm 154$ cm Radius: 110 cm                      Außenradius: 90 cm $ \cos\vartheta  < 0.839$ $0.86 <  \cos\vartheta  < 0.97$ 2520    96 $\times$ 2 30.0 cm    22.6 cm 12.5 $X_0$ / 15.7 $X_0$ 9.6 $X_0$ 8.5 cm $\times$ 10.2 cm                      14.0 cm $\times$ 14.0 cm 0.6° $\times$ 0.7°                                      0.5° $\times$ 1.1° $0.015 + 0.04/\sqrt{E[\text{GeV}]}$
<b>Myon- system</b>	Anzahl Kammern / aktive Oberfläche Driftkammergas (Gasdruck) Akzeptanz (ca.) Anzahl Kammerlagen / Absorberlagen Ortsauflösung minimale Absorptionslängen	622 / 800 m <sup>2</sup> 90% Ar, 10% C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH (Normaldruck) <b>Zentralteil:</b> <b>Endwände:</b> $ \cos\vartheta  < 0.6$ $0.6 <  \cos\vartheta  < 0.96$ 5 / 3    4 / 3 5 mm    10 mm 1.2 (innerste Lage) ... 6.4 (äußerste Lage)

Tabelle 3.1: Zusammenstellung der wichtigsten JADE-Parameter.

enthält. Sie ist azimuthal in 24 Segmente mit je 4 Zellen unterteilt. Jede Zelle enthält 16 radial angebrachte Anodendrähte im Abstand von 1 cm sowie Potentialdrähte in den Zwischenräumen, sodass durch ihre Anordnung in drei konzentrischen Ringen (die innersten zwei mit je 24 und der äußerste mit 48 Zellen) insgesamt 48 Lagen von Signaldrähten parallel zur Strahlachse realisiert sind.

Ein Teilchen wird über die durch Ionisation des Driftgases entlang seiner Bahn freigesetzten Elektronen nachgewiesen. Auf ihrem Weg zum Signaldraht findet durch sekundäre Ionisationsprozesse eine Verstärkung der Ladungsmenge aus dem primären Energieverlust statt. An die Zellwände angebrachte Feldelektroden sorgen für ein homogenes Driftfeld von 940 V/cm senkrecht zur Drahtebene. Aufgrund des axialen Magnetfeldes ist die Drift-richtung der Elektronen um einen Lorentzwinkel von  $18.5^\circ$  gegen die Richtung des elektrischen Feldes verdreht. Ein vom Wechselwirkungspunkt kommendes geladenes Teilchen liefert in einem Polarwinkelbereich von  $|\cos\vartheta| < 0.83$  relativ zur Strahlachse im Idealfall 48 Messpunkte. In einem Raumwinkelbereich von  $97\% \cdot 4\pi$  können noch acht Punkte gemessen werden. Die azimuthalen Raumkoordinaten  $(r, \varphi)$  ergeben sich aus der Driftzeit von Ionisierungselektronen sowie der bekannten Drahtposition. Zur Vermeidung von Links-Rechts-Ambiguitäten bei der Ortsbestimmung sind die Signaldrähte gegenüber der Drahtebene abwechselnd um  $\pm 150 \mu\text{m}$  versetzt. Die Differenz der integrierten Ladungen an den Drahtenden ermöglicht die Bestimmung der  $z$ -Position und die Summe beider Signale den Energieverlust  $dE/dx$  des Teilchens. Aus der Krümmung der rekonstruierten Teilchenbahn im Magnetfeld und dem Polarwinkel lässt sich der Impuls des Teilchens bestimmen. Die Kombination von Messung des Impulses und des Energieverlustes kann gemäß der Bethe-Bloch-Formel [119] zur Teilchenidentifikation verwendet werden.

Mit der bis Ende 1985 verwendeten analogen Ausleseelektronik [138] für die Zeit- und Amplitudeninformationen der Jetkammer konnte eine azimuthale Ortsauflösung von  $180 \mu\text{m}$  und eine Doppelspurauflösung von  $7.5 \text{ mm}$  erreicht werden. Die azimuthale Auflösung ist durch die Präzision der Driftzeitmessung dominiert. Für die  $z$ -Richtung begrenzt elektronisches Rauschen in den Vorverstärkern die Genauigkeit auf  $16 \text{ mm}$  [128]. Die Ausleseelektronik war in der Lage, an jedem der insgesamt 1536 Signaldrähte bis zu acht Teilchen pro Ereignis zu registrieren. Im Jahre 1986 wurden die Driftkammersignale mit Flash-Analog-Digital-Konvertern (FADC) digitalisiert [139] und auf diese Weise die Ortsauflösung auf  $110 \mu\text{m}$  und die Doppelspurauflösung auf  $2 \text{ mm}$  verbessert. Allerdings verschlechterte sich mit der digitalen Ausleseelektronik die Genauigkeit in der Messung der  $z$ -Koordinate auf  $32 \text{ mm}$  [135]. Die Genauigkeit der Impulsmessung wird bei hohen Impulsen durch die Ortsauflösung der Driftkammer bestimmt. Durch Verwendung von Bhabha- und  $\mu^+\mu^-$ -Ereignissen ist für Impulse von mehr als  $2 \text{ GeV}$  ein Wert von

$$\sigma(p_t)/p_t = 1.8\% \cdot p_t[\text{GeV}] \quad (p_t > 2 \text{ GeV}) \quad (3.1)$$

ohne Berücksichtigung des Ereignisvertex ermittelt worden. Unterhalb von  $2 \text{ GeV}$  dominiert Vielfachstreuung im Material des Detektors und des Kammergases die Auflösung. Sie ist in diesem Impulsbereich weitgehend konstant und beträgt

$$\sigma(p_t)/p_t = 4\% \quad (p_t < 2 \text{ GeV}) . \quad (3.2)$$

**Vertexkammer** Die Vertexkammer [126] ist eine bei Normaldruck betriebene zylindrische Driftkammer zur Verbesserung der Vertexrekonstruktion. Sie ist als Fortsetzung der Jetkammer direkt um das Strahlrohr gebaut und schafft für die Spurerkennung ein zusätzliches

sensitives Volumen in Richtung des Wechselwirkungspunktes von 75 cm Länge und einer radialen Ausdehnung von 9 cm bis 16 cm, gemessen von der Strahlachse. Ihre 24 Zellen sind mit je sieben, parallel zur Strahlachse gespannten Signaldrähten ausgestattet, die mit einer digitalen FADC-Elektronik ausgelesen werden. Bei der Rekonstruktion von Spuren wird eine Ortsauflösung in der  $r$ - $\varphi$ -Ebene von  $110 \mu\text{m}$  und ein Doppelspurtrennvermögen von 1.5 mm erreicht. Mit den 35 GeV-Daten von 1986 ergibt sich eine Vertexauflösung für hochenergetische Spuren von  $160 \mu\text{m}$ .

**Z-Kammer** Die Z-Kammer [131] umschließt die Jetkammer in zwei Halbschalen von 1.76 m Radius und ist entlang der Strahlachse in 16 Driftzellen eingeteilt. In jeder Halbschale befinden sich 32 polygonartig aufgespannte Signaldrähte senkrecht zur Strahlachse, die eine gegenüber der Ladungsteilungsmethode in der Jetkammer verbesserte Messung der  $z$ -Koordinate mit einer Auflösung von 0.25 mm erlauben.

### Bleiglas kalorimeter

Im JADE-Detektor werden Elektronen und Photonen durch ein Hodoskop von Bleiglasschauerzählern [133–135], das 90% des Raumwinkels abdeckt, nachgewiesen. Es besteht aus einem zylindrischen zentralen Teil, das die Magnetspule umgibt, und zwei annähernd kreisförmigen Endkappen senkrecht zur Strahlachse.

Der zentrale Teil ist aus 30 Ringen mit jeweils 84 keilförmigen Bleiglasblöcken zusammengesetzt. Die Innenflächen der insgesamt 2520 Blöcke bilden einen Zylinder von 2.20 m Durchmesser, 3.39 m Länge und 30 cm Tiefe, entsprechend 12.5 Strahlungslängen. Damit deckt es einen Polarwinkelbereich von  $|\cos \vartheta| < 0.839$  mit einer Granularität von  $8.5 \text{ cm} \times 10.2 \text{ cm}$  ab. 1983 wurden im Hinblick auf den vorgesehenen PETRA-Betrieb bei höchsten Strahlenergien die mittleren sechs Ringe durch Blöcke mit 15.7 Strahlungslängen ersetzt, um hochenergetische elektromagnetische Schauer besser erfassen zu können. Die beiden Endkappen stehen in 1.54 m Entfernung vom Wechselwirkungspunkt und haben eine Polarwinkelakzeptanz von  $0.86 < |\cos \vartheta| < 0.97$ . Sie bestehen aus je 96 quaderförmigen Blöcken mit  $14.0 \text{ cm} \times 14.0 \text{ cm}$  Fläche und 226 mm Tiefe, entsprechend 9.6 Strahlungslängen.

Der Nachweis von Teilchen im Bleiglas geschieht über Čerenkovstrahlung folgenden Ursprungs:

*Elektromagnetische Schauer:* Ein Elektron oder Photon initiiert im Bleiglas über Bremsstrahlung bzw. Paarproduktion eine Kaskade von sekundären Elektronen und Positronen und gibt dabei seine gesamte Energie ab.

*Hadronische Schauer:* Ein Hadron erzeugt in inelastischen nuklearen Wechselwirkungen mit dem Bleiglas sekundäre Hadronen und Photonen, wobei Energien von einigen GeV abgegeben werden können.

*Direkt:* Ein minimal ionisierendes Teilchen erzeugt Čerenkovlicht entsprechend einer elektromagnetischen Schauerenergie von rund 350 MeV.

Die Bleiglasblöcke sind über Lichtleiter mit Photomultipliern verbunden. Das dort registrierte Signal ist proportional zur Energie, die das schauernde Teilchen im Block deponiert hat. Die Energieauflösung im Zentralschauerzähler wurde mit Bhabha-Ereignissen bei Strahlenergien zwischen 6 und 22 GeV zu

$$\sigma(E)/E = 4\%/\sqrt{E[\text{GeV}]} + 1.5\% \quad (3.3)$$

für Schauer in einem mittleren Polarwinkelbereich von  $40^\circ$  ermittelt. Der erste Term wird durch die Photoelektronenstatistik in den Photomultipliern bestimmt, der konstante zweite Term ergibt sich durch Rauschen, durch Verluste sekundärer Schauerteilchen aufgrund der begrenzten Blocklänge und durch die Mittelung bei der Korrektur von Energieverlusten der bereits in der Magnetspule konvertierten Photonen [133]. Die Energieauflösung der Endkappenblöcke ist etwa um einen Faktor drei schlechter [134]. Die gemessene Winkelauflösung  $\sigma_\vartheta \times \sigma_\varphi$  beträgt im Zentralbereich  $0.6^\circ \times 0.7^\circ$  und im Endkappenbereich  $0.5^\circ \times 1.1^\circ$  [28, 134].

### Myonsystem

Das Myonsystem [136, 137] stellt mit seinen großflächigen planaren Driftkammern und quaderförmigen Absorberlagen einen kastenförmigen Abschluss des JADE-Detektors dar. Die insgesamt 622 Einzeldraht-Driftkammern bilden eine für den Nachweis von Myonen sensitive Fläche von  $800 \text{ m}^2$ , die etwa 92% des Raumwinkels abdeckt. Die Kammern sind in vier Lagen mit dazwischenliegenden Absorbern aus eisenangereichertem Beton angeordnet. Im Zentralteil gibt es noch eine weitere Kammerlage an der Innenwand des Magnetjochs. Zusätzlich zum eigentlichen Myonfilter wirken noch das Bleiglassystem und das Magnetjoch als Absorber. Ein vom Wechselwirkungspunkt stammendes Teilchen muss im Zentralteil mindestens etwa 6 Absorptionslängen durchqueren, um die äußerste Lage von Driftkammern zu erreichen. Myonen durchqueren das Absorbermaterial im Allgemeinen ohne Großwinkelstreuung, während Elektronen und Hadronen aufgrund von elektromagnetischen Schauern bzw. nuklearen Wechselwirkungen absorbiert werden. Die Trajektorie von Myonen kann mit dem Myonsystem mit einer Auflösung von 5 mm im Zentralteil und 10 mm in den Endwänden gemessen werden.

### Szintillationszähler

*Strahlrohrzähler:* Um das Strahlrohr waren in der Anfangsphase 24 Szintillationszähler zur Kontrolle von Untergrundbedingungen während der Datennahme gebaut [137]. Später wurden sie entfernt, um Platz für den Einbau der Vertexkammer zu schaffen.

*Flugzeitzähler:* Zwischen Jetkammer und Magnetspule befinden sich in einem Zylindermantel von 1.76 m Durchmesser 42 Szintillatoren mit einer Länge von 3.20 m, die an beiden Enden über Lichtleiter mit Photomultipliern ausgelesen werden [28]. Sie dienen der Flugzeitmessung und erlauben eine schnelle Erkennung von Spurtopologien für Triggerentscheidungen. Die Zeitauflösung beträgt 4 ns. Bei niedrigen Impulsen bietet die Flugzeitmessung als Ergänzung zur Energieverlustmessung eine weitere Möglichkeit der Teilchenidentifikation.

*Vorwärtsmyonzähler:* In der Vorwärtsregion zwischen den Endkappen des Bleigaskalorimeters und dem Myonsystem sind in 2.5 m Entfernung der Detektormitte Szintillatoren für den Nachweis von Myonpaaren bei kleinen Winkeln angebracht [28].

### Taggingssystem

In etwa 3 m Entfernung vom Wechselwirkungspunkt stehen zu beiden Seiten Taggingzähler, die in der Version ab 1983 aus je 50 Lagen Blei- und Szintillatorplatten bestehen [135]. Sie überdecken einen Polarwinkelbereich von  $32 \text{ mrad} \leq \vartheta \leq 75 \text{ mrad}$  und werden zur Detektion von 2-Photon-Ereignissen sowie von Kleinwinkel-Bhabhastreuung für die Luminositätsmessung während der Datennahme verwendet.

### 3.3 Das Triggersystem und der Online-Filter

An den Wechselwirkungszonen von PETRA durchdringen sich etwa alle  $3.8 \mu\text{s}$  die Teilchenbunche, während die Auslese aller elektronischen Kanäle des Detektors und die Digitalisierung der Signale etwa 25 ms in Anspruch nimmt. Da  $e^+e^-$ -Wechselwirkungen, die der Aufzeichnung und Weiterverarbeitung für Wert erachtet werden, jedoch mit relativ geringen Raten auftreten (etwa einige 100 Bhabhaereignisse oder rund ein Dutzend Multihadronereignisse pro Stunde), neben einer hohen Untergrundrate aus Reaktionen der Strahlen mit dem Restgas und der Strahlrohrwand, muss das Datennahmesystem möglichst in der Zeit zwischen zwei Bunchkollisionen anhand einfacher Kriterien Ereignisse akzeptieren oder zurückweisen können. Bei JADE sorgt ein dreistufiges Triggersystem [140] dafür, dass die Akzeptanzrate auf 4-6 Hz reduziert und die Totzeiten der Datennahme auf 5-10% limitiert werden.

Die drei Stufen der Triggerlogik (T1, T2, T3) sind durch die zeitliche Reihenfolge der von den einzelnen Detektorkomponenten gelieferten Triggersignale definiert. Der Schauerenergietrigger (T1) basiert auf schnellen analogen Signalen der Bleiglasschauerzähler, des Taggingsystems und der Flugzeitähler, die 350 ns nach dem Kreuzen der Teilchenbunche verfügbar sind. Nach etwa 2500 ns sind die Driftvorgänge in der Jetkammer beendet, und es stehen die Zähl drahtsignale für den Spurtrigger (T2) bereit. Nach 4500 ns liegen die Informationen der Myonkammern vor (T3). In jeder Stufe kann ein Ereignis akzeptiert, verworfen oder bei T1 oder T2 für die jeweils nächsthöhere Stufe zurückgestellt werden.

Für jede Ereignisklasse sind individuelle Triggerbedingungen konzipiert worden. Multihadronische Ereignisse, wie sie für die Studien in dieser Arbeit relevant sind, zeichnen sich in der Regel durch hohe sichtbare Energien und Teilchenmultiplizitäten aus, sodass sie fast vollständig die folgenden Triggerbedingungen passieren:

T1: Die totale Bleiglasenergie muss größer als 4 GeV sein.

ODER

T1: Die totale Bleiglasenergie muss größer als 1 GeV sein.

UND Zwei Flugzeitähler müssen angesprochen haben.

T2: UND Eine Mindestzahl von Signaldrähten in der Jetkammer muss mindestens einen durch alle drei Ringe gehenden Spurkandidaten anzeigen.

Sobald ein Ereignis akzeptiert ist, werden alle Auslesekanäle auf das für die Datennahme und Überwachung des Experiments zuständige Rechnersystem übermittelt [141,142]. An dieser Stelle greifen schnelle Filteralgorithmen zur weiteren Reduktion von Untergrundreaktionen, die ebenfalls einen Trigger auslösen, etwa nach Durchgang kosmischer Strahlung oder für Ereignisse, die durch Synchrotronstrahlung, unerwünschte Strahlreaktionen oder das elektronische Feuern defekter Auslesekanäle induziert werden. Das Filterprogramm für den T2-Trigger erkennt falsche Spurkandidaten und verwirft Ereignisse, falls die geforderte Mindestzahl verbleibender Spuren unterschritten wird oder der grob rekonstruierte gemeinsame  $z$ -Vertex mehr als 300 mm von der Detektormitte abweicht. Letzteres ist z.B. typisch für Strahl-Gas-Wechselwirkungen. Ereignisse, die den Schauerenergietrigger passieren, werden aussortiert, falls die Blocktopologien einfachen

Kriterien nicht genügen. So verraten sich z.B. kosmische Myonen im Bleiglas häufig durch einen streifenden Einfall in das Kalorimeter.

### 3.4 Das Datennahmesystem und die Offline-Analyse

Ein „Online“-Rechner überwacht die Datennahme und den Detektorstatus des JADE-Experiments [141, 142]. Er liest bei aktivem Trigger die digitalisierten Informationen der verschiedenen Detektorkomponenten aus und leitet sie an einen Großrechner für die Aufzeichnung auf Magnetbändern und weiteren „Offline“-Analyse. Die Ereignisse werden parallel zum Datenfluss von einem Kontrollprogramm für die Datenakquisition analysiert, bewertet und schnellen Filteralgorithmen unterworfen<sup>8</sup>. Die vom Datennahmesystem auf den Großrechner transferierten JADE-Daten bestehen größtenteils immer noch aus Untergründereignissen. Gestaffelt nach Rechenzeitaufwand, findet über zwei Stufen [144, 145] eine allgemeine weitere Datenreduktion unabhängig von der Ereignisklasse statt, die den Anteil der Signalereignisse um einen Faktor 30 anreichert. Dabei kommen relativ zeitintensive Analyseschritte wie etwa die Spurerkennung in der Jetkammer oder die Schauerrekonstruktion im Bleiglas zum Einsatz. Ein großer Teil entsprechender Standardanalyseroutinen wird von dem so genannten JADE-Supervisor [146] gesteuert. Der Supervisor gestattet es dem Benutzer auch, eine endgültige Datenkalibration vorzunehmen und eine individuelle Analyseprozedur für die ihn interessierende Ereignisklasse aufzusetzen. In Kombination mit einem interaktiven JADE-Grafikprogramm [147] können die Ereignisse zusammen mit den verschiedenen Stufen der Rekonstruktion grafisch dargestellt und bearbeitet werden.

Aus Kompatibilitätsgründen ist die Software für die Online- und Offline-Analyse überwiegend in FORTRAN programmiert. Hierdurch ist die Nutzbarkeit von gemeinsamen Analyseroutinen und Programmbibliotheken gewährleistet und insbesondere die Voraussetzung für die Verwendung eines einheitlichen Datenformats sowohl während der Datennahme als auch in der späteren Analyse geschaffen. Die JADE-Daten werden zu diesem Zweck mit dem Datenbanksystem BOS<sup>9</sup> [148] verwaltet, das dynamische Speicherung der Informationen von verschiedenen Detektorkomponenten in separaten Banken variabler Länge erlaubt. Ein aufgezeichnetes Ereignis ist durch die flexible Zusammenstellung solcher Banken definiert [149].

In der vorliegenden Arbeit wurde der JADE-Supervisor, die interaktive JADE-Grafik und ein Großteil der Analysebibliothek an heutige Computerplattformen angepasst, wobei auch eine Adaption des Datenbanksystems BOS für die Verwaltung des internen Datenstroms erforderlich war (Kapitel 4).

### 3.5 Die Selektion multihadronischer Ereignisse

Nach den Reduktionsstufen ist der Anteil an multihadronischen Ereignissen in den aufgezeichneten Daten weniger als ein Promille, sodass eine weitere Selektion erfolgen muss. Für die QCD-Studien in Kapitel 6 und 7 finden die Standardselektionskriterien für Multihadronereignisse aus früheren JADE-Analysen [10, 124, 125] Anwendung. In Ereignissen dieses Typs treten

<sup>8</sup>Von historischem Interesse dürften folgende Kennzahlen sein: Das Auslesen eines Ereignisses nimmt 25 ms und die Online-Analyse durchschnittlich 100 ms in Anspruch [143]. In einem typischen multihadronischen Ereignis musste dabei die —aus heutiger Sicht bemerkenswerte— Datenmenge von 8 bis 16 KByte prozessiert werden [141].

<sup>9</sup>Bank-Organisation-System

bei einer Vernichtungsenergie von 35 GeV etwa 14 Spuren, die meist von Pionen herrühren, und etwa ebenso viele Photonen auf. Charakteristisch sind hohe sichtbare Energien und die Ausbalanciertheit der Ereignisse. Die hieraus motivierten Selektionsschnitte verwenden nur Informationen aus dem Bleiglaskalorimeter und der Jetkammer. Die verschiedenen Möglichkeiten der Teilchenidentifikation werden hier nicht verwendet.

Als geladene Teilchen werden rekonstruierte Spuren mit einem Mindestimpuls von 100 MeV/c zugelassen, die in guter Näherung stets mit Pionen gleichgesetzt werden. Gruppen von angesprochenen Bleiglasblöcken, die räumlich zusammenhängend sind, werden als Photonen betrachtet. Ein Clusteralgorithmus fasst die registrierten Energien eines Schauers zusammen und bestimmt den Energieschwerpunkt. Räumlich überlappende Cluster werden getrennt analysiert, wenn zwischen ihnen ein Energieminimum erkennbar ist. Lassen sich mit einem Cluster Spuren aus der Jetkammer räumlich assoziieren, so wird für jede Spur die typische mittlere Bleiglasenergie eines hadronischen Teilchens abgezogen. Die dann noch verbleibende Energie wird einem Photon zugeordnet. Es wird eine minimale Photonenenergie von 150 MeV verlangt.

Ein als multihadronischer Endzustand gewertetes Ereignis erfüllt folgende Selektionskriterien:

*Schnitte auf die Schauerenergie:*

1. Die Schauerenergiesumme muss Schwellenwerte entweder im Zentralbereich oder in den Endkappen überschreiten, die von der Vernichtungsenergie  $\sqrt{s}$  abhängen:

$\sqrt{s}$ [GeV]	im Zentralbereich[GeV]	in den Endkappen je [GeV]
< 16	> 1.2	> 0.2
16 - 24	> 2.0	> 0.4
> 24	> 3.0	> 0.4

*Schnitte auf Spuren:*

2. Mindestens vier Spuren kommen aus der Wechselwirkungszone, einem Zylinder um den Wechselwirkungspunkt mit 30 mm Radius und 700 mm Länge.
3. Mindestens drei Spuren haben mehr als 24 Messpunkte und einen Transversalimpuls von je mindestens 500 MeV/c.
4. Bei genau vier Spuren darf keine Hemisphäre existieren, in der nur eine Spur liegt.

Die Spurkriterien reduzieren den physikalischen Untergrund aus kosmischer Strahlung und 2-Lepton-Endzuständen wie z.B. Bhabha-Ereignisse<sup>10</sup>. Schnitt 4 verwirft insbesondere  $\tau$ -Paar-Ereignisse mit der charakteristischen so genannten „1+3 prong“-Signatur [12] im —nach der „1+1 prong“-Signatur— dominanten hadronischen Zerfallskanal.

<sup>10</sup>Im anfänglichen Experimentierstadium wurden an dieser Stelle die Ereignisse zusätzlich von Physikern visuell inspiziert, um nicht erkannte Untergrundereignisse manuell zu verwerfen.

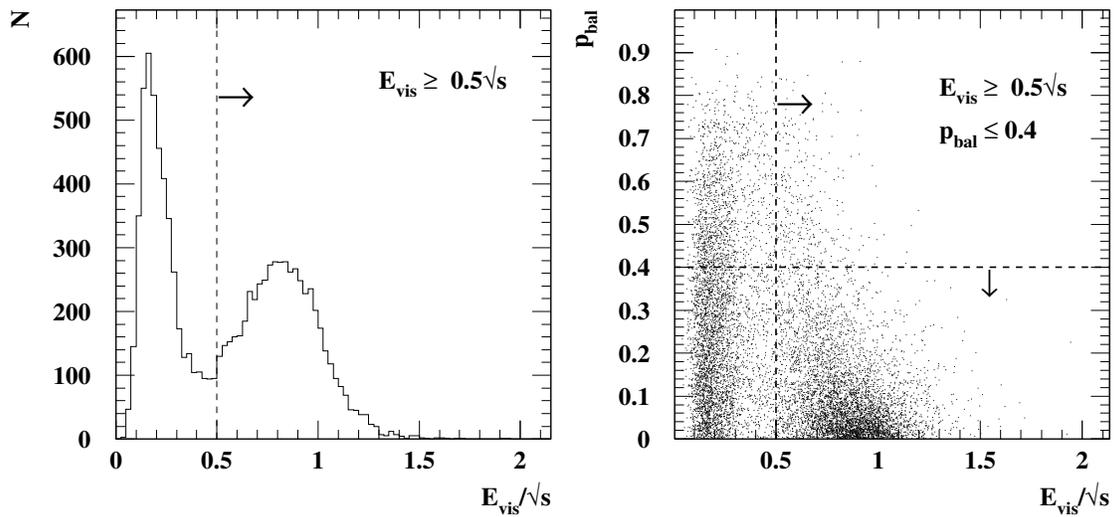


Abbildung 3.5: Die wichtigsten multihadronischen Selektionsschnitte.

*Schnitte auf integrale Detektorgrößen:*

Die verbleibende Datenmenge enthält etwa zur Hälfte multihadronische Ereignisse. Der Untergrund ist dominiert durch Strahl-Gas-Wechselwirkungen und insbesondere Zwei-Photon-Reaktionen. Zur weiteren Reduktion werden aus den Impulsen  $p^{(i)}$  und Energien  $E^{(i)}$  aller rekonstruierten Teilchen  $i$  die sichtbare Energie  $E_{\text{vis}} = \sum_i E^{(i)}$  und die Impulsbalance  $p_{\text{bal}} = \left| \sum_i p_z^{(i)} \right| / E_{\text{vis}}$ , d.h. die auf die sichtbare Energie normierte Summe der Longitudinalimpulse  $p_z^{(i)}$  bezüglich der Strahlachse, berechnet.

5. Die sichtbare Energie muss größer sein als die Strahlenergie:  $E_{\text{vis}} \geq 0.5 \cdot \sqrt{s}$
6. Die Impulsbalance muss kleiner als 0.4 sein:  $p_{\text{bal}} \leq 0.4$

Schnitte 5 und 6 sind in Abb. 3.5 für einen JADE-Datensatz bei  $\sqrt{s} = 34.6 \text{ GeV}$  illustriert. Sie erlauben eine sehr reine Trennung des Signals vom Untergrund aufgrund der klaren Signatur der genannten Untergrundprozesse, bei der typischerweise das gestreute Elektron und/oder das Positron unerkant in das Strahlrohr verschwindet und somit nicht zur sichtbaren Energie des Endzustandes beiträgt. Der Anteil von Strahl-Gas-Reaktionen und kosmischer Strahlung wird noch durch folgende Forderung weiter verringert:

7. Der rekonstruierte Ereignisvertex darf in  $z$ -Richtung nicht mehr als 150 mm vom Wechselwirkungspunkt abweichen:  $|z_{\text{Vertex}}| \leq 150 \text{ mm}$

Bereits an dieser Stelle ist der selektierte Datensatz praktisch untergrundfrei [125]. Jedoch können Verluste hochenergetischer Teilchen durch das Strahlrohr zu unvollständig rekonstruierten Ereignissen führen. Weiterhin kann die Ereignistopologie trotz der Balancebedingung 6 durch Bremsstrahlung im Anfangszustand weiterhin verzerrt sein. Daher finden sich in einigen JADE-Analysen noch folgende Forderungen, die auch hier übernommen werden:

8. Für den Winkel  $\theta_T$  zwischen Thrustachse<sup>11</sup> und Strahlachse muss gelten:  $|\cos \theta_T| \leq 0.8$
9. Der fehlende Gesamtimpuls  $p_{\text{miss}}$  darf nicht mehr als 30% der Schwerpunktsenergie betragen:  $p_{\text{miss}} = |\sum_i \vec{p}_i| \leq 0.3 \cdot \sqrt{s}$

Schnitt 8 ist in etwa durch die Raumwinkelabdeckung des Zentralteils des elektromagnetischen Kalorimeters und die Polarwinkelakzeptanz für 48 mögliche Spurmesspunkte in der Jetkammer gegeben (siehe Tab. 3.1).

Der so definierte Satz multihadronischer Ereignisse weist noch einen Untergrund aus Zwei-Photon-Ereignissen von 0.1% und aus  $\tau$ -Paar-Ereignissen von 1% auf [10]. Auf Basis der neueren Monte-Carlo-Programme und der reanimierten JADE-Simulation schätzen sich die nachstehenden Selektionsakzeptanzen  $\epsilon$  ab. Die Zahlen ergeben sich aus einer PYTHIA-basierten JADE-Simulation inklusive Photonabstrahlung im Anfangszustand, die Fehler sind als symmetrisierte größte Abweichung der entsprechenden Resultate mit JETSET 6.3 sowie HERWIG und ARIADNE als Ereignisgenerator angegeben. Abweichungen zu den Angaben in [124] sind u.a. bedingt durch die zusätzlichen Selektionskriterien 8 und 9 und durch unterschiedliche Schnitte auf die maximale Energie der Bremsstrahlungsphotonen.

$\langle \sqrt{s} \rangle [\text{GeV}]$	14.0	22.0	34.6	35.0	38.3	43.8
$\epsilon [\%]$	$54 \pm 3$	$59 \pm 3$	$59 \pm 3$	$60 \pm 3$	$58 \pm 3$	$58 \pm 3$

### 3.6 Verwendete Datensätze

In Tab. 3.2 sind die verbleibenden Ereigniszahlen für die in diese Analyse einfließenden Datensätze zusammengefasst. Es liegen zur Zeit zwei Datenversionen mit der Bezeichnung 9/87 und 5/88 vor, die sich hinsichtlich einiger Details in der Ereignisrekonstruktion unterscheiden<sup>12</sup>. Die Auswahl der Runperioden orientiert sich an Datennahmezeiträumen mit gleicher Detektorconfiguration, wie in Abb. 3.2 angedeutet. Dies ist auch im Hinblick auf die Einstellung der Parameter für die Detektorsimulation (siehe Abschnitt 4) von Bedeutung. Daten vor 1981 wurden mit teilweise defekten Driftkammerzellen aufgenommen und werden hier generell ausgeschlossen. Entgegen einiger früherer Analysen (z.B. [10, 152]) werden Daten, die während des Scanbetriebs des PETRA-Speicherrings im Jahre 1983 aufgezeichnet worden sind, nicht verwendet. In Tab. 3.2 sind die integrierten Luminositäten  $\mathcal{L}$  aufgelistet, die den Datensätzen zugrunde liegen, und die korrespondierenden luminositätsgewichteten Mittelwerte der Schwerpunktsenergien  $\langle \sqrt{s} \rangle$ .

### 3.7 Format und Inhalt der Datensätze

Die hier benutzten JADE-Daten liegen im ZE4V-Format [153] vor, ein speziell für einige frühere Multihadronstudien konzipiertes kompaktes Datenformat, das unabhängig von BOS verwaltet

<sup>11</sup>Eine genaue Definition ist in Abschnitt 5 gegeben.

<sup>12</sup>Die Bezeichnungen entsprechen der Version des „TP“-Programms zur Ereignisrekonstruktion, siehe z.B. [150, 151]. Die genauen Unterschiede in den Datenversionen sind leider nur unzureichend dokumentiert.

$\sqrt{s}$ -Bereich [GeV]	Datennahme- zeiten	Run- perioden	$\mathcal{L}$ [pb <sup>-1</sup> ]	$\langle\sqrt{s}\rangle$ [GeV]	<b>Multihadronen</b>	
					<b>9/87</b>	<b>5/88</b>
14.0	Jul.-Aug. 1981	7968-8629	1.46	<b>14.0</b>	<b>1734</b>	<b>1792</b>
22.0	Jun.-Jul. 1981	7592-7962	2.41	<b>22.0</b>	<b>1390</b>	<b>1408</b>
33.8 - 36.0	Feb. 1981 - Aug. 1982	6193-12518	61.7	<b>34.6</b>	<b>14372</b>	<b>14347</b>
35.0	Feb.-Nov. 1986	24214-30397	92.3	<b>35.0</b>	<b>20688</b>	<b>20925</b>
38.3	Okt.-Nov. 1985	23352-24187	8.28	<b>38.3</b>	<b>1587</b>	<b>1605</b>
43.4-46.6	Jun. 1984 - Okt. 1985	16803-23351	28.8	<b>43.8</b>	<b>3940</b>	<b>4397</b>

Tabelle 3.2: Zahl der JADE-Ereignisse aus ausgewählten Datennahmeperioden nach der multihadronischen Selektion (**Multihadronen**).  $\mathcal{L}$  bezeichnet die zugeordneten integrierten Luminositäten und  $\langle\sqrt{s}\rangle$  die luminositätsgewichteten Mittelwerte der Schwerpunktsenergien.

werden kann<sup>13</sup>. Eine ZE4V-Bank enthält eine Kopfsektion mit allgemeinen Ereignisdaten und eine Teilchensektion variabler Länge, in der die wesentlichen Resultate der Teilchenrekonstruktion zusammengefasst sind. Die wichtigsten Informationen sind:

- Run- und Ereignisnummer, Strahlenergie
- Vierervektoren der rekonstruierten Teilchen
- Bei Spuren:
  - Ladungsvorzeichen
  - Energieverlust  $dE/dx$
  - Rekonstruierte Sekundärvertizes
  - Energie eines eventuell assoziierten Clusters
  - Anzahl Messpunkte in der  $r - \varphi$ - und  $r - z$ -Ebene
  - Minimaler radialer Abstand  $R_{\min}$  zwischen rekonstruierter Spur und Ereignisvertex
- Bei Clustern:
  - Angesprochener Teil des Kalorimeters
  - Unkorrigierte Clusterenergien
  - Anzahl der angesprochenen Bleiglasblöcke

Spuren und Cluster sind bereits lockeren Qualitätsschnitten unterworfen worden. Jede Spur muss den folgenden Anforderungen genügen:

$$\text{Anzahl Messpunkte in } r - \varphi \geq 24$$

$$\text{Anzahl Messpunkte in } r - z \geq 12$$

<sup>13</sup>Die ursprünglich binären Datensätze wurden auf dem IBM-Großrechner des DESY-Rechenzentrums in das ASCII-Format konvertiert, um einfache Lesbarkeit der Daten unabhängig von der benutzten Rechnerplattform zu gewährleisten.

$$R_{\min} \leq 50 \text{ mm}$$

$$z\text{-Koordinate des Spurursprungs } |z_{\max}| \leq 350 \text{ mm}$$

$$\text{Mindestimpuls } p_{\min} \geq 50 \text{ MeV}/c$$

Ein Cluster steht nur dann als Photonkandidat in der ZE4V-Bank, wenn seine Energie nach Abzug der Energiedeposition eines minimalionisierendes Teilchens für jede assoziierte Spur mehr als 150 MeV beträgt.

# Kapitel 4

## Reaktivierung der JADE-Software

### 4.1 Motivation

Im Rahmen der Reanalyse der JADE-Daten werden aktuelle Fragestellungen aus dem Gebiet der Quantenchromodynamik untersucht. Studien hierzu [64, 152, 154–160] basieren u.a. auf einem Teil der in Abschnitt 3.6 vorgestellten Datensätze mit fertig rekonstruierten JADE-Ereignissen. Selektierte multihadronische Ereignisse sind zwar bei allen PETRA-Energien verfügbar, jedoch konnten in den bisherigen Studien lediglich die Energiepunkte um  $\sqrt{s} \simeq 35 \text{ GeV}$  und  $44 \text{ GeV}$  sinnvoll ausgewertet werden, weil nur für diese entsprechende *vorprozessierte* simulierte Datensätze im gleichen Format wie die realen Daten zur Verfügung standen. Eine vollständige Detektorsimulation ist aber unverzichtbar für detaillierte Untersuchungen der Effizienzen und Auflösungen einer Messung mit dem Ziel, mit statistischen Methoden einen Zusammenhang zwischen Detektorantwort und dem zugrunde liegenden physikalischen Ereignis, welches Gegenstand der Theorie ist, herzustellen.

In den oben zitierten Studien hat es sich erwiesen, dass Tests zur Energieevolution der QCD auf Basis von  $e^+e^-$ -Daten durch die Einbeziehung von PETRA-Daten deutlich an Signifikanz gewinnen<sup>1</sup>. Im Gegensatz zu anderen Experimenten bei PETRA und PEP kann JADE auch noch heute einen experimentellen Beitrag für detaillierte Analysen im Energiebereich zwischen  $b\bar{b}$ -Produktionsschwelle und der  $Z^0$ -Resonanz leisten. Daraus leitet sich das Hauptargument für die hier unternommenen Anstrengungen ab, die ursprüngliche „Offline“-Analyse-Software und die Detektorsimulation des JADE-Experiments wieder zu aktivieren. Die primäre Zielsetzung hierbei ist, simulierte und vollständig rekonstruierte JADE-Ereignisse bei allen wichtigen PETRA-Energien auf der Basis von aktuellen Ereignisgeneratoren zur Verfügung zu stellen, um so die Voraussetzung dafür zu schaffen, das Potenzial heute gängiger QCD-Analysen bis auf das untere Ende des  $e^+e^-$ -Kontinuums auszureizen.

Nicht zuletzt soll auch die Qualität der bisher durchgeführten Studien verbessert werden. Die vorprozessierten simulierten Datensätze basieren auf einer alten Version von JETSET, wobei die Einstellung der Modellparameter aufgrund lückenhafter Dokumentation nicht mehr mit hundertprozentiger Sicherheit recherchierbar war. Ferner tragen in [160] die statistischen Unsicherheiten

---

<sup>1</sup>Es existieren diverse Anstrengungen der LEP-Kollaborationen, QCD-Analysen mit Hilfe von hadronischen Endzuständen mit harter photonischer Bremsstrahlung im Anfangs- oder Endzustand auf reduzierte Schwerpunktsenergien auszudehnen (z.B. [161])

aufgrund der vorliegenden begrenzten MC-Statistik<sup>2</sup> wesentlich zum Gesamtfehler der Messung bei, sodass eine größere Menge simulierter Datensätze wünschenswert ist.

## 4.2 Beschreibung der Programme

Die angestrebte Anpassung der JADE-Software an bestehende Rechnerplattformen konzentriert sich auf vier größere Programmgruppen:

- Die „Tracking“-Simulation MCJADE [162, 163],
- der JADE-Supervisor SUPERV [146],
- das interaktive JADE-Grafikprogramm JADEZ [147]
- und die kompakte ZE4V-Datenformatierung [153].

In der Tracking-Simulation MCJADE ist die Geometrie und die Materialzusammensetzung des JADE-Detektors codiert. Nach Einlesen einer Teilchenkonfiguration, die extern mit Hilfe von Ereignisgeneratoren bereitgestellt werden muss, wird mit Monte-Carlo-Methoden der Teilchendurchgang durch das Material und das Ansprechen verschiedener Detektorkomponenten simuliert, wobei zunächst ein idealer Detektor mit annähernd beliebig guter Impuls-, Energie- und Ortsauflösung angenommen wird. Die simulierten Messwerte sind im gleichen Format wie die Daten des realen Detektors in BOS-Banken organisiert und können anschließend den gleichen Rekonstruktionsalgorithmen unterworfen werden.

Der JADE-Supervisor SUPERV steuert über den Aufruf von Standardanalysepaketen die Rekonstruktion der JADE-Ereignisse. Das Programm nimmt bei realen Daten nach Bedarf die Kalibration der Bleiglas- und Driftkammerrohdaten vor, soweit dies nicht schon außerhalb des Supervisors geschehen ist. Im Falle von simulierten Daten wird vor der Ereignisrekonstruktion zusätzlich eine „Smearing“- und eine Trigger-Simulation [164] durchgeführt. Hierbei werden u.a. die exakten Daten der Tracking-Simulation nachträglich so verschmiert, dass sie der tatsächlichen Auflösung und Nachweiseffizienz des JADE-Detektors für eine vorgegebene Datenperiode Rechnung tragen<sup>3</sup>.

Die Standardversion des Supervisors enthält die folgenden Rekonstruktionsschritte: Eine schnelle Berechnung des Ereignisvertex aus den Jetkammerrohdaten, die Erkennung von Spuren, das Auffinden von elektromagnetischen Clustern, eine Korrelation der Energien von Clustern mit den Impulsen assoziierter Spuren und die Myonkammeranalyse. Der Programmablauf kann über eine Benutzerroutine um weitere Analyseschritte erweitert und auf die eigene Physikanalyse individuell zugeschnitten werden. Reale und simulierte Messdaten können gemeinsam mit den

<sup>2</sup>Es liegen ca. 15000 bzw. 25000 Ereignisse bei  $\sqrt{s} = 35$  GeV (Konfiguration 1982 bzw. 1986) und ca. 15000 Ereignisse bei  $\sqrt{s} = 44$  GeV vor.

<sup>3</sup>Die Trennung von Tracking- und Smearing-Simulation geschah zu PETRA-Zeiten aus Rechenzeitgründen, denn mit MCJADE vorprozessierte Datensätze konnten anschließend für unterschiedliche Datenperioden weiterprozessiert werden. Die reine Tracking-Simulation eines durchschnittlichen Multihadronereignisses mit den in dieser Arbeit benutzten Routinen dauerte auf den damaligen IBM-Großrechnern durchschnittlich 5 Sekunden [165]. Die in einigen Spezialstudien verwendeten anspruchsvolleren Algorithmen zur Bleiglassimulation benötigten rund eine Sekunde für die Berechnung eines elektromagnetischen Schauers von 1 GeV Energie [166].

verschiedenen Stufen der Rekonstruktionsanalyse mit dem interaktiven JADE-Grafikprogramm JADEZ, in dem die Funktionen des Supervisors eingebettet sind, grafisch dargestellt werden.

In einem letzten Schritt werden die für Multihadronstudien physikalisch relevanten Informationen aus den Resultatbanken des Supervisors extrahiert und als kompakte ZE4V-Datensätze ausgeschrieben. Hierbei werden auch erste lockere Qualitätsschnitte auf Spuren und Cluster angewandt (siehe Abschnitt 3.7). Auf dieser Ebene der Ereignisanalyse sind die simulierten Daten im Prinzip direkt vergleichbar mit den bereits vorliegenden ZE4V-Daten des realen Detektors.

Die Routinen zur Detektorsimulation und Ereignisrekonstruktion sind während der aktiven Experimentierphase und auch nach Abschluss der Datennahme ständig verbessert und weiterentwickelt worden. Einige Programmeinheiten liegen in unterschiedlichen Versionen vor, und es können verschiedene Algorithmen für Teile der Simulation oder der Analyse aktiviert werden. Im Folgenden soll daher eine Kurzbeschreibung der wichtigsten Aspekte der JADE-Software gegeben werden, die ihre Reaktivierung betreffen und für die Neugenerierung von JADE-Ereignissen in dieser Arbeit relevant sind.

### 4.2.1 Detektorsimulation

Bei der Simulation des Teilchendurchgangs durch den JADE-Detektor werden die folgenden Teilchen berücksichtigt: Photonen, Elektronen, Myonen, Pionen, Protonen, Neutronen, geladene Kaonen und  $K_L^0$ . Andere Teilchen mit geringerer Lebensdauer müssen bereits bei der externen Ereignisgenerierung zerfallen, wobei die Position des entsprechenden Sekundärvertex als Startpunkt für die Detektorsimulation verwendet wird.

Geladene Teilchen werden in Spiralbahnen bis zur Spule bzw. den Endkappen des Bleiglasodoskops geführt. Dabei erfahren sie Vielfachstreuung entsprechend dem durchquerten Detektormaterial (Strahlrohr, Tankwandung, Kammerstützen und -wandungen, Kammergas) sowie Energieverluste aufgrund von Ionisation und Bremsstrahlung [163]. Außerdem werden die wichtigsten Zerfallsmodi der Mesonen berücksichtigt (z.B. [143]). Die Teilchentrajektorie wird schrittweise berechnet und die physikalischen Prozesse für jedes Teilstück entsprechend bekannter Wahrscheinlichkeitsverteilungen simuliert. Nukleare Wechselwirkungen vor Erreichen des Drucktanks der Jetkammer werden vernachlässigt [133]. Die Positionen signalgebender Drähte und die Driftzeiten werden unter Berücksichtigung der Magnetfeldabhängigkeiten hergeleitet. Zusätzlich werden willkürlich Drähte und Driftzeiten ausgewählt, um mögliche Zufallstreffer zu simulieren, wie sie im realen Experiment beispielsweise durch Synchrotronstrahlung induziert werden. Die Simulation berücksichtigt ferner Ortsauflösung, Doppelspurtrennvermögen, Drahteffizienzen und defekte Zellen für verschiedene Datennahmeperioden [163, 164]. Für die simulierten Messpunkte einer Spur wird ein verschmiertes  $dE/dx$ -Spektrum auf Grundlage der bekannten Teilchenmassen und -impulse generiert [130, 167].

Neutrale Teilchen werden geradlinig vom Wechselwirkungspunkt bis zum Bleiglas extrapoliert. Photonen werden an jeder Materialsicht auf Konversion getestet und gegebenenfalls das erzeugte Elektron-Positronpaar wie zwei geladene Teilchen durch den Detektor geführt [163].

Aufgrund des ermittelten Bahnverlaufs werden getroffene Szintillationszähler und Bleiglasblöcke registriert. Die Schauersimulation im Bleiglas verwendet die empirischen Schauerprofile aus [133, 165, 168]. Die Energiedeposition von Hadronen beruht auf den Ergebnissen von detaillierten Testmessungen an einem Pionstrahl. Hierbei werden auch Lichtleitereffekte, hadronische Wechselwirkungen sowie Energieverlust im Material zwischen Zentraldetektor und

Schauerzähler berücksichtigt. Sowohl die hadronische Schauerentwicklung als auch die elektromagnetische Schauerentwicklung von niederenergetischen Photonen und Elektronen werden in Ausbreitungsrichtung eindimensional angenähert, während für Photonen und Elektronen mit einem Impuls ab 100 MeV/c ein dreidimensionales Schauerprofil [168] berechnet wird<sup>4</sup>. Konversionen und Absorption im Material vor der Bleiglasoberfläche sowie Energieauflösung und Schauerfluktuationen durch unterschiedliche Eindringtiefen der Photonen werden berücksichtigt. Bei minimal ionisierenden Teilchen ist auch eine direkte Energiedeposition ohne Schauer möglich. Nukleare Wechselwirkungen neutraler Hadronen werden vernachlässigt. In der Simulation werden Ausleseschwellen für die Bleiglaszähler wie im Experiment gesetzt.

Das Programm enthält auch eine Simulation des Taggingssystems [172]. Ferner wird auf Grundlage der berechneten Spuren und Bleiglasenergien der T1- und T2-Trigger simuliert, bei der lediglich Bleiglasschwellenwerte und logische Kombinationen aus Zellen mit einer Mindestzahl angesprochener Drähte getestet werden [163].

Spurmesspunkte werden nur in Jetkammer und Vertexkammer generiert. Eine Simulation der Z-Kammerdaten ist in den vorliegenden Programmbibliotheken nicht enthalten. Für die JADE-Simulation inklusive Myonkammern gibt es eine eigene Programmversion, die hier nicht aktiviert worden ist.

#### 4.2.2 Ereignisrekonstruktion

Die Ereignisrekonstruktion versucht, aus der Detektorantwort physikalisch relevante Größen wie Impuls und Energie von Teilchen, Teilchensorte oder Ereignisvertex zu extrahieren. Die hier benutzte Version des Supervisors gestattet dies auf der Grundlage der Informationen, die von der Jetkammer, Z-Kammer, dem Bleiglaskalorimeter und der Myonkammern stammen. Die Z-Kammer- und Myonkammeranalyse ist hier nicht relevant, da die Simulation entsprechender Rohdaten fehlt. Vertexkammerdaten werden zwar simuliert, die entsprechende Rekonstruktionsroutinen sind jedoch nicht im Supervisor integriert.

##### *Spurerkennung und schnelle Rekonstruktion des z-Vertex*

Der Supervisor führt die Standardspurerkennung nach [173] durch. Die Bestimmung der z-Position des Ereignisvertex wird ohne vollständige Spurrekonstruktion berechnet. Durch je zwei Messpunkte in Ring 1 und Ring 2 der Jetkammer werden Geraden gelegt und der Schnittpunkt mit der Strahlachse histogrammiert. Kombinationen von Messpunkten, die zu einer Spur gehören, geben mit bis zu 16 Einträgen ein klares Signal über dem sonst flachen Untergrund falscher Kombinationen<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup>Die Routinen zur Simulation elektromagnetischer Schauer, wie sie hier verwendet werden, basieren auf Algorithmen des Simulationspakets EGS [169]. Die JADE-Programmbibliothek enthält eine weitere, detailliertere Bleiglassimulation („Tokyo-Schauerprogramm“ [166, 170]), in der die Ausbeute von Čerenkovphotonen nach Einfall eines relativistischen Teilchens berechnet wird unter Berücksichtigung von Reflexions- und Absorptionseffekten im Bleiglas und in den Lichtleitern sowie Nachweiseffizienzen in den Photomultipliern. Diese kam aufgrund der extremen Rechenzeit nur in speziellen JADE-Analysen zum Einsatz und wird auch in der vorliegenden Arbeit nicht benutzt. Weiterentwicklungen der Simulation auf der Grundlage des bekannten Simulationspakets GEANT [171] haben nur in einigen ganz späten Analysen Anwendung gefunden.

<sup>5</sup>Dieser schnelle Algorithmus wurde speziell für die Online-Analyse zur Verwerfung von Untergrundereignissen entwickelt und spielt für die Offline-Analyse nur eine untergeordnete Rolle.

Die Spursuche erfolgt in der  $r - \varphi$ -Ebene, da die Driftzeitmessung eine um zwei Größenordnungen bessere Ortsauflösung liefert als die Messung der  $z$ -Koordinate. Zunächst werden Triplets benachbarter Messpunkte zusammengefasst, indem verlangt wird, dass die Krümmung der so gebildeten Linienelemente sowie ihre Neigung gegen die Radialrichtung gewisse Werte nicht übersteigen darf. Linienelemente werden in einer Zelle zu Spurelementen verbunden und an alle so zugeordneten Messpunkte eine Parabel angepasst, wodurch sich meist auch die Links-Rechts-Ambiguität auflöst. Im nächsten Schritt werden die Spurelemente vom äußeren Ring beginnend nach innen extrapoliert mit dem Ziel, innerhalb vorgegebener Grenzen bisher unassoziierte Spurelemente zu Spuren zu verbinden. Hierbei wird die Güte der Spur durch Parabelanpassungen über den gesamten Verlauf überprüft. Im letzten Schritt wird versucht, durch Interpolation und Extrapolation angepasster Parabeln (bzw. Kreise bei Impulsen kleiner 500 MeV) noch verbleibende isolierte Messpunkte und Spurelemente in der Nachbarschaft der Spur aufzusammeln. Zugeordnete Messpunkte einer Spur werden in der  $r - z$ -Ebene durch eine angepasste Gerade angenähert.

In weiteren Analyseschritten, die für die vorprozessierten JADE-Datensätze relevant sind, jedoch nicht in der Standardversion des Supervisors enthalten sind, kann die Spurrekonstruktion weiter verfeinert werden, etwa durch Anpassung von dreidimensionalen Helixspuren oder der Forderung eines gemeinsamen Vertex für ausgewählte Spuren. Ferner ist auch eine gemeinsame Spuranpassung in Jetkammer und Vertexkammer oder Z-Kammer möglich.

Die Analysesoftware erlaubt auf Grundlage der gefundenen Spuren eine Vertexanalyse [174, 175] sowie die Messung des Energieverlustes der Teilchen mit der „truncated-mean“-Methode [130].

#### *Schauerrekonstruktion*

Die Algorithmen zur Clusteranalyse sind ausführlich in [133, 176, 177] beschrieben. Die in einem Bleiglasblock deponierte Energie wird aus dem gemessenen Photomultiplier-Signal mit Hilfe von Kalibrationskonstanten berechnet. Diese wurden aus der Eichung des betreffenden Bleiglasblocks an einem Elektronenstrahl vor seinem Einbau in den Detektor und der späteren Feinkalibration während der Datennahme anhand von Ereignissen aus Bhabhastreuung und Photonpaarerzeugung bestimmt.

In der Schauerrekonstruktion [176] werden zusammenhängende Strukturen von benachbarten angesprochenen Bleiglasblöcken gesucht, wobei der höchstenergetische Block in einem Cluster eine bestimmte Mindestenergie aufweisen muss. Dabei wird auch versucht, überlappende Schauer zu trennen, falls in einem zusammenhängenden Gebiet mehrere Energiemaxima gefunden werden. Ein Cluster kann auch aus einem Block bestehen, falls er keine Nachbarn besitzt, in denen Energie deponiert wurde. Die Summe der Blockenergien bildet eine erste Näherung für die Energie des Clusters.

Im nächsten Schritt werden Spuren des Innendetektors in das Bleiglassystem extrapoliert, um festzustellen, ob ein Cluster innerhalb durch Vielfachstreuung und Messfehler vorgegebener Toleranzen mit Spuren assoziiert ist. Gegebenenfalls werden dabei Clusterenergie und Spurimpuls korreliert. Nicht assoziierte Cluster werden als Photonkandidaten gehandelt, bei den anderen werden Elektronen angenommen, falls Kriterien hinsichtlich Clusterenergie und Spurimpuls erfüllt sind.

Der Auftreffort des schauernden Teilchens ist zunächst durch das energiegewichtete Mittel der Blockkoordinaten gegeben. Für Elektronen und Photonen wird dabei die energieabhängige Lage

des Schauermaximums berücksichtigt. Bei elektromagnetischen Schauern kann in einem späteren Schritt die Bestimmung des Schauerschwerpunkts durch Anpassung einer dreidimensionalen theoretischen Schauerfunktion verfeinert werden [133].

Die rohen Clusterenergien werden um Effekte korrigiert, die mit detaillierten Schauersimulationen als Funktion der Schauerenergie und des Polarwinkels ermittelt worden sind [135, 177]. Berücksichtigt wird der mögliche Schauerstart im Material vor dem Bleiglaszähler, unterschiedliche Auftreffpunkte auf der Glasoberfläche, die Winkelabhängigkeit der Ausbeute des Čerenkovlichts, Blockausleseschwellen und das Heraustreten von Photonschauern aus dem Bleiglasblock.

### 4.3 Aufgabenstellungen

Die JADE-Software wurde auf dem Datennahmecomputer<sup>6</sup> des JADE-Experiments und dem für die Offline-Analyse zuständigen IBM-Großrechner<sup>7</sup> entwickelt [178]. Der Quellcode ist überwiegend in FORTRAN IV verfasst. Daneben finden sich diverse Assemblerroutrinen für einige häufig auftretende zeitkritische Rechenoperationen. Ein beträchtlicher Teil des Software, insbesondere die Programme zur Spurerkennung in der Jetkammer, ist in SHELTRAN verfasst, eine auf FORTRAN basierende Precompilersprache, die strukturiertes Programmieren erlaubt. Einige Algorithmen zur Grafik- und Vertexkammersoftware sind in MORTRAN, einer anderen FORTRAN-Erweiterung, programmiert. Viele Analyseprozeduren aus der späteren Experimentierphase sind in FORTRAN 77 geschrieben.

Die in Abschnitt 4.2 beschriebenen Teile der Software sind für einige der heute gängigen UNIX-Plattformen angepasst und getestet worden. Im Wesentlichen mussten hierzu die folgenden Problemstellungen gelöst werden:

- die Übersetzung des SHELTRAN-Codes<sup>8</sup> in Standard FORTRAN-77,
- die Programmierung einer FORTRAN-77 Emulation für
  - Routinen der alten DESY-Programmbibliothek [180],
  - IBM-Assemblerroutrinen und IBM-spezifische intrinsische FORTRAN-Funktionen [180],
  - Teile des Tektronix-Grafikpakets PLOT-10 [181] und der Grafik-Schnittstelle IPS [182],
- die teilweise Beseitigung von IBM-Erweiterungen, die nicht dem FORTRAN-77-Standard entsprechen.
- die Beseitigung von Plattformabhängigkeiten bei der Datenprozessierung.

Die Funktionalität der Programme konnte häufig mit Hilfe von Routinen der CERN-Programmbibliothek CERNLIB [183] nachgebildet werden. Die elementaren Vektorgrafikfunktionen des Softwarepakets PLOT-10, auf welchem die interaktive JADE-Grafik im Wesentlichen beruht, wurden mit Hilfe einer programmierten Schnittstelle direkt auf das Grafikpaket HIGZ [184] abgebildet.

---

<sup>6</sup>NORD-10S/50

<sup>7</sup>IBM/370

<sup>8</sup>Benutzt wurde u.a. der Precompiler `sheltran` [179].

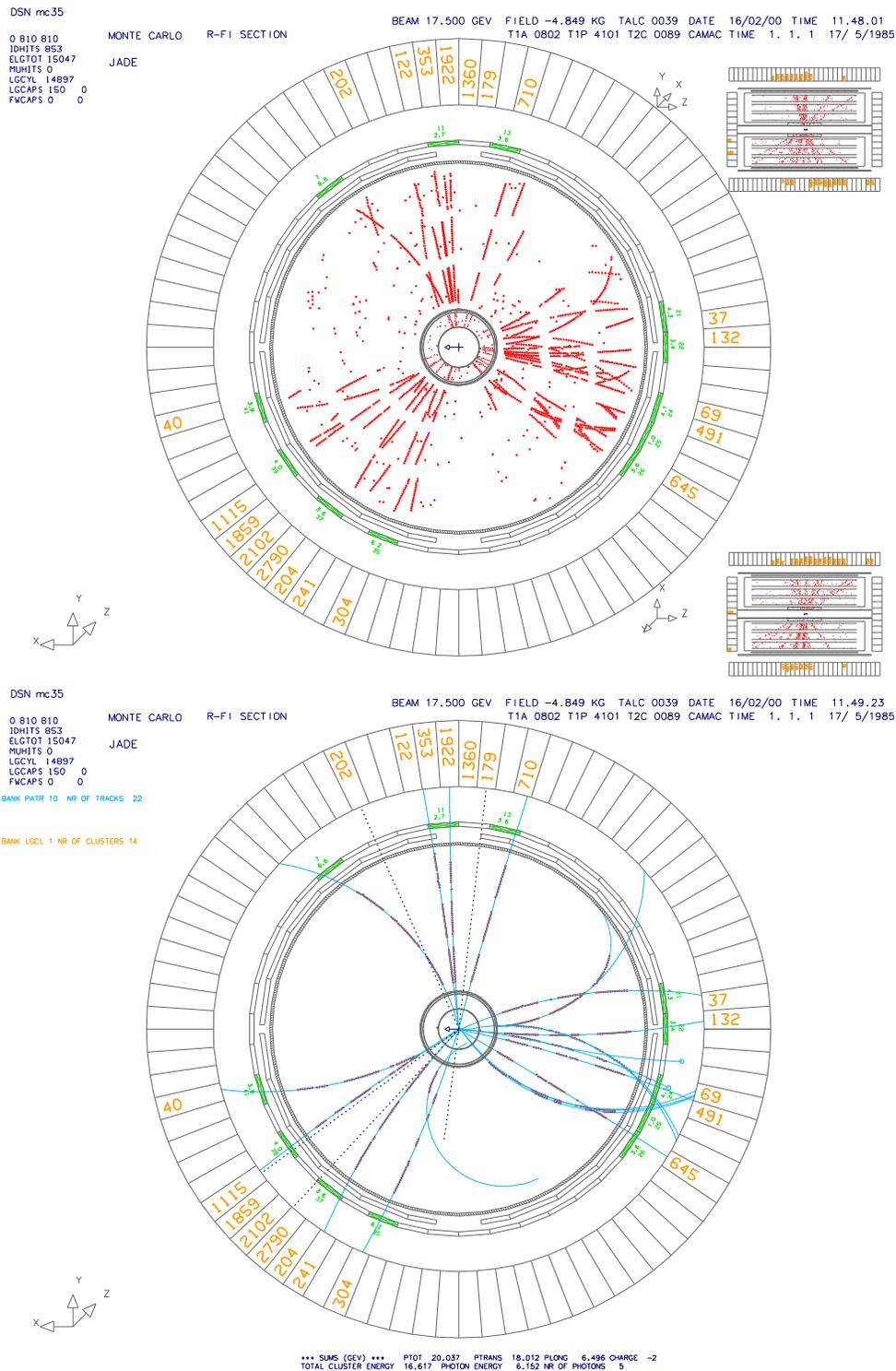


Abbildung 4.1: Grafische Darstellung eines neu simulierten JADE-Ereignisses im Querschnitt des Detektors senkrecht zur Strahlachse. Das obere Bild zeigt Messpunkte in Jetkammer und Vertexkammer inklusive Links-Rechts-Ambiguitäten, Einträge der Flugzeitzähler und Energiedepositionen im Bleiglas-kalorimeter. Das untere Bild repräsentiert die Ereignisrekonstruktion. Die durchgezogenen Linien stellen rekonstruierte Spuren dar, die gestrichelten Linien deuten das Ergebnis der Clusteranalyse an.

Die Abhängigkeit der Datenprozessierung von der Rechnerplattform birgt die größten Unsicherheiten bei der Übertragung des Programmcodes. Das Problem hängt mit der an Speicherplatz- und Rechenzeitoptimierung orientierten Programmieretechnik zu PETRA-Zeiten zusammen. Die Detektorinformationen sind in den BOS-Banken typischerweise als sehr kompakte Mischung von unterschiedlichen Datentypen verschiedener Wortlänge organisiert. Die Programme greifen jedoch auf die Bankinhalte nicht konsequent in Einheiten einer gegebenen Wortlänge<sup>9</sup> zu, sodass die korrekte Adressierung und Manipulation von Bits und Bytes eines Datenwortes von der Konvention abhängt, in welcher Reihenfolge diese im Speicher abgelegt sind<sup>10</sup>. Durch diesen Umstand ist der Gebrauch intrinsischer IBM-FORTRAN-Funktionen und Assemblerrountinen äußerst problematisch, da sie häufig für eine unterschiedliche Kombination von Datentypen aufgerufen werden. Bei ihrer FORTRAN-Emulation wurde daher versucht, diese Maschinenabhängigkeiten weitgehend abzufangen. Eventuell verbleibende explizite Abhängigkeiten im Programmcode wurden nur vereinzelt gefunden und in allen Fällen behoben. Allerdings lassen sich diese nur schwer lückenlos aufspüren und sind nur durch Änderungen des Programmcodes zu entfernen, was angesichts des unstrukturierten Zustands der JADE-Software mit vertretbarem Zeitaufwand nicht möglich ist. Aus diesem Grunde wurde für die Monte-Carlo-Produktion von JADE-Ereignissen letztendlich ein Rechnersystem<sup>11</sup> mit derselben Speicherkonvention wie beim ursprünglichen Analyserechner des JADE-Experiments gewählt.

## 4.4 Test der Funktionalität

Mit den in Abschnitt 4.3 beschriebenen Maßnahmen konnten Detektorsimulation, Supervisor und das JADE-Grafikprogramm erfolgreich reaktiviert werden. Verschiedene Tests bestätigen, dass die Programme stabil laufen und dass die einzelnen Programmkomponenten sinnvoll ineinander greifen.

Dieser Befund kann anhand der Ereignisgrafik plastisch demonstriert werden: In Abb. 4.1 ist ein neu simuliertes JADE-Ereignis in der Detektorkonfiguration von 1986 dargestellt, dem ein mit PYTHIA generiertes multihadronisches Ereignis bei  $\sqrt{s} = 35 \text{ GeV}$  zugrunde liegt. Das obere Bild gibt die Messsignale der Jetkammer, der Vertexkammer, der Flugzeitähler und des Bleigaskalorimeters wieder. In dem unteren Bild ist das Ergebnis der höchsten Stufe der Ereignisrekonstruktion zu sehen, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben. Die Rekonstruktionsanalyse hat offensichtlich erfolgreich die Links-Rechts-Ambiguitäten in der Spurkammer aufgelöst, Zufallsmesspunkte verworfen und die Spurelemente einzelner Driftkammerzellen zu zusammenhängenden Spuren verknüpft. Ebenso hat die Bleiglasanalyse offensichtliche Photonkandidaten aufgespürt. Abb. 4.2 zeigt einen Ausschnitt desselben Ereignisses, wobei zusätzlich die zugrunde liegende initiale Teilchenkonfiguration dargestellt ist. Zu erkennen ist die Korrelation zwischen den eingegebenen Vierervektoren und dem simulierten Detektorsignal sowie typische Fehler der Rekonstruktionsanalyse, wie sie auch in der realen Messung zu erwarten sind, aufgrund simulierter Vielfachstreuung,  $e^+e^-$ -Paar-Konversion und Photonbremsstrahlung.

<sup>9</sup>Auf heute gängigen Rechnerplattformen ist die Wortlänge für den Datentyp INTEGER oder REAL üblicherweise 4 Bytes = 32 Bits.

<sup>10</sup>Die damaligen IBM-Rechner des DESY-Rechenzentrums befolgten die „Big-Endian“-Konvention, d.h. das höherwertige Byte hat die kleinste Speicheradresse innerhalb des Datenwortes. Die meisten heutigen UNIX-Systeme, darunter IBM RS6000 und SGI MIPS, sind ebenfalls Big-Endian-Maschinen. „Little-Endian“-Maschinen mit umgekehrter Bytereihenfolge sind z.B. durch DEC Alpha RISC, Intel Pentium und AMD repräsentiert.

<sup>11</sup>IBM RS6000

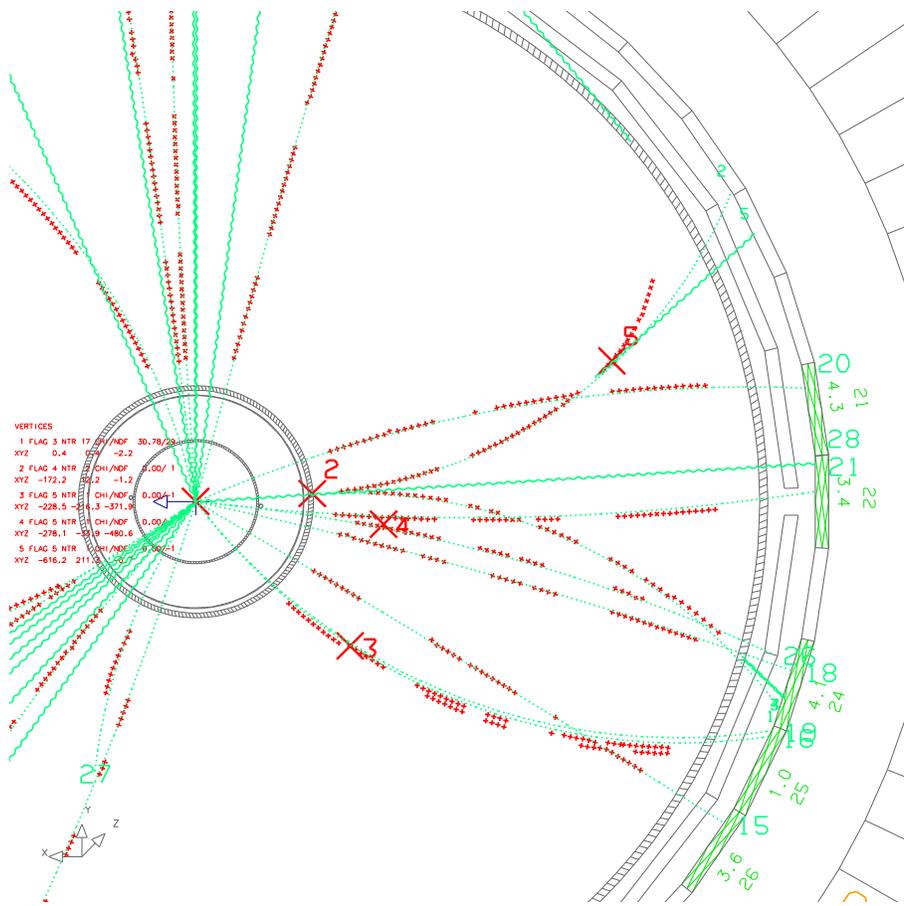


Abbildung 4.2: Ausschnitt der Rekonstruktion des simulierten JADE-Ereignisses aus Abb. 4.1 im Vergleich mit der Vierervektoreingabe des zugrunde liegenden QCD-Ereignisgenerators. Die Linien stellen die in den Detektor extrapolierten Bahnen der generierten Teilchenkonfiguration und der in Sekundärwechselwirkungen mit dem Detektormaterial erzeugten Teilchen dar (gepunktete Linien = geladene Teilchen, wellenförmige Linien = Photonen).

Für quantitativere Tests wurden detaillierte Vergleiche zwischen simulierten und realen Messdaten angestellt, die teilweise in Anhang A dokumentiert sind. Neben vielen guten Übereinstimmungen werden auch einige Diskrepanzen beobachtet (z.B. bei den elektromagnetischen Schauerenergien und Teilchenmultiplizitäten). Diese wurden teilweise auch in früheren JADE-Studien festgestellt (z.B. [150]) und geben nur den Stand der Programmentwicklung zu PETRA-Zeiten wieder. Beim Vergleich müssen mögliche Unterschiede in einigen Details der Rekonstruktionsanalyse, die leider nicht genau dokumentiert sind, beachtet werden. Die Referenzen [150, 185–188] deuten z.B. an, dass zur endgültigen Jetkammeranalyse dreidimensionale Helixspuren angepasst worden sind, mit der Zwangsbedingung eines gemeinsamen Primärvertex für ausgewählte Spuren. Die Rekonstruktionsversion 9/87 [150] berücksichtigt möglicherweise auch die Vertexkammer- und Z-Kammerdaten für die endgültige Bestimmung der Spurparameter in den Daten der Jahre 1984–1986, wohingegen in der vorliegenden Programmversion die Z-Kammersimulation und die Spurrekonstruktion in der Vertexkammer fehlen.

Insgesamt ist der Zustand und die Funktionalität der JADE-Software soweit zufrieden stellend, dass sie zum Zwecke der in dieser Arbeit angestrebten Studien verwendet werden kann.



## Kapitel 5

# Messung von Ereignistopologien bei PETRA-Energien

Die hier vorgestellten Studien zur Quantenchromodynamik basieren auf Variablen zur Beschreibung von Ereignistopologien in hadronischen Endzuständen der  $e^+e^-$ -Vernichtung. Die Einführung von QCD-Observablen motiviert sich insbesondere aus der Beobachtung von Jets in  $e^+e^-$ -Kollisionen. Die Formation von Jets wird als Konsequenz der Fragmentation von primären Quarks und hochenergetischen Gluonen angesehen, bei der die so erzeugten Hadronen einen bezüglich der Richtung der Partonen limitierten Transversalimpuls  $p_t$  erhalten. Bereits bei PETRA-Energien sind eng kollimierte Teilchenjets deutlich erkennbar. Abb. 5.1 zeigt Ereignisse, die der JADE-Detektor aufgezeichnet hat. Üblicherweise sind zehn bis 30 Teilchen in zwei bis fünf Jets geordnet.

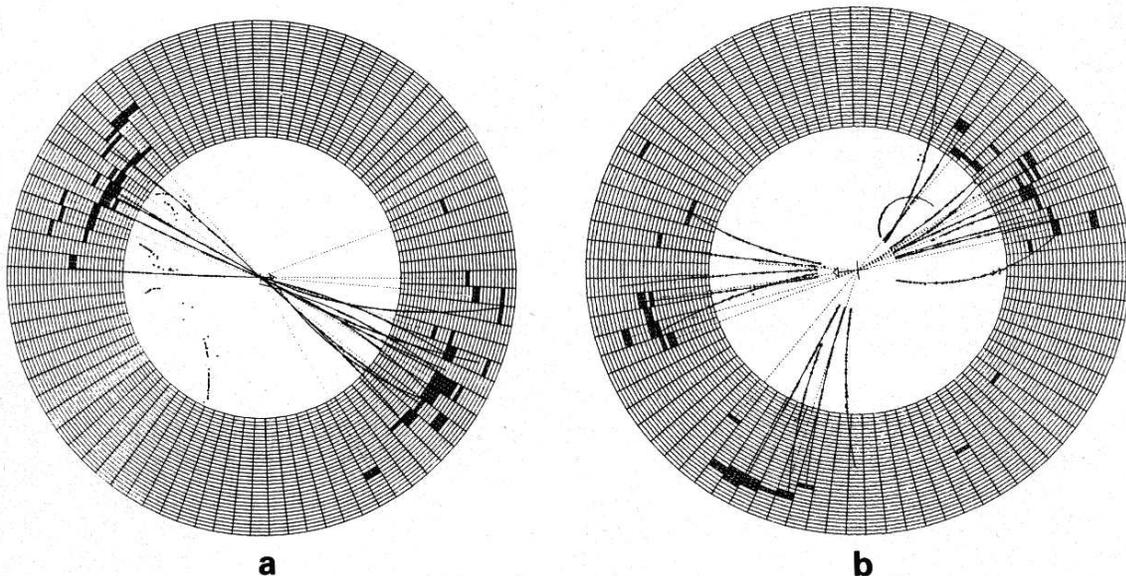


Abbildung 5.1: Ereignisse mit zwei Jets (a) und drei Jets (b) bei  $\sqrt{s} \simeq 30$  GeV, gesehen im JADE-Detektor [28]. Dargestellt sind rekonstruierte Spuren in der Jetkammer und Einträge im elektromagnetischen Kalorimeter.

Die zwanglose Interpretation, dass die im Experiment nachweisbaren Hadronen die ursprünglich generierte Partonkonfiguration widerspiegeln, steht im Einklang mit dem Konzept der Lokalen Parton-Hadron-Dualität [87,88]. Anhand von Ereignisformen lassen sich daher perturbative und nichtperturbative Aspekte der zugrunde liegenden QCD-Prozesse untersuchen. Ereignistopologische Variablen messen insbesondere den Anteil harter Gluonabstrahlung und sind daher sensitiv auf die starke Kopplungskonstante  $\alpha_S$ . Idealerweise sind bei Reaktionen vom Typ  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  die Hadronen in zwei gegenüberliegenden Jets kollimiert, während in  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$  ein weiterer Jet auftritt, der mit den Quarkjets eine Ebene aufspannt. In niedrigster Ordnung  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  ist die Gluonabstrahlwahrscheinlichkeit proportional  $\alpha_S$ , sodass sowohl durch Abzählen von Ereignissen mit Gluonjets als auch durch Messung des von den Endzustandsteilchen besetzten Phasenraumbereichs der Wert von  $\alpha_S$  bestimmt werden kann. Die Form eines Ereignisses kann über eine geeignete Vorschrift durch eine Zahl  $\mathcal{F}$  beschrieben und deren statistische Verteilung  $d\sigma/d\mathcal{F}$  quantitativ mit perturbativen QCD-Vorhersagen als Funktion von  $\alpha_S$  verglichen werden.

Für  $\alpha_S$ -Messungen (Kapitel 6) ist es günstig, Variablen zu verwenden, die über einen großen kinematischen Bereich keine der in Abschnitt 2.3 angesprochenen kollinearen oder infraroten Divergenzen aufweisen. Der Wert der Variablen darf nicht davon abhängen, ob bei ihrer Berechnung aus einer gegebenen Teilchenkonfiguration ein Teilchen mit Impuls  $\vec{p}_i$  durch zwei Teilchen  $(\vec{p}_j, \vec{p}_k)$  mit paralleler Flugrichtung —bei Erhaltung des Impulses— ersetzt wird oder ein weiteres Teilchen mit beliebig kleiner Energie hinzuaddiert wird. Aus der Forderung  $\mathcal{F}(\vec{p}_i) = \mathcal{F}(\vec{p}_j + \vec{p}_k)$  folgt notwendig, dass „gute“ Observablen linear in  $\vec{p}_i$  sein müssen. Die im Folgenden eingeführten Variablen besitzen diese Eigenschaft. Sie sind darüber hinaus nicht nur in fester Ordnung  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  berechenbar, es lassen sich auch die führenden und nächstführenden logarithmischen perturbativen Beiträge (NLLA) in allen Ordnungen von  $\alpha_S \cdot \ln 1/\mathcal{F}$  resumieren.

In diesem Kapitel wird die Messung von topologischen Observablen mit dem JADE-Detektor im Energiebereich zwischen  $\sqrt{s} = 14\text{-}44\text{ GeV}$  vorgestellt sowie systematische Unsicherheiten des Messprozesses untersucht. Da sich der Übergang der Partonen in beobachtbare Hadronen der perturbativen Beschreibung entzieht, wird insbesondere der Frage nachgegangen, inwieweit die in Abschnitt 2.4 erläuterten phänomenologischen Hadronisierungsmodelle PYTHIA/JETSET, HERWIG, ARIADNE und COJETS mit ihren LEP-optimierten Parametereinstellungen zur Beschreibung von Ereignistopologien bei PETRA-Energien taugen.

## 5.1 Definition der Topologievariablen

Der Wert einer Topologiemessgröße  $\mathcal{F}$  errechnet sich aus den gemessenen Viererimpulsen  $(E_i, \vec{p}_i)$  aller Teilchen  $i$  eines Ereignisses. Sie sind als dimensionslose Größen definiert mit  $\mathcal{F} = 0$  für ideale 2-Jet-Konfigurationen und  $\mathcal{F} > 0$  für sonstige Ereignisse.

**Thrust  $T$ :** Der Thrust  $T$  [189,190] ist die betragsmäßige Summe aller auf eine Raumrichtung  $\vec{n}$  projizierten normierten Teilchenimpulse  $\vec{p}_i$ , wobei die Richtung so gewählt ist, das  $T$  maximal ist:

$$T = \max_{\vec{n}} \left( \frac{\sum_i |\vec{p}_i \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \right). \quad (5.1)$$

Aus der Vorschrift ergibt sich die Thrustachse  $\vec{n}_T$ . Legt man eine Ebene senkrecht zu  $\vec{n}_T$  durch den Primärvertex, so wird das Ereignis in zwei Hemisphären  $H_1$  und  $H_2$  aufgeteilt, die zur Definition weiterer Observablen benötigt werden. In einem idealen 2-Jet-Ereignis

ist  $T = 1$ , ein planares Ereignis mit einem harten Gluon liefert Werte  $\frac{2}{3} < T < 1$ , und für eine absolut sphärisches Ereignis ohne Vorzugsrichtung gilt  $T = \frac{1}{2}$ . Als Messgröße wird, obiger Konvention folgend,  $\mathcal{F} = 1 - T$  genommen.

**Jetmasse  $M_{\text{H}}$ :** Nach Festlegung der Thrustachse  $\vec{n}_{\text{T}}$  werden die invarianten Massen

$$M_k^2 = \left\{ \left( \sum_i E_i \right)^2 - \left( \sum_i \vec{p}_i \right)^2 \right\}_{i \in H_k}, \quad k = 1, 2 \quad (5.2)$$

für beide Hemisphären  $H_1, H_2$  berechnet. Der größere auf die Gesamtenergie normierte Wert,

$$M_{\text{H}}^2 = \frac{\max(M_1^2, M_2^2)}{(\sum_i E_i)^2} \quad (5.3)$$

wird als *Schwere Jetmasse*<sup>1</sup> [191] oder hier kurz *Jetmasse* bezeichnet. Der Beitrag zu  $M_{\text{H}}$  stammt üblicherweise aus der Ereignishälfte, die neben dem Quarkjet einen Gluonjet beinhaltet, während für ein 2-Jet-Ereignis ohne Gluonaktivität  $M_{\text{H}} \approx 0$  ist.

**Jetbreiten  $B_{\text{T}}, B_{\text{W}}$ :** Die Jetbreiten werden bei gegebener Thrustachse  $\vec{n}_{\text{T}}$  durch die Vorschrift [37]

$$B_k = \frac{\sum_{i \in H_k} |\vec{p}_i \times \vec{n}_{\text{T}}|}{2 \sum_i |\vec{p}_i|} \quad (5.4)$$

in beiden Hemisphären  $H_k$  ( $k = 1, 2$ ) ermittelt. Man definiert<sup>2</sup> die *Totale Jetbreite*  $B_{\text{T}}$  als die Summe und die *Größere Jetbreite*  $B_{\text{W}}$  als den dominanten der beiden Beiträge,

$$\begin{aligned} B_{\text{T}} &= B_1 + B_2 \\ B_{\text{W}} &= \max(B_1, B_2) . \end{aligned} \quad (5.5)$$

$B_{\text{W}}$  rekrutiert sich ähnlich  $M_{\text{H}}$  aus der Hemisphäre, in der ein Gluon abgestrahlt wurde. Die Jetbreiten bringen die transversale Struktur des Ereignissen bezüglich der Jetachse zum Ausdruck und sind in diesem Sinne komplementär zu  $1 - T$  und  $M_{\text{H}}$ , welche eher die longitudinale Komponente ( $1 - T$ ) bzw. die longitudinale und transversale Komponente ( $M_{\text{H}}$ ) des Ereignisses betonen.

**C-Parameter  $C$ :** Der  $C$ -Parameter ist definiert durch [192, 193]

$$C = 3(\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1) , \quad (5.6)$$

wobei  $\lambda_\gamma$ ,  $\gamma = 1, 2, 3$  die Eigenwerte des linearisierten Impulstensors

$$\Theta^{\alpha\beta} = \frac{\sum_i (p_i^\alpha p_i^\beta) / |\vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|} , \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (5.7)$$

repräsentieren. Die Normierung lautet  $\sum_{\gamma=1}^3 \lambda_\gamma = 1$ . Ordnet man die Eigenwerte nach ihrer Größe,  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ , so können sie geometrisch den Hauptachsen im Impulsraum zugeordnet werden. In einem perfekten 2-Jet-Ereignis ist  $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ , eine koplanare 3-Jet-Signatur liefert  $\lambda_3 = 0$ , und für ein sphärisches Ereignis gilt  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{3}$ . Aus

<sup>1</sup>Engl. *Heavy Jet Mass*.

<sup>2</sup>Engl. *Total Jet Broadening* und *Wide Jet Broadening*.

der charakteristischen Gleichung für das Eigenwertproblem für  $\Theta^{\alpha\beta}$  folgt eine äquivalente Formulierung [6]

$$\begin{aligned} C &= \frac{3 \sum_{i,j} |\vec{p}_i| |\vec{p}_j| - (\vec{p}_i \vec{p}_j)^2 / (|\vec{p}_i| |\vec{p}_j|)}{2 \sum_{i,j} (|\vec{p}_i| |\vec{p}_j|)^2} \\ &= 3 \frac{\sum_{i < j} |\vec{p}_i| |\vec{p}_j| \sin^2 \vartheta_{ij}}{\sum_{i,j} (|\vec{p}_i| |\vec{p}_j|)^2} = 3 \langle \sin^2 \vartheta_{ij} \rangle, \end{aligned} \quad (5.8)$$

aus der zu ersehen ist, dass der  $C$ -Parameter im Wesentlichen den mit ihren jeweiligen Impulsen quadratisch gewichteten mittleren Winkel  $\sin^2 \vartheta_{ij}$  zwischen den Teilchenpaaren  $(i,j)$  darstellt.

**Differenzielle 2-Jet-Rate  $y_{23}$ :** Diese Variable misst die Änderung der Multiplizität von Jets in einem Ereignis als Funktion eines Jetauflösungskriteriums. In dieser Arbeit findet der *Durham*-Algorithmus [194] zur Jetrekonstruktion Anwendung. Für jedes Teilchenpaar  $(i,j)$  wird ein Auflösungsparameter

$$y_{ij} = \frac{2 \min(E_i^2, E_j^2) (1 - \cos \vartheta_{ij})}{(\sum_k E_k)^2} \quad (5.9)$$

aus ihren Energien  $E_i, E_j$  und dem Winkel  $\vartheta_{ij}$  zwischen ihnen berechnet. Als Auflösungskriterium wird hier also die skalierte Transversalenergie eines Teilchens bezüglich der Richtung des jeweils anderen Teilchens benutzt. Das Paar  $(i,j)$  mit dem kleinsten Wert für  $y_{ij}$  wird durch Addition der Viererimpulse,  $p_k = p_i + p_j$ , zu einem Pseudoteilchen  $k$ , einem Jet, kombiniert. Die Rekombination wird iterativ so lange fortgesetzt, bis alle Paare eine obere Grenze  $y_{\text{cut}}$  für die Jetauflösung überschreiten. Der Wert für  $y_{\text{cut}}$ , bei dem eine 3-Jet-Konfiguration in eine 2-Jet-Konfiguration übergeht, wird als differenzielle 2-Jet-Rate  $y_{23}$  bezeichnet. Zwischen der normierten Verteilung von  $y_{23}$  und der 2-Jet-Rate  $R_2$  für einen vorgegebenen Wert  $y_{\text{cut}}$  gilt —bei Vernachlässigung der 1-Jet-Rate— die Beziehung

$$\frac{dR_2(y_{\text{cut}})}{dy_{\text{cut}}} = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma(y_{23})}{dy_{23}}. \quad (5.10)$$

Anders als bei den Jetraten liefert jedes Ereignis genau einen Eintrag zur  $y_{23}$ -Verteilung.

Von den hier vorgestellten Variablen wurden zu PETRA-Zeiten nur Thrust und Jetmasse zur Messung von Ereignistopologien verwendet, neben vielen anderen, die zur Ereignisklassifizierung populär waren und heute größtenteils nur noch historische Bedeutung haben. Der obige Satz von Topologievariablen wird heutzutage von allen Kollaborationen am LEP- und SLC-Beschleuniger für QCD-Studien und zur Messung von  $\alpha_S$  verwendet (siehe z.B. [17, 19–21, 41]).

## 5.2 Standardmessung der Topologievariablen

Den Messungen der Variablen liegen die in Abschnitt 3.6 beschriebenen Datensätze bei  $\langle \sqrt{s} \rangle = 14.0, 22.0$  ('82),  $35.0$  ('86),  $38.3$  und  $43.8$  GeV in der Version 9/87 zugrunde, mit den in Tab. 3.2 aufgeführten Ereigniszahlen nach der multihadronischen Selektion. Die Bezeichnungen „'82“ und „'86“ markieren zwei Datennahmepereioden unterschiedlicher Detektorkonfiguration bei Schwerpunktsenergien um  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV, die separat zu behandeln sind. Zur Vereinfachung sind

$\langle\sqrt{s}\rangle$ [GeV]	Detektor- konfiguration	Generierte Multihadronen			
		PYTHIA 5.7	JETSET 6.3(J)	ARIADNE 4.08	HERWIG 5.9
14.0	1981	26997	27830	26964	24680
22.0	1981	29071	30563	29431	27492
34.6	1982	171584	181626	172114	156416
35.0	1986	237311	247943	238114	225197
38.3	1985	28632	30388	28763	27342
43.8	1985	68209	71643	68556	64422

Tabelle 5.1: Zahl der generierten Monte-Carlo-Ereignisse auf Detektorniveau für unterschiedliche QCD-Generatoren und Schwerpunktsenergien nach der multihadronischen Standardselektion.

in einigen Abbildungen die Angaben zur Schwerpunktsenergie gerundet. Soweit nicht anders angegeben, repräsentieren Histogramme und Messtabellen die auf die Anzahl der selektierten Ereignisse  $N$  (bzw. die auf die entsprechenden totalen Wirkungsquerschnitte  $\sigma \propto N$ ) sowie auf die Binbreiten  $d\mathcal{F}$  normierten differenziellen Wirkungsquerschnitte  $1/\sigma \cdot d\sigma/d\mathcal{F}$  für die Messgröße  $\mathcal{F}$ . Als statistische Messunsicherheiten wird für jedes Bin  $i$  mit  $N_i$  Einträgen ein Gaußscher Fehler  $\sqrt{N_i}$  unterstellt.

### 5.3 Vergleich mit der Detektorsimulation

Für die genannten Vernichtungsenergien sind Monte-Carlo-Ereignisse mit vollständiger Detektorsimulation und Ereignisrekonstruktion (siehe Kapitel 4) generiert worden. Zur Simulation der QCD-Prozesse inklusive QED-Bremsstrahlung im Anfangszustand wurden PYTHIA 5.7, ARIADNE 4.08 und HERWIG 5.9 mit den in Abschnitt 2.4 erläuterten LEP-optimierten Einstellungen der Modellparameter sowie die an JADE-Daten angepasste ältere JETSET 6.3-Version (im Folgenden auch „JETSET(J)“ genannt) verwendet. Aufgrund des gleichen Formats simulierter und realer Daten können die simulierten Ereignisse den gleichen Analyseschritten unterzogen und so anschließend mit den Daten direkt verglichen werden. Die für die Arbeit relevanten Ereigniszahlen nach der multihadronischen Selektion sind in Tab. 5.1 zu sehen. Insgesamt wurde etwa die zehnfache Datenstatistik an simulierten Signalereignissen angestrebt, mindestens aber 50000 unselektierte QCD-Ereignisse pro Energiepunkt generiert.

Abb. 5.2 und 5.3 zeigen einen Vergleich der realen (Punkte) und simulierten Verteilungen (Linien) bei  $\sqrt{s} = 14, 22, \text{ und } 35$  ('86) und  $44$  GeV. In der Regel werden die Topologievariablen zufrieden stellend, teilweise exzellent beschrieben. Letzteres trifft insbesondere auf die PYTHIA- und JETSET(J)-basierten Detektorsimulationen zu, die bei allen Energien gut abschneiden. Gemessen an den statistischen Fehlern zeigt die auf HERWIG gestützte Simulation häufig eine Unterschätzung in der Maximumsregion der Verteilungen.

Detailliertere Studien zur Qualität der JADE-Simulation werden besser mit Observablen durchgeführt, die weniger von der Modellierung der zugrunde liegenden QCD-Prozesse abhängen. In Anhang A sind entsprechende Untersuchungen anhand einfacher integraler Detektorantworten (z.B. totale Energiedeposition im Kalorimeter und Summe der Jetkammer-Spurimpulse), den multihadronischen Selektionsvariablen und inklusiver Teilchenspektren (z.B. Impulse geladener

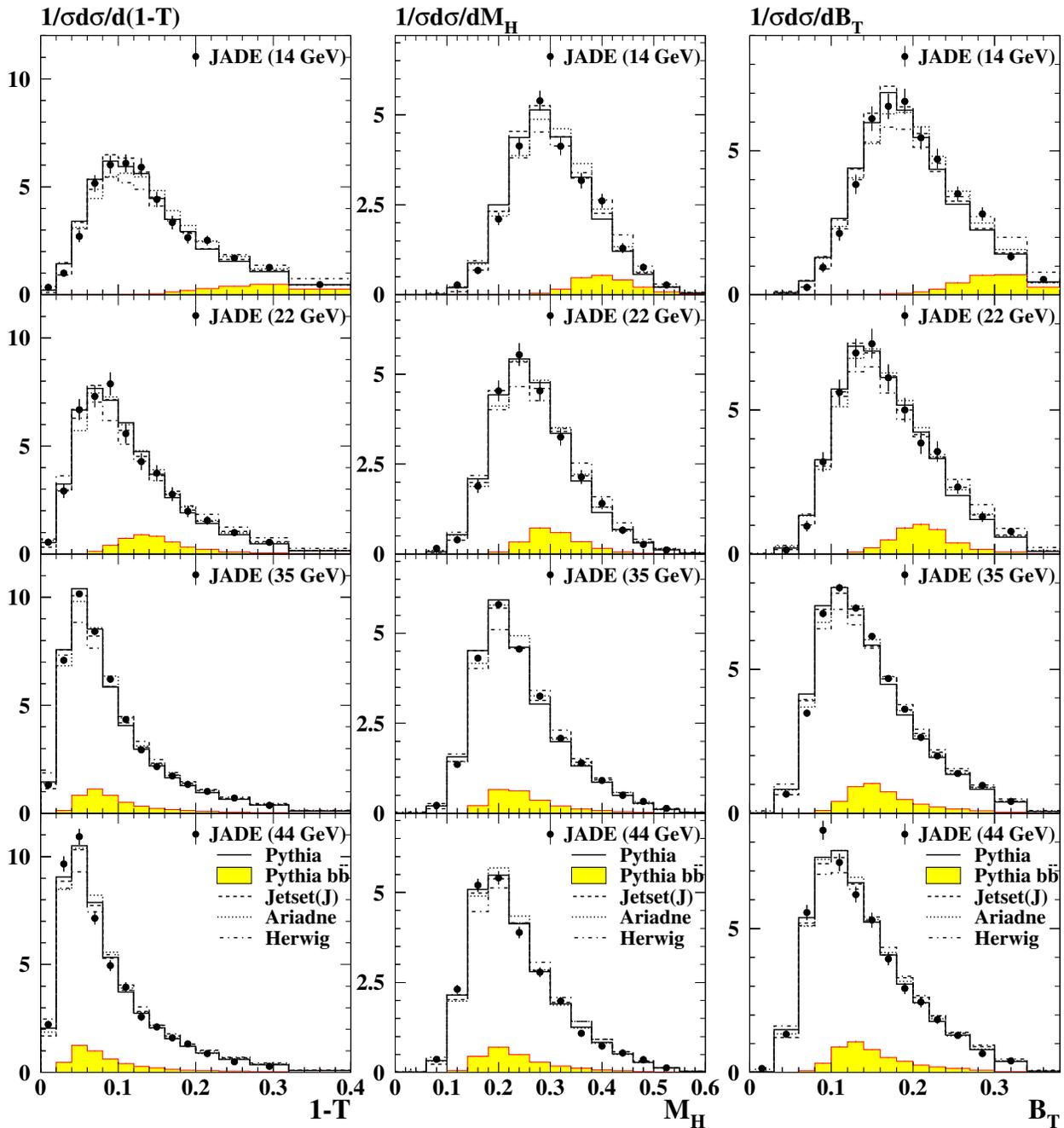


Abbildung 5.2: Normierte Messverteilungen für  $1 - T$ ,  $M_H$  und  $B_T$  auf Detektorniveau im Vergleich mit der JADE-Simulation, basierend auf unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ ,  $22 \text{ GeV}$ ,  $35 \text{ GeV}$  ('86) und  $44 \text{ GeV}$ . Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen Fehler. Die schattierten Bereiche repräsentieren den Anteil an  $b\bar{b}$ -Ereignissen in der PYTHIA-Vorhersage.

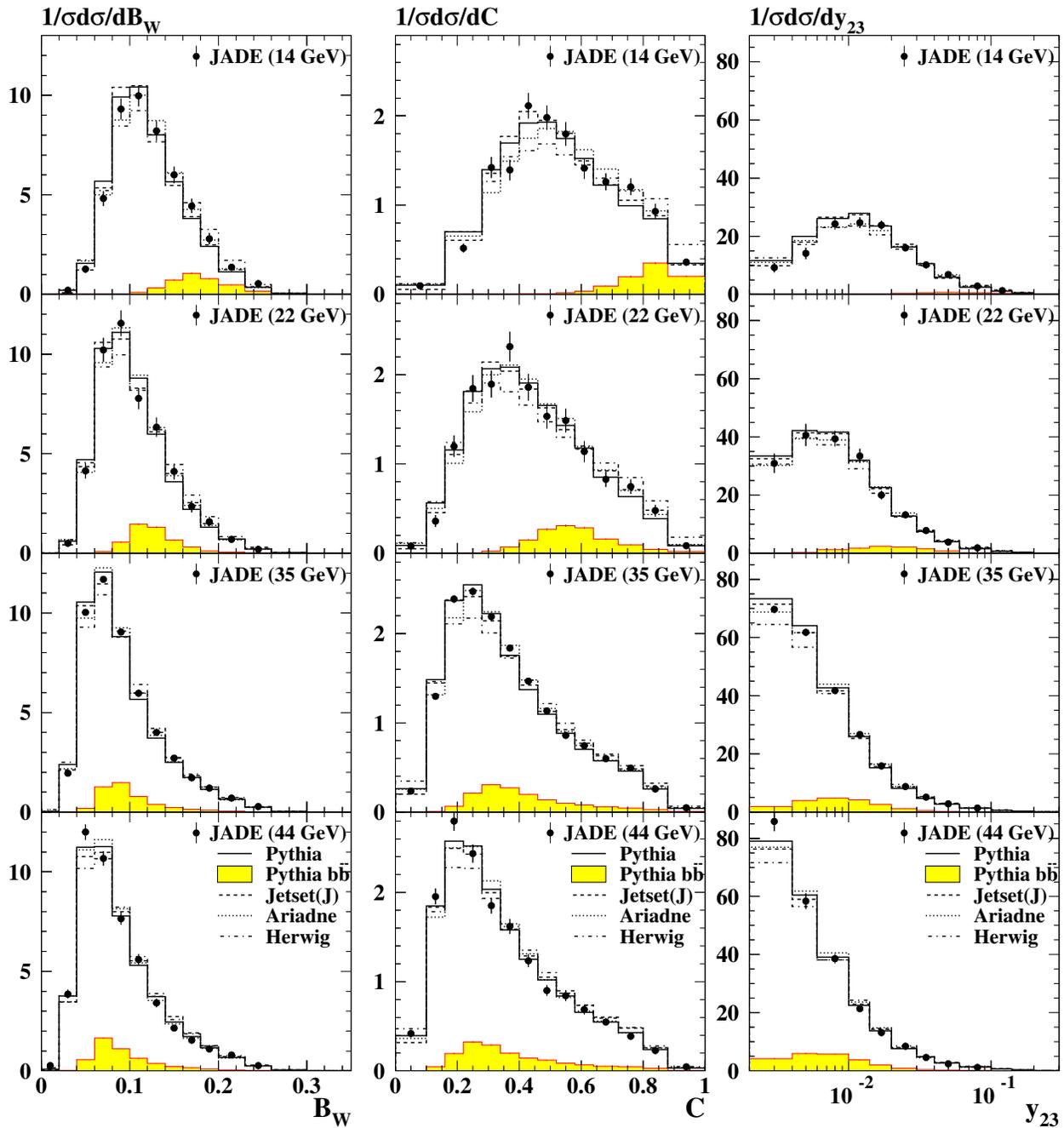


Abbildung 5.3: Normierte Messverteilungen für  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  auf Detektorniveau im Vergleich mit der JADE-Simulation, basierend auf unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV. Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen Fehler. Die schattierten Bereiche repräsentieren den Anteil an  $b\bar{b}$ -Ereignissen in der PYTHIA-Vorhersage.

Teilchen) dokumentiert. Zusammenfassend ist auch hier festzustellen, dass die Übereinstimmung zwischen Modell und Daten zufrieden stellend ist. Mit der auf PYTHIA und ARIADNE gestützten Simulation gelingt eine respektable Wiedergabe von gemessenen Impulsspektren. Hingegen generiert die JETSET 6.3(J)-Version eine zu hohe Multiplizität geladener Teilchen und entsprechend ein zu weiches Impulsspektrum. Die in einigen Fällen beobachtbaren Diskrepanzen sollten den Wert einer gemessenen Topologievariable definitionsbedingt jedoch nur unwesentlich beeinflussen.

Neben der quantitativen Bestätigung der guten Funktionalität der reaktivierten JADE-Software ist die wichtigste Schlussfolgerung, dass die simulierten JADE-Daten bei allen relevanten Schwerpunktsenergien zur Korrektur der Daten auf Detektor- und Effizienzeffekte tauglich sind.

## 5.4 Korrekturprozedur

Für Tests von QCD-Vorhersagen ist eine Abbildung der Messdaten (*Detektorniveau*) auf die physikalisch relevanten Verteilungen entsprechend dem Niveau der theoretischen Rechnungen oder Modelle erforderlich. Die Simulation wird zur Auffindung einer geeigneten Abbildungsvorschrift verwendet. Da hier der Schwerpunkt in einem Vergleich von QCD-Vorhersagen für masselose Quarks sowohl vor als auch nach der Fragmentation in Hadronen liegt, ist eine Entfaltung der Messverteilungen von folgenden Effekten erforderlich:

1. Masseneffekte durch  $b\bar{b}$ -Ereignisse
2. Begrenzte Messauflösung, Sekundärprozesse und Akzeptanzeffekte im Detektor
3. Selektionsbedingte Effizienzeffekte
4. Photonbremsstrahlung im Anfangszustand (im Folgenden kurz „ISR“ genannt<sup>3</sup>)
5. ggf. Fragmentation (nichtperturbative Effekte)

Die durch die Schritte 1-4 festgelegte Prozedur ist Gegenstand dieses Abschnitts und wird im Folgenden als Korrektur der Verteilungen auf *Hadronniveau* bezeichnet. Der zusätzliche letzte Schritt legt entsprechend das *Partonniveau* einer Messverteilung fest. Hadronisierungskorrekturen werden erst im Kapitel 6 im Zuge von  $\alpha_S$ -Messungen diskutiert.

### 5.4.1 Korrektur des $b\bar{b}$ -Anteils

Ereignisse vom Typ  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$  sind für die Zielsetzung dieser Arbeit problematisch, da ihre Topologie bei kleiner werdenden Vernichtungsenergien immer weniger durch QCD-Dynamik denn von Masseneffekten regiert wird. Diese fallen besonders drastisch bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  aus, nahe der b-Paar-Produktionsschwelle. Durch den vorwiegend elektroschwachen Zerfall der nahezu im Ruhesystem des Labors produzierten b-Hadronen wird eine planare bis sphärische Ereignisform verursacht, die von einem Signalereignis mit harter gluonischer Aktivität kaum zu unterscheiden ist.

---

<sup>3</sup>*Initial State Radiation*

Bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  steht für den „Boost“ von b-Hadronen etwa nur 60-70% der bereitgestellten Energie zur Verfügung, während der Bruchteil bei  $\sqrt{s} = 35 \text{ GeV}$  schon 95% und bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  über 99% der Vernichtungsenergie ausmacht. Des Weiteren lässt die hohe b-Quark-Masse kaum Phasenraum für Gluonabstrahlung. In Abb. 5.4 sind die Effekte anhand der Thrustverteilung illustriert. In der PYTHIA-Simulation erscheinen fast alle  $b\bar{b}$ -Ereignisse (volle Symbole) auf Partonenniveau (Abb. 5.4 a)) ideal 2-Jet-artig. Nach der anschließenden Fragmentation vor dem elektroschwachen Zerfall (Abb. 5.4 b)) dominiert weiterhin die 2-Jet-Signatur, und durch Zerfalleffekte (Abb. 5.4 c)) findet eine fast vollständige Migration in den 3-Jet-Bereich statt, im Unterschied zur Situation in Ereignissen mit leichteren Flavours.

In den QCD-Vorhersagen zur  $\alpha_S$ -Bestimmung, die in der vorliegenden Arbeit benutzt werden, sind Masseneffekte nicht eingebunden, weshalb eine Behandlung dieser Ereignisklasse als eine Art Untergrund gerechtfertigt erscheint. Da eine sichere experimentelle Identifikation von  $b\bar{b}$ -Ereignissen im JADE-Detektor nicht möglich ist, bleibt als einziger Ausweg eine Abschätzung des Untergrundes mit der MC-Simulation. In Abb. 5.2 und 5.3 ist die PYTHIA-Vorhersage des  $b\bar{b}$ -Beitrags zu den Verteilungen der Topologievariablen durch die schattierten Bereiche repräsentiert. Um den Einfluss von Detektoreffekten auf die Form von  $b\bar{b}$ -Ereignissen in die Entfaltungsprozedur so gut wie möglich mit einzubeziehen, wird anhand der PYTHIA-basierten Abschätzung des inklusiven ( $\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$ ) und des  $b\bar{b}$ -Querschnitts ( $\hat{\sigma}_i^{\text{det},b}$ ) für Bin  $i$  der Verteilung der relative Beitrag auf Detektorniveau bestimmt und vom Messwert  $\tilde{\sigma}_i^{\text{det}}$  subtrahiert:

$$\sigma_i^{\text{det}} \equiv \sigma_i^{\text{det},\text{udsc}} = \tilde{\sigma}_i^{\text{det}} \left( 1 - \frac{\hat{\sigma}_i^{\text{det},b}}{\hat{\sigma}_i^{\text{det}}} \right) \quad (5.11)$$

Aus Konsistenzgründen wird bei allen PETRA-Energien so verfahren. Bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  macht die Korrektur für hohe Variablenwerte teilweise bis zu 50% des Bineintrags aus.

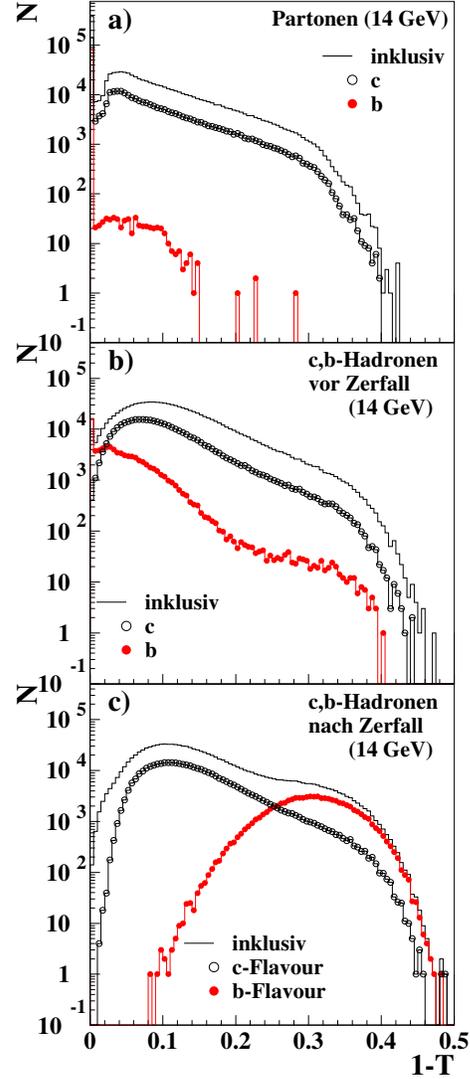


Abbildung 5.4: Flavourabhängige PYTHIA-Vorhersage für  $1 - T$  bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  auf Partonenniveau a) sowie auf Hadronenniveau vor b) und nach dem elektroschwachen Zerfall c) von c- und b-Hadronen.

### 5.4.2 Entfaltung von Detektor- und ISR-Effekten

Die Messverteilungen  $\sigma_i^{\text{det}}$  werden von Effekten begrenzter Detektorauflösung und -akzeptanz, von selektionsbedingten Ineffizienzen sowie von Verzerrungen aufgrund des Einflusses harter Photonbremsstrahlung im Anfangszustand korrigiert, um auf ein *nichtradiatives Hadronniveau*  $\sigma_i^{\text{had}} \equiv \sigma_i^{\text{had,udsc}}$  der Daten frei von  $b\bar{b}$ -Ereignissen zu gelangen. Zu diesem Zweck werden für jeden relevanten Energiepunkt jeweils  $10^6$  Ereignisse ohne Einbeziehung von Detektorsimulation und Abstrahlung von ISR-Photonen generiert und jeweils ein Hadronniveau definiert, welches alle Teilchen mit einer Lebensdauer  $\tau > 3 \cdot 10^{-10} \text{s}$  enthält. Die letztere Festlegung motiviert sich aus der großen Zerfallslänge etwa von Pionen und Kaonen, die überwiegend außerhalb des JADE-Detektors zerfallen. Für Konsistenztests werden auch entsprechende Ereignisse auf einem Hadronniveau benötigt, das auch ISR-Effekte einschließt (*radiatives Hadronniveau*). Die Korrekturprozedur benutzt nur simulierte Datensätze auf Detektor- und Hadronniveau basierend auf den leichtesten Quarksorten u, d, s und c. Um zu überprüfen, dass Binmigrationseffekte ausreichend berücksichtigt bzw. vernachlässigbar sind, werden zwei Methoden ausprobiert, in denen ggf. reine Detektoreffekte und Effizienzeffekte separat zu behandeln sind.

#### Binweise Korrektur

Die einfachste Entfaltungsvariante für differenzielle Verteilungen ist die binweise Methode. Hierzu werden anhand der generierten Verteilungen der Topologievariablen auf Detektorniveau  $\hat{\sigma}_i^{\text{det}} \equiv \hat{\sigma}_i^{\text{det,udsc}}$  sowie auf Hadronniveau  $\hat{\sigma}_i^{\text{had}} \equiv \hat{\sigma}_i^{\text{had,udsc}}$  Korrekturfaktoren für jedes Datenbin  $i$  berechnet:

$$\sigma_i^{\text{had}} = \sigma_i^{\text{det}} \cdot \frac{\hat{\sigma}_i^{\text{had}}}{\hat{\sigma}_i^{\text{det}}} . \quad (5.12)$$

Dieser Ansatz führt mit einem Schritt zum Ziel, doch offensichtlich ignoriert Gl. (5.12) Binmigrationen vollständig. Die gewählten Binbreiten der Messverteilungen müssen daher größer als oder vergleichbar mit der experimentellen Auflösung sein, um sicherzustellen, dass die Korrekturprozedur keine unphysikalischen Migrationseffekte in die Daten hineinfaltet. Dadurch ist eine obere Grenze in der Anzahl Bins, die zum Test theoretischer Vorhersagen genutzt werden können, gesetzt. Doch das ist hier kein wirklicher Nachteil, da die mit JADE gewonnene Datenstatistik keine zu feinen Bins zulässt.

#### Matrixkorrektur

Migrationseffekte können explizit durch eine Korrekturmatrix berücksichtigt werden, die wie folgt definiert ist. Zunächst werden Verteilungen  $\hat{\sigma}_i^{\text{had}}$  auf Detektorniveau und dem radiativen Hadronniveau  $\hat{\sigma}_i^{\text{had,ISR}}$  ermittelt basierend auf generierten Ereignissen, die den gleichen Selektionskriterien wie die Daten genügen. Beide Datensätze enthalten dieselben Ereignisse, sodass die Wahrscheinlichkeit  $P_{ij}$  berechnet werden, dass ein Ereignis mit einem Eintrag in Bin  $j$  auf Detektorniveau aus Bin  $i$  des radiativen Hadronniveaus stammt. Die Korrektur der Datenverteilung  $\sigma_j^{\text{det}}$  mit  $N$  Bins lautet damit

$$\sigma_i^{\text{had,ISR}} = \sum_{j=1}^N P_{ij} \sigma_j^{\text{det}} , \quad (5.13)$$

mit  $\sum_{j=1}^N P_{ij} = 1$ . Das so gewonnene Hadronniveau  $\sigma_i^{\text{had,ISR}}$  ist an dieser Stelle lediglich frei von Detektorauflösungs- und Akzeptanzeffekten. Da eine entsprechende Korrelationsanalyse von

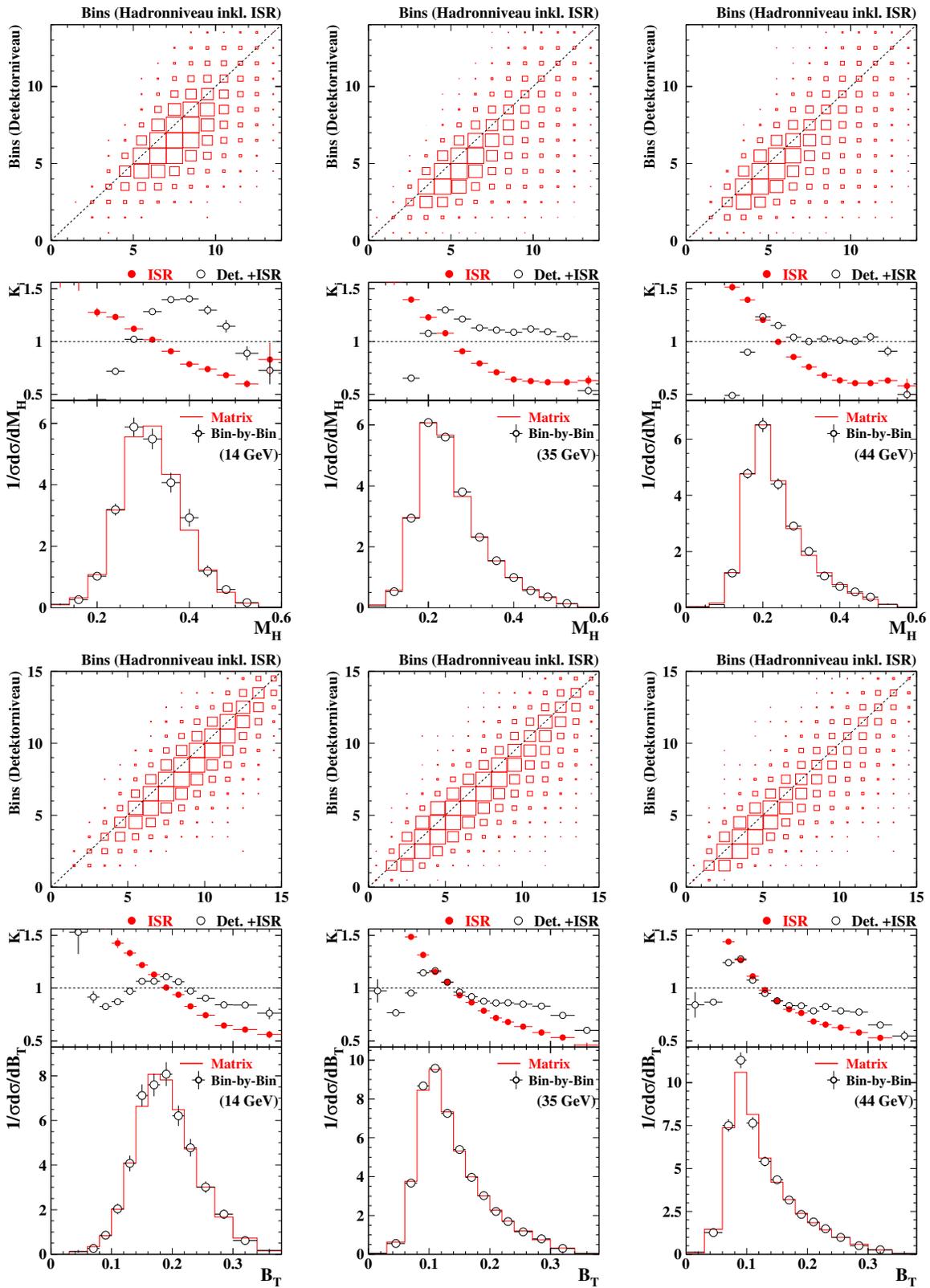


Abbildung 5.5: Matrixentfaltung von Detektoreffekten und anschließende binweise ISR-Korrektur (Linien) im Vergleich mit der totalen binweisen Korrektur (Kreise) für  $M_H$  und  $B_T$  bei  $\sqrt{s} = 14, 35$  (86) und  $44$  GeV (jeweils untere Histogramme). Neben den Korrelationsmatrizen sind die Gesamtkorrekturfaktoren  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}} / \hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  (Det.+ISR) und der Beitrag der ISR- und Effizienzkorrektur (ISR) angegeben.

Selektionsineffizienzen und radiativen Effekten nicht ohne Weiteres möglich ist, müssen diese in einem späteren Schritt analog Gl. (5.12) behandelt werden:

$$\sigma_i^{\text{had}} = \sigma_i^{\text{had,ISR}} \frac{\hat{\sigma}_i^{\text{had}}}{\hat{\sigma}_i^{\text{had,ISR}}} . \quad (5.14)$$

Die vorgestellte Entfaltungsprozedur soll hier kurz als Matrixkorrektur bezeichnet werden<sup>4</sup>.

### 5.4.3 Test der Methode

#### Konsistenz der Korrekturprozeduren

In Abb. 5.5 sind die Ergebnisse der skizzierten Entfaltungsprozeduren am Beispiel von  $M_H$  und  $B_T$  bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ ,  $35 \text{ GeV}$  ('86) und  $44 \text{ GeV}$  gegenübergestellt. Beide Variablen weisen relativ große Korrekturen auf. Die Datensätze spiegeln unterschiedliche Konfigurationen und Messauflösungen des JADE-Detektors wider. Die binweisen Korrekturfaktoren verleiten u.U. zur voreiligen Schlussfolgerung, dass die Einzelbeiträge zur Gesamtkorrektur in vielen Fällen sehr klein ausfallen. Doch zeigt die dargestellte Aufschlüsselung nach einer Entfaltungsmatrix für reine Detektoreffekte und binweisen Korrekturfaktoren für ISR und Effizienzen, dass es offensichtlich Kompensationseffekte gibt.

Nichtsdestotrotz liefern beide Verfahren innerhalb der statistischen Fehler kompatible Hadronniveaueverteilungen, was als Hinweis darauf zu werten ist, dass die Binbreiten für die binweise Methode groß genug gewählt sind. Es ist zu beachten, dass die statistischen Fehler der korrigierten Verteilungen im Falle der binweisen Korrektur im Wesentlichen durch Reskalierung der Messfehler auf Detektorniveau geben sind, während sie im Falle der Matrixkorrektur korreliert sind, weil jedes Bin auf Detektorniveau zu einem Bin auf Hadronniveaue beiträgt. Im letzteren Fall wären bei der Anpassung von theoretischen Vorhersagen an die Verteilungen Binkorrelationen durch die Einbeziehung vollständiger Kovarianzmatrizen in die  $\chi^2$ -Berechnung zu beachten. Daher wird aus Gründen der Einfachheit und der übereinstimmenden Resultate beider Korrekturmethode die binweise Methode zur Korrektur der Daten verwendet.

#### Abhängigkeit vom Hadronisierungsmodell

Abhängigkeiten vom verwendeten QCD-Ereignisgenerator sollten sich bei der Berechnung der Detektorkorrekturen größtenteils aufheben. Diese Erwartung kann hier bestätigt werden. In Abb. 5.6 sind als Beispiel die aus dem PYTHIA-, ARIADNE- und HERWIG-Modell bestimmten Korrekturfaktoren für  $1 - T$ ,  $B_T$  und  $C$  für unterschiedliche Datensätze sowie die resultierenden Hadronniveaue Daten gezeigt. Die Korrekturen sind weitgehend miteinander verträglich, ebenso die korrigierten Verteilungen. Vereinzelt finden sich Abweichungen, die aber statistisch nicht signifikant sind.

<sup>4</sup>In einigen Studien über Ereignistopologien bei LEP und HERA (z.B. [195–197]) wird eine iterative Matrixmethode zur optimalen Entfaltung von Detektoreffekten vorgeschlagen, um möglichst viele Informationen von der gemessenen Datenverteilung in die Korrekturmatri $x P_{ij}$  mit einzubeziehen. Dabei handelt es sich *de facto* um eine iterative Anwendung des Bayesschen Theorems der bedingten Wahrscheinlichkeiten, die z.B. in [198] vorgeschlagen wird. In einer OPAL-Analyse [195, 197] konnte anhand fein gebinnter Datenverteilungen hoher Statistik gezeigt werden, dass die Iteration schnell konvergiert und Ergebnisse liefert, die mit der einfachen Matrixmethode Gl. (5.13) kompatibel sind.

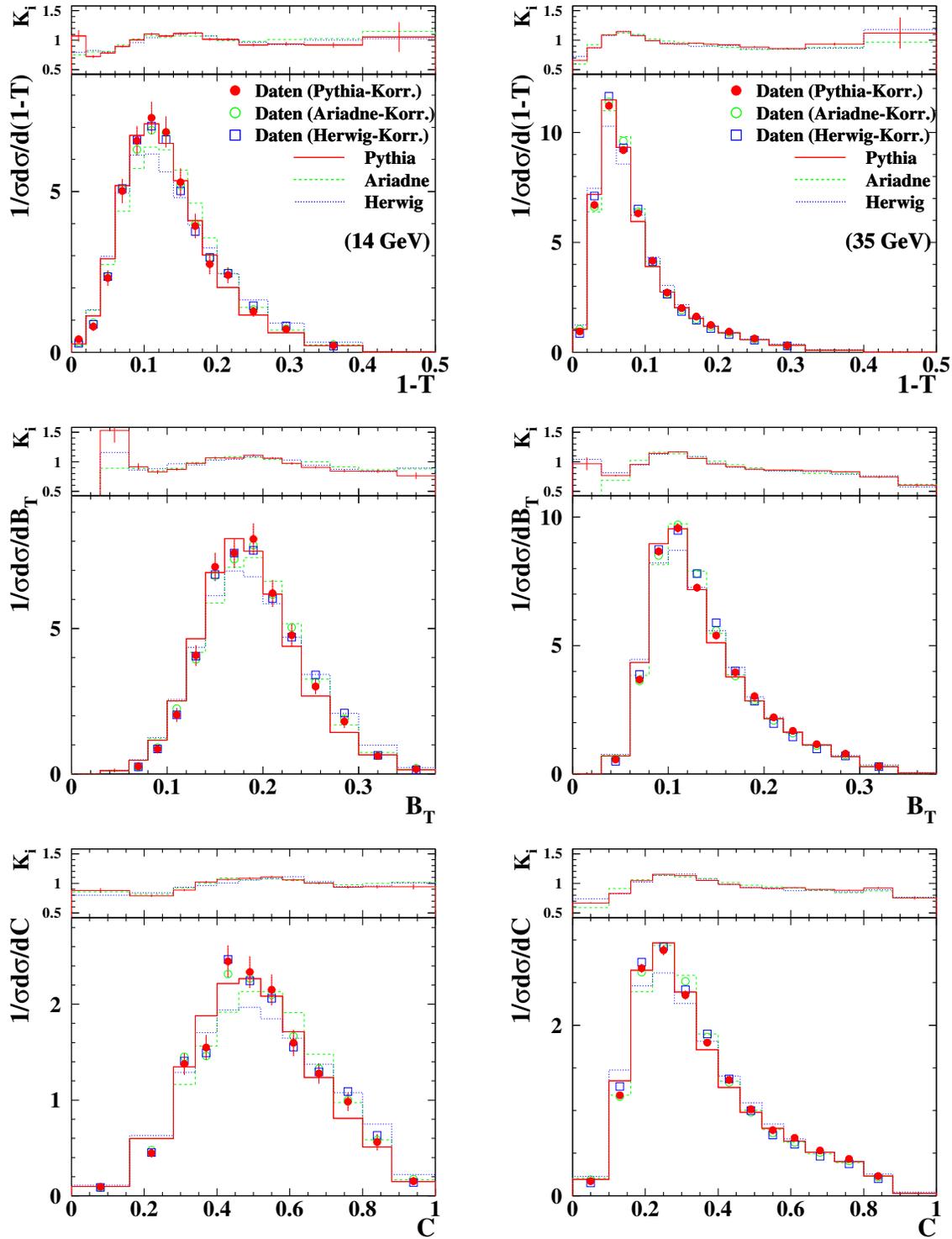


Abbildung 5.6: Entfaltung von Detektor- und ISR-Effekten mit unterschiedlichen Hadronisierungsmodellen am Beispiel von  $1 - T$ ,  $B_T$  und  $C$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV (linke Spalte) und 35 GeV (rechte Spalte). Die korrigierten Daten (Symbole) sind den entsprechenden Hadronniveauvorhersagen der verschiedenen Generatoren (Linien) gegenübergestellt. Gezeigt sind auch die Detektorkorrekturen  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}}/\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  für jedes Bin  $i$  der Verteilungen.

Der Vergleich der Hadronniveaudaten mit den jeweiligen für die Entfaltungszurück benutzten Generatorverteilungen zeigt, dass die korrigierten Verteilungen —unabhängig von der Wahl des Generators— besser zu den Vorhersagen des PYTHIA-Modells denn zu jenen des HERWIG-Modells passen. Neben der Beobachtung, dass die PYTHIA-basierte JADE-Simulation gut mit gemessenen Topologievariablen und zahlreichen anderen Observablen übereinstimmt, ist hierdurch ein weiterer Hinweis darauf gegeben, dass PYTHIA als Standardgenerator zur Entfaltung von Detektoreffekten gegenüber HERWIG zu bevorzugen ist.

### Entfaltung von MC-Testdaten

Ein obligatorischer Test der Korrekturprozedur besteht darin, einen Monte-Carlo-Datensatz mit Hilfe eines anderen zu entfalten. Am besten benutzt man zwei Generatoren mit möglichst unterschiedlichen Vorhersagen auf Hadronniveau. Zu diesem Zweck wurden die HERWIG-basierten JADE-Simulationen als „Testdaten“ verwendet und die PYTHIA-Simulation als Entfaltungsmodell gewählt. Abb. 5.7 zeigt das Ergebnis am Beispiel von  $1 - T$ ,  $B_T$  und  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV und 35 GeV. In der Tat können die HERWIG-Verteilungen auf Hadronniveau reproduziert werden. Etwaige Abweichungen sind allenfalls in der Größenordnung statistischer Fluktuationen der realen Daten.

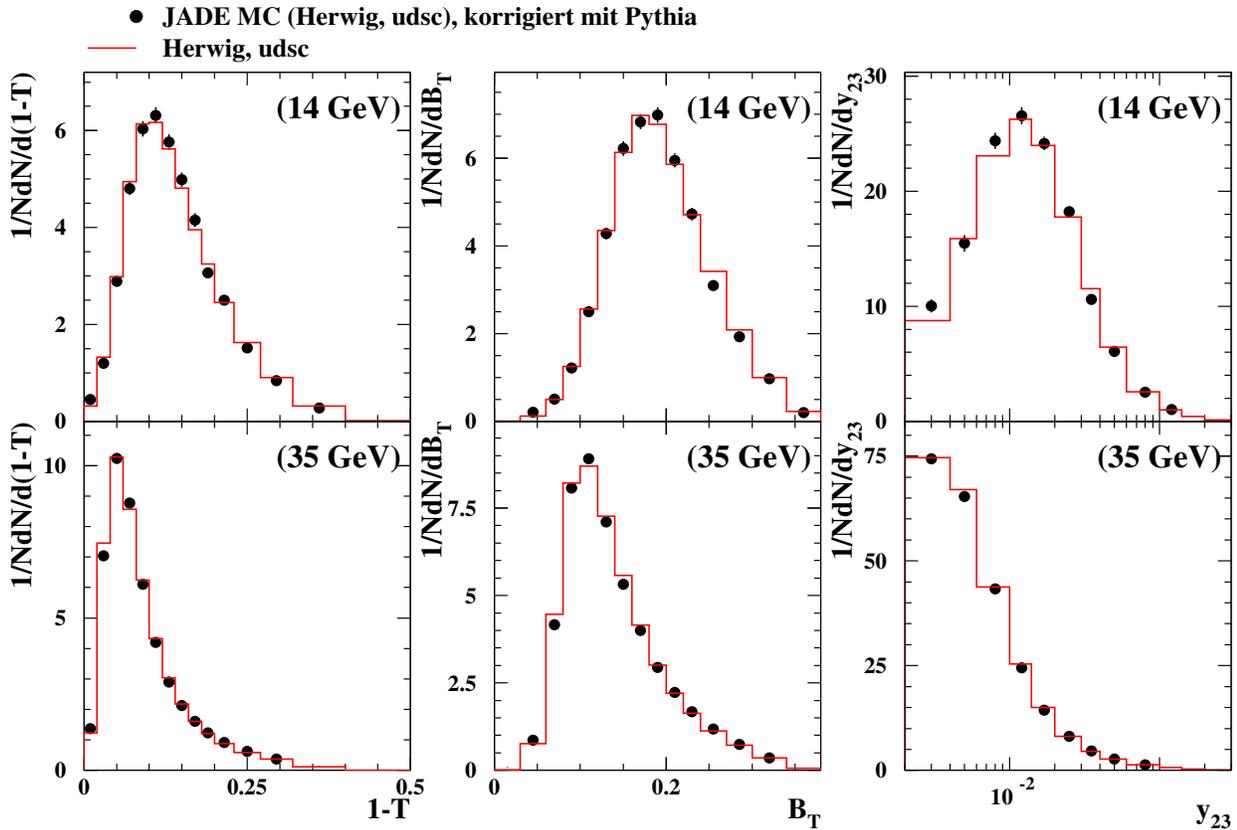


Abbildung 5.7: Test der binweisen Methode zur Entfaltung von Detektor- und ISR-Effekten. Dargestellt ist eine PYTHIA-basierte Entfaltung mit HERWIG als Pseudomessdaten am Beispiel von  $1 - T$ ,  $B_T$  und  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV und 35 GeV.

## 5.5 Physikalische Messverteilungen

Die in Abschnitt 5.4 beschriebene Entfaltungsprozedur mit PYTHIA als QCD-Ereignisgenerator definiert in dieser Arbeit die Standardkorrektur der Daten auf Hadronniveau. Die Ergebnisse sind in den Abb. 5.8-5.13 für alle Topologievariablen gemessen bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV dargestellt. Im Anhang B sind die entsprechenden Messwerte für diese und alle anderen in Betracht kommenden Schwerpunktsenergien tabelliert. Die den Abbildungen ebenfalls zu entnehmenden Detektorkorrekturen sind über weite Bereiche der Observablenverteilungen gleichmäßig, wobei sie in den statistisch signifikanten Bereichen innerhalb einer Spanne von typischerweise  $\pm 20\%$  um 1.0 schwanken. Die Variable  $y_{23}$  zeichnet sich durch besonders kleine Korrekturen aus, bei  $M_H$  hingegen sind in der Regel die größten Korrekturfaktoren zu beobachten. Das Maximum der Detektorkorrektur scheint mit der Maximumposition der Observablenverteilung korreliert zu sein.

Ereignistopologien sind bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV wesentlich sphärischer als bei höheren Energien. Aus den Bildsequenzen Abb. 5.8-5.13 lässt sich für jede Observable eine deutliche Energieentwicklung ablesen, deren Ausprägung mit wachsenden  $\sqrt{s}$  schwächer wird. So verschiebt sich der Mittelwert von  $1 - T$  (Tab. B.1) beim Übergang von  $\sqrt{s} = 14$  zu 22 GeV, von  $\sqrt{s} = 22$  zu 35 GeV und von  $\sqrt{s} = 35$  zu 44 GeV relativ um rund  $-21\%$ ,  $-18\%$  bzw.  $-11\%$ , bezogen jeweils auf den niedrigeren Energiepunkt. Gleichzeitig werden die abfallenden Flanken der Verteilungen steiler. Diese Beobachtungen deuten bereits qualitativ die Dynamik von perturbativen und nichtperturbativen Effekten auf hadronische Endzustände der  $e^+e^-$ -Vernichtung an.

## 5.6 Experimentelle systematische Fehler

Die Messungen der Topologievariablen sind mit systematischen Fehlern behaftet, die durch Unsicherheiten in der Datenselektion und der Ereignisrekonstruktion sowie Mängeln in der Detektorsimulation bedingt sind. Die Unsicherheiten in der Datenselektion fallen insbesondere ins Gewicht, wenn es zwischen Modell und Daten Diskrepanzen in den Verteilungen der Schnittvariablen gibt (siehe Anhang A). Dieses kann beispielsweise zu einer unterschiedlichen Reduktion beider Datensätze mit einer jeweils unterschiedlichen Anreicherung gut rekonstruierter Ereignisse führen. Ferner ist die Definition des Signaldatensatzes bis zu einem gewissen Grad willkürlich. Die Wahl der Selektionsschnitte —als Kompromiss zwischen erzielter Reinheit der Daten und Selektionseffizienz— ist im Hinblick auf den Untergrund aus Zwei-Photon- und Zwei-Lepton-Ereignissen gut begründet [124]. Im Gegensatz dazu liefert das ISR-Spektrum keinen ausgezeichneten Schnittpunkt zur Unterdrückung radiativer Ereignisse, sodass das tolerierte Ausmaß der Verzerrung der Ereignistopologie durch diese Ereignisklasse mehr oder weniger beliebig ausfällt.

Eine der Fehlerquellen von Seiten der Ereignisrekonstruktion besteht in der Massenhypothese, dass Spuren in der Jetkammer von Pionen und elektromagnetische Cluster von Photonen stammen. Die Näherung ist für Spuren gut, während die korrekte Rekonstruktion von Photonen aus der Messung der Schauerenergien nicht trivial ist und durch die Existenz assoziierter Spuren zusätzlich verkompliziert wird. In der JADE-Analyse wird von der gemessenen Schauerenergie für jede assoziierte Spur in etwa die zu erwartende mittlere Energiedeposition von Pionen ( $\approx 350$  MeV, je nach effektiver Strahlungslänge) subtrahiert, was in einigen Fällen eine zu grobe Näherung darstellt [199]. Damit ist auch eine Unsicherheit in der Berechnung der sichtbaren Energie  $E_{\text{vis}}$ , der wichtigsten Selektionsgröße, verknüpft. Weitere systematische Fehlerbeiträge sind aufgrund von Unterschieden in einigen Details der Rekonstruktionsanalyse von

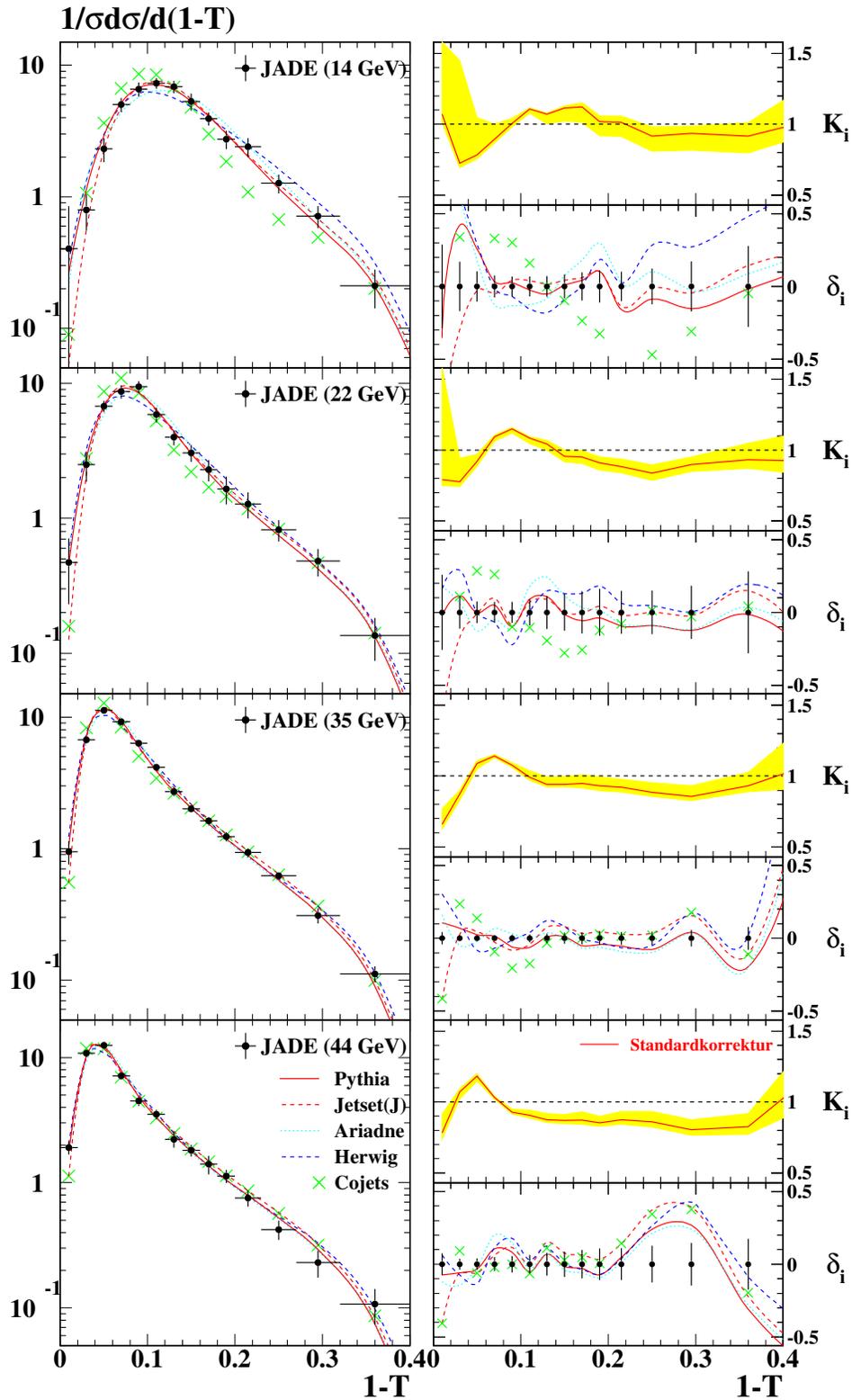


Abbildung 5.8: Normierte Messverteilungen für  $1 - T$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV,  $22$  GeV,  $35$  GeV ('86) und  $44$  GeV (linke Seite). Die Fehlerbalken bezeichnen die Gesamtfehler aus statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten. Gegenübergestellt sind die Vorhersagen von unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren. Zu jedem Energiepunkt sind die Detektorkorrekturen  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}}/\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  mit Unsicherheiten (Band) und die normierten Abweichungen der Modellvorhersagen von den Daten,  $\delta_i = (\hat{\sigma}_i^{\text{had}} - \sigma_i^{\text{had}})/\sigma_i^{\text{had}}$ , für jedes Bin  $i$  der Verteilungen gezeigt (rechte Spalte).

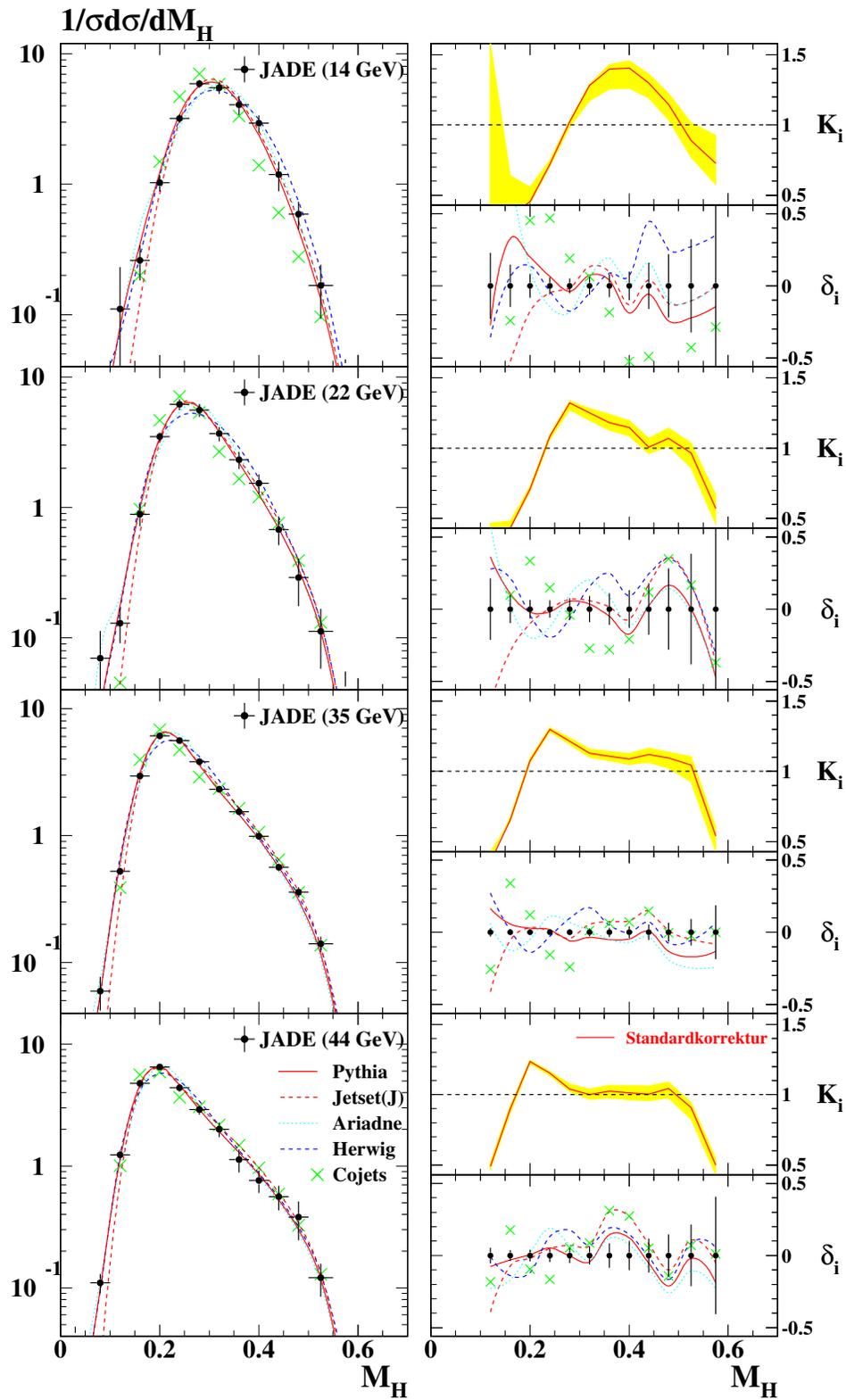


Abbildung 5.9: Normierte Messverteilungen für  $M_H$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV,  $22$  GeV,  $35$  GeV ('86) und  $44$  GeV (linke Seite). Die Fehlerbalken bezeichnen die Gesamtfehler aus statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten. Gegenübergestellt sind die Vorhersagen von unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren. Zu jedem Energiepunkt sind die Detektorkorrekturen  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}}/\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  mit Unsicherheiten (Band) und die normierten Abweichungen der Modellvorhersagen von den Daten,  $\delta_i = (\hat{\sigma}_i^{\text{had}} - \sigma_i^{\text{had}})/\sigma_i^{\text{had}}$ , für jedes Bin  $i$  der Verteilungen gezeigt (rechte Spalte).

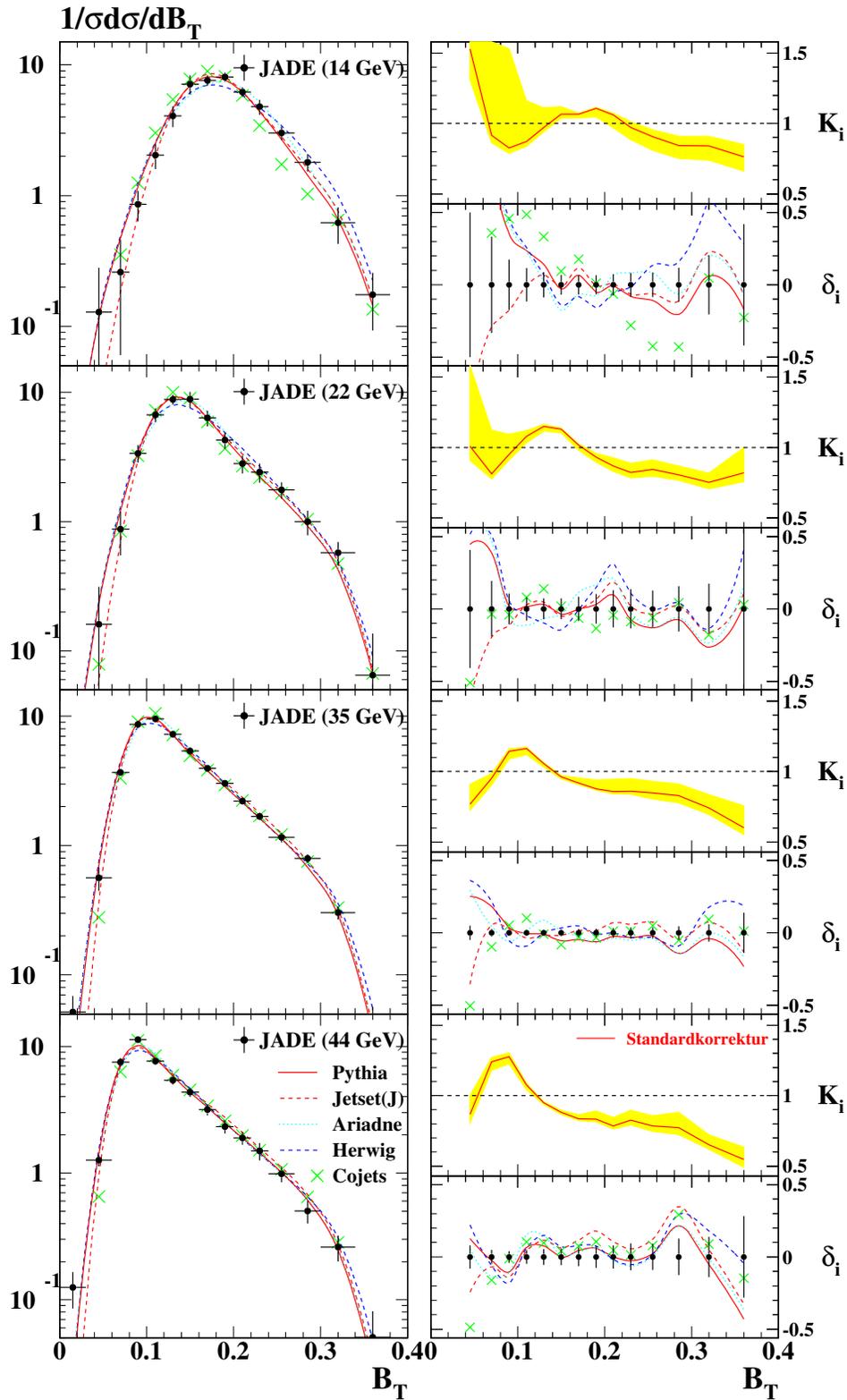


Abbildung 5.10: Normierte Messverteilungen für  $B_T$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV (linke Seite). Die Fehlerbalken bezeichnen die Gesamtfehler aus statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten. Gegenübergestellt sind die Vorhersagen von unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren. Zu jedem Energiepunkt sind die Detektorkorrekturen  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}}/\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  mit Unsicherheiten (Band) und die normierten Abweichungen der Modellvorhersagen von den Daten,  $\delta_i = (\hat{\sigma}_i^{\text{had}} - \sigma_i^{\text{had}})/\sigma_i^{\text{had}}$ , für jedes Bin  $i$  der Verteilungen gezeigt (rechte Spalte).

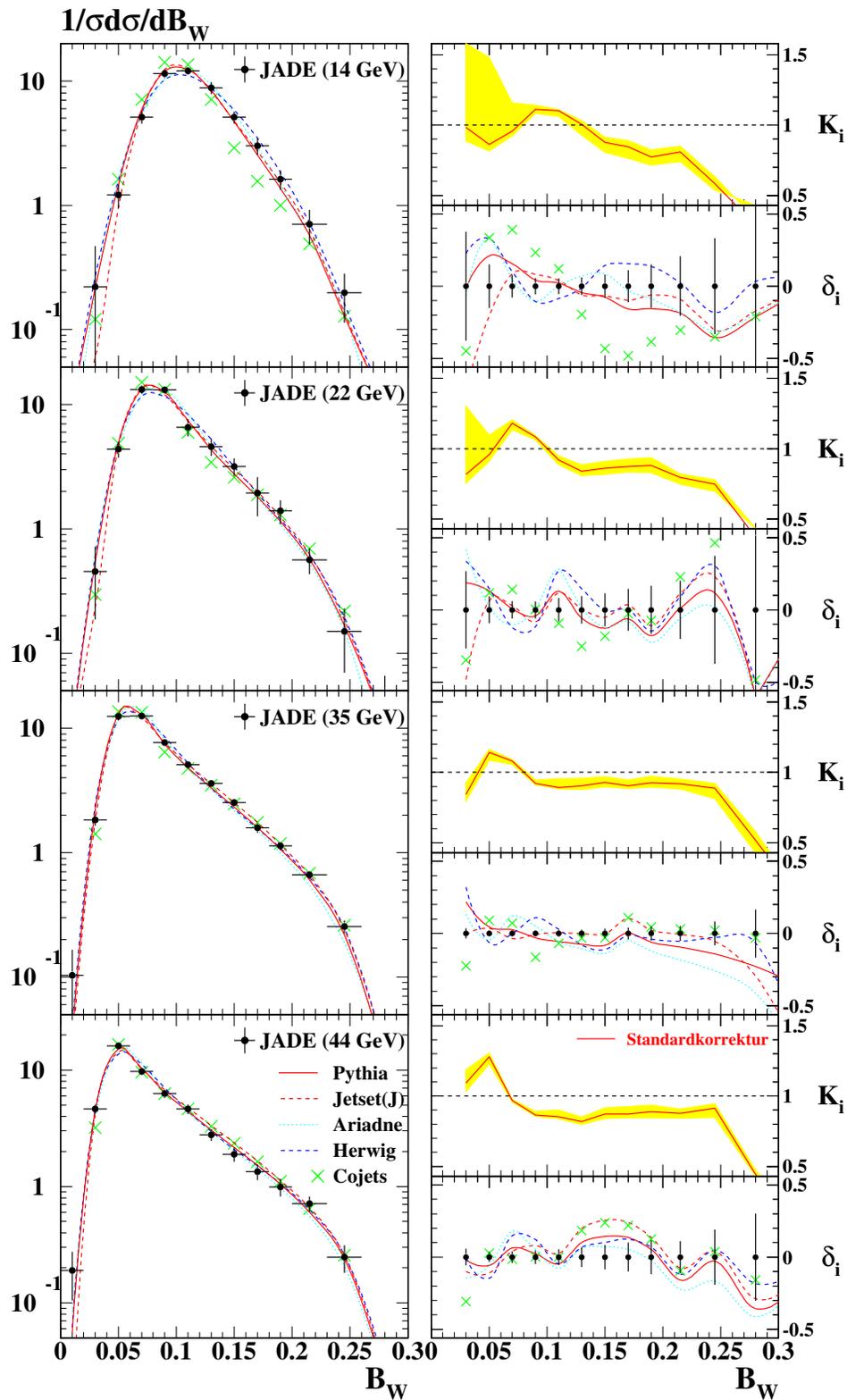


Abbildung 5.11: Normierte Messverteilungen für  $B_W$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV (linke Seite). Die Fehlerbalken bezeichnen die Gesamtfehler aus statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten. Gegenübergestellt sind die Vorhersagen von unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren. Zu jedem Energiepunkt sind die Detektorkorrekturen  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}}/\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  mit Unsicherheiten (Band) und die normierten Abweichungen der Modellvorhersagen von den Daten,  $\delta_i = (\hat{\sigma}_i^{\text{had}} - \sigma_i^{\text{had}})/\sigma_i^{\text{had}}$ , für jedes Bin  $i$  der Verteilungen gezeigt (rechte Spalte).

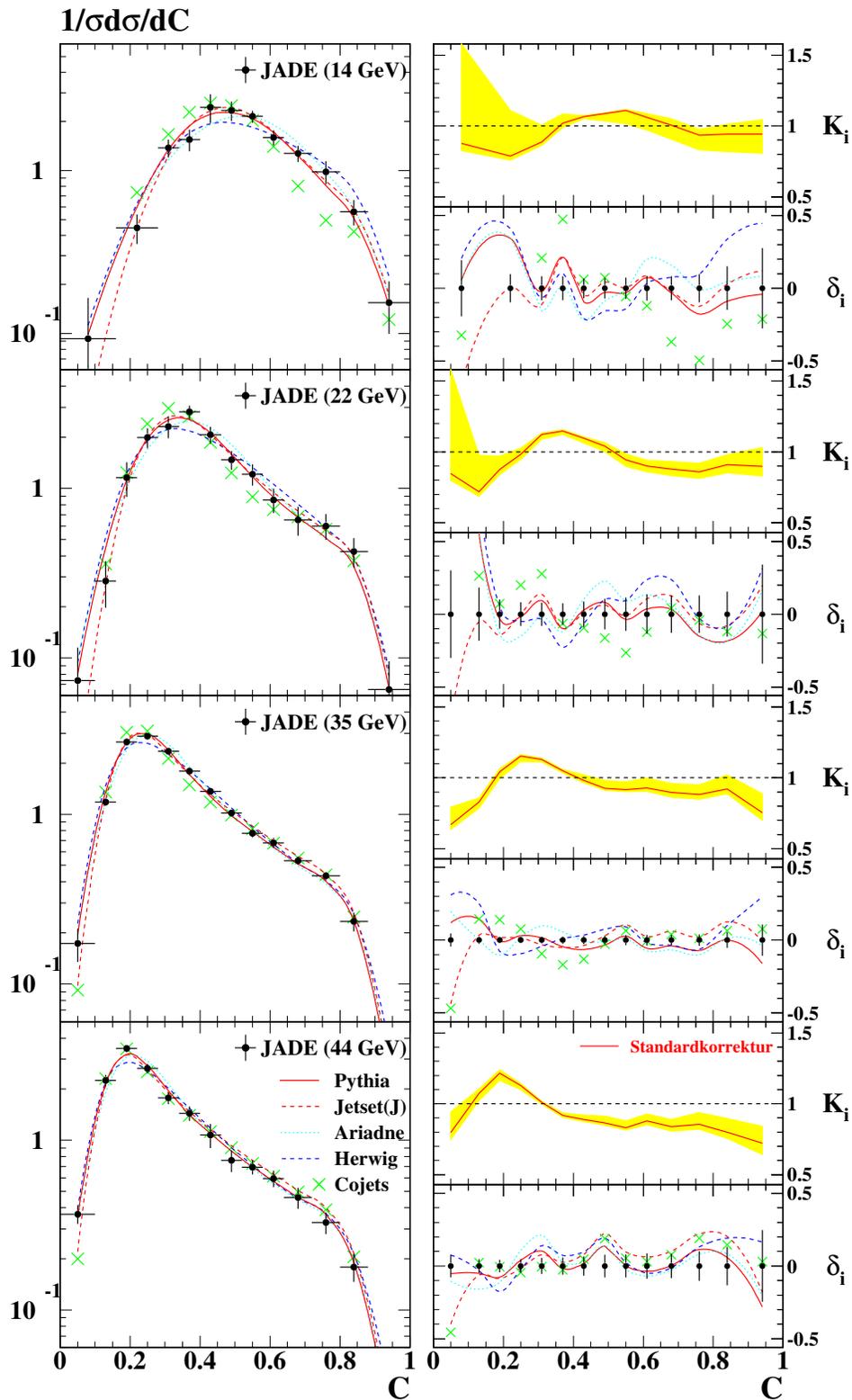


Abbildung 5.12: Normierte Messverteilungen für  $C$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV,  $22$  GeV,  $35$  GeV ('86) und  $44$  GeV (linke Seite). Die Fehlerbalken bezeichnen die Gesamtfehler aus statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten. Gegenübergestellt sind die Vorhersagen von unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren. Zu jedem Energiepunkt sind die Detektorkorrekturen  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}}/\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  mit Unsicherheiten (Band) und die normierten Abweichungen der Modellvorhersagen von den Daten,  $\delta_i = (\hat{\sigma}_i^{\text{had}} - \sigma_i^{\text{had}})/\sigma_i^{\text{had}}$ , für jedes Bin  $i$  der Verteilungen gezeigt (rechte Spalte).

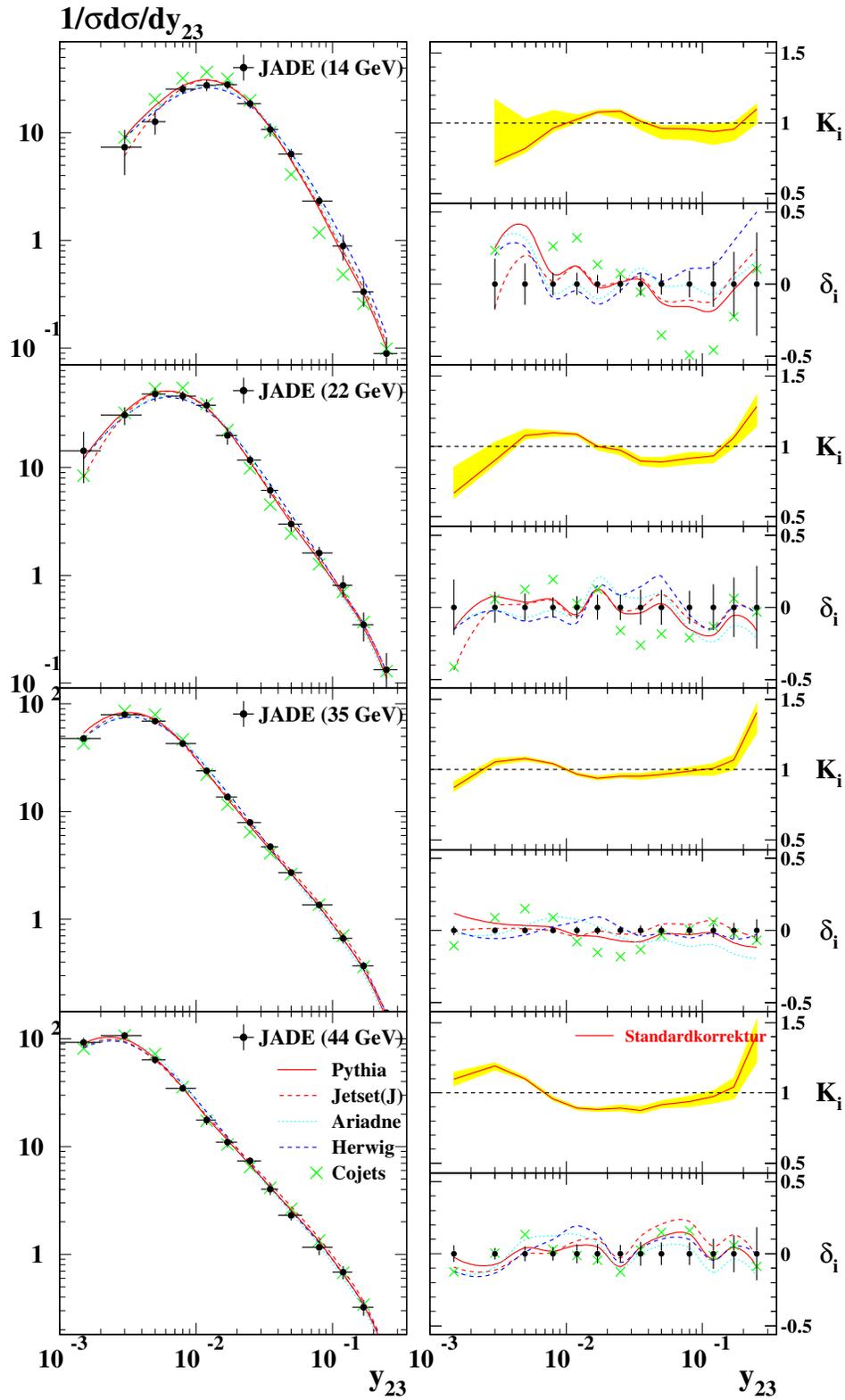


Abbildung 5.13: Normierte Messverteilungen für  $y_{23}$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV (linke Seite). Die Fehlerbalken bezeichnen die Gesamtfehler aus statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten. Gegenübergestellt sind die Vorhersagen von unterschiedlichen QCD-Ereignisgeneratoren. Zu jedem Energiepunkt sind die Detektorkorrekturen  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{had}}/\hat{\sigma}_i^{\text{det}}$  mit Unsicherheiten (Band) und die normierten Abweichungen der Modellvorhersagen von den Daten,  $\delta_i = (\hat{\sigma}_i^{\text{had}} - \sigma_i^{\text{had}})/\sigma_i^{\text{had}}$ , für jedes Bin  $i$  der Verteilungen gezeigt (rechte Spalte).

realer und simulierten Detektorantwort zu erwarten. Die entsprechenden Algorithmen sind bei den vorprozessierten JADE-Daten nur unzureichend dokumentiert. Möglicherweise enthalten diese zusätzliche Rekonstruktionsstufen [150] (z.B. Spurfits mit Vertexposition als Zwangsbedingung, siehe Abschnitt 4.4), die in der hier eingesetzten Version der JADE-Software nicht aktiviert sind. Hinweise auf die Größenordnung dieses Beitrags liefert ein Vergleich der vorliegenden unterschiedlichen Datenversionen 9/87 und 5/88.

Zusätzliche systematische Effekte sind durch die Modellierung von  $b\bar{b}$ -Ereignissen zu erwarten, die in der Messprozedur als Untergrund behandelt werden. Der wichtigste Parameter hierbei ist die Größe  $\epsilon_b$  in der Peterson-Fragmentationsfunktion (2.27), deren numerischer Wert mit statistischen Unsicherheiten [106] behaftet ist.

Systematische Einflüsse auf die Messung werden durch folgende Modifikationen der Messprozedur studiert:

- **Akzeptanzeffekte**

1. Variation des  $\cos\theta_T$ -Schnitts um  $\pm 0.1$ ,
2. Aufhebung bzw. Verschärfung des Gesamtimpuls-Schnitts auf  $p_{\text{miss}} < 0.2$ ,
3. Aufhebung bzw. Verschärfung des Impulsbalance-Schnitts auf  $p_{\text{bal}} < 0.2$ ,
4. Anhebung der geforderten Mindestzahl von Spuren mit mindestens 24 Messpunkten auf  $N_{\text{ch}} \geq 7$ ,
5. Variation des  $E_{\text{vis}}$ -Schnitts um  $\pm 0.1 \cdot \sqrt{s}$ ,

- **Ereignisrekonstruktion**

6. Teilchenrekonstruktion ohne Korrektur der Clusterenergien auf assoziierte Spuren,
7. Verwendung der alternativen Daten(rekonstruktions)version 5/88,

- **$b\bar{b}$ -Untergrund**

8. Variation des Parameters  $\epsilon_b$  um  $\pm 0.001$  entsprechend des in [106] publizierten Intervalls der Modellanpassung. Auf eine Neusimulation des Detektorniveaus wird verzichtet, stattdessen wird die Entfaltung des Untergrundes Gl. (5.11) durch reine Generatorverteilungen modifiziert, die auf inklusiven und  $b\bar{b}$ -Datensätzen mit verändertem ( $\hat{\sigma}_i^{\text{had,b}'}$  bzw.  $\hat{\sigma}_i^{\text{had}'}$ ) und unverändertem Wert für  $\epsilon_b$  ( $\hat{\sigma}_i^{\text{had,b}}$  bzw.  $\hat{\sigma}_i^{\text{had}}$ ) basieren. Die Korrektur der Daten auf Hadronniveau lautet

$$\sigma_i^{\text{had,udsc}'} = \tilde{\sigma}_i^{\text{det}} \left( 1 - \frac{\hat{\sigma}_i^{\text{det,b}}}{\hat{\sigma}_i^{\text{det}}} \cdot \frac{\hat{\sigma}_i^{\text{had,b}'}}{\hat{\sigma}_i^{\text{had,b}}} \cdot \frac{\hat{\sigma}_i^{\text{had}}}{\hat{\sigma}_i^{\text{had}'}} \right) \frac{\hat{\sigma}_i^{\text{had,udsc}}}{\hat{\sigma}_i^{\text{det,udsc}}} . \quad (5.15)$$

Für jede Variation wird die Messung der Observablenverteilung wiederholt und pro Bin die aus einer Variationsart resultierende größte Abweichung vom Wert der Standardanalyse als symmetrischer Fehlerbeitrag definiert. Abweichend von [154, 158] wurden einige Selektionsschnitte schärfer gefasst, um Untergrund, radiative multihadronische Ereignisse sowie schlecht rekonstruierte Ereignisse effizienter zu verwerfen. Die Punkte 2 und 3 betreffen insbesondere den Untergrund aus Zwei-Photon-Ereignissen, während durch Anforderung 4  $\tau$ -Ereignisse weiter reduziert werden. Effekte aufgrund fehlerhafter Energiemessungen bei verknüpften Spuren und

Clustern wurden in den oben zitierten Studien durch eine separate Spur- und Clusteranalyse abgeschätzt. In dieser Arbeit hingegen wird gemäß Punkt 6 verfahren.

Die systematischen Effekte bedingen Unsicherheiten bei der Berechnung der Detektorkorrekturen, die in den für spätere Studien relevanten kinematischen Bereichen in der Größenordnung von 10-20% liegen. Für jedes Bin wird ein Gesamtfehler durch quadratische Addition der Einzelbeiträge und der statistischen Unsicherheiten berechnet, die als Fehlerbalken in den Abb. 5.8-5.9 dargestellt sind. In Anhang B findet sich eine Aufschlüsselung nach der statistischen und systematischen Komponente des Fehlers. Der größte Einzelbeitrag zum Gesamtfehler stammt von der Verwendung der alternativen Datenversion 5/88.

## 5.7 Test von Hadronisierungsmodellen

Die korrigierten JADE-Daten können direkt mit QCD-Vorhersagen verglichen werden. Anhand der Messverteilungen werden die verschiedenen durch die Generatoren PYTHIA/JETSET, ARIADNE, HERWIG und COJETS repräsentierten perturbativen und nichtperturbative Konzepte zur Modellierung hadronischer Endzustände in der  $e^+e^-$ -Vernichtung einem Test unterzogen. Die jeweiligen Modellvorhersagen sind in Abb. 5.8-5.13 den Daten bei den Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ ,  $22 \text{ GeV}$ ,  $35 \text{ GeV}$  ('86) und  $44 \text{ GeV}$  gegenübergestellt, wobei hier natürlich nur simulierte Ereignisse mit den vier leichtesten Quarksorten in Betracht gezogen werden. In der rechten Spalte der Abbildungen sind jeweils die normierten Abweichungen  $\delta_i = (\hat{\sigma}_i^{\text{had}} - \sigma_i^{\text{had}})/\sigma_i^{\text{had}}$  der Vorhersagen  $\hat{\sigma}_i^{\text{had}}$  von den Daten  $\sigma_i^{\text{had}}$  in Relation zu den experimentellen Gesamtfehlern dargestellt.

Generell ist festzustellen, dass PYTHIA in der OPAL-abgestimmten Version bei allen Vernichtungsenergien das bevorzugte Hadronisierungsmodell darstellt. Gemessen an den statistischen und experimentellen Fehlern ist die Modellvorhersage innerhalb einer Standardabweichung über weite kinematische Bereiche der Observablenverteilungen mit den Daten verträglich. Hingegen ist die Qualität der Generatoren ARIADNE und HERWIG bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  und  $22 \text{ GeV}$  moderater. Besonders bei HERWIG ist häufig eine systematische Unterschätzung des Maximumsbereichs sowie ein entsprechender Exzess in der 3-Jet-Region der Verteilung zu beobachten. Bei höheren Energien wird die Diskrepanz teilweise deutlich kleiner. Im Gegensatz dazu passt die JETSET(J)-Implementation des Stringfragmentationsmodells sehr gut zu den Verteilungen bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  und  $22 \text{ GeV}$ , oftmals sogar besser als die OPAL-Optimierung von PYTHIA, weicht aber bei wachsenden Schwerpunktsenergien zunehmend von den Daten ab. COJETS ist das einzige Modell, das weder bei den kleinsten noch bei den größten PETRA-Energien eine zufrieden stellende Beschreibung der Daten liefert. Das simulierte Hadronniveau am unteren Ende der Energieskala weist hier eine gegenüber den Daten signifikante Überschätzung für kleine Observablenwerte auf. Gleichwohl ist auch hier eine Annäherung an die Daten bei höheren Energien festzustellen, was aufgrund der Abstimmung dieses Modells mit Daten bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  nicht überrascht.

Bemerkenswert ist die ähnlich gute Qualität von PYTHIA 5.7 und JETSET 6.3(J) bei der Beschreibung der  $e^+e^-$ -Ereignistopologie insbesondere bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  und  $22 \text{ GeV}$ , obwohl die Modellparameter numerisch stark voneinander abweichen (siehe Tab. 2.2). Dieses ist für die spätere Abschätzung von Hadronisierungseffekten bei  $\alpha_s$ -Messungen von Bedeutung. Wie bereits in Abschnitt 2.4.1 vorweggenommen, zeichnet in erster Linie die Modellierung der Produktionsraten von Mesonmultipletts mit Bahndrehimpuls  $L=1$  und von Diquarks für diese Unterschiede verantwortlich. Abb. 5.14 zeigt entsprechende Generatorverteilungen für die Observablen

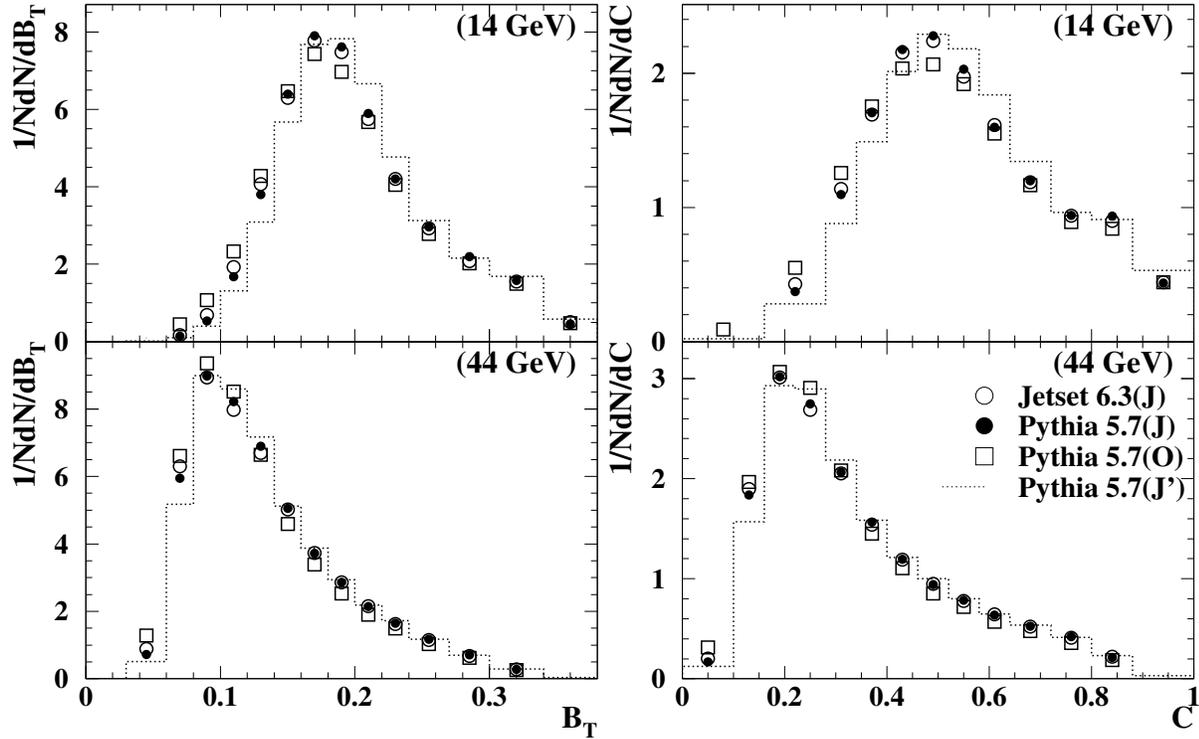


Abbildung 5.14: Vorhersagen für  $B_T$  und  $C$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV und 44 GeV, gewonnen aus einer an JADE-Daten optimierten Version von JETSET 7.4 (J) und einer OPAL-Optimierung von PYTHIA 5.7 (O). Zu sehen ist ferner die PYTHIA 5.7-Vorhersage für den JADE-optimierten Parametersatz exklusive (J) und inklusive (J') L=1-Multipletts.

$B_T$  und  $C$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV und 44 GeV. Während sich die JADE-Versionen von JETSET 6.3 und PYTHIA 5.7 (offene bzw. geschlossene Kreise) erwartungsgemäß kaum unterscheiden (kleine Abweichungen mögen auf Unterschiede in den Zerfallstabellen zurückgehen, die bei PYTHIA 5.7 wesentlich detaillierter sind), sorgt die Aktivierung der L=1-Multipletts und der bei OPAL benutzten Diquark-Unterdrückungsfaktoren für eine sphärische Verzerrung der Ereignistopologie (gestrichelte Linien), die durch einen neuen Satz von Partonschauer- und Fragmentationsparametern kompensiert werden muss, wie etwa geschehen bei der Neuanpassung des Modells an OPAL-Daten (offene Quadrate). Bei kleineren Vernichtungsenergien wird dieser Effekt offensichtlich stärker.

## 5.8 Zusammenfassung

Die Messung von topologischen Observablen mit JADE ist bei allen hier betrachteten Schwerpunktsenergien und Detektorkonfigurationen mit kontrollierbaren systematischen Unsicherheiten sowie moderaten Auflösungs- und Akzeptanzkorrekturen verbunden. Die gewonnenen Hadronniveaudaten sind für  $\sqrt{s} \geq 22$  GeV klar von Ereignissen mit zwei Jets im Endzustand dominiert, entsprechend einem Maximum der Messverteilungen bei niedrigen Observablenwerten.

Bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  ist die Ereignissignatur erkennbar sphärischer. Die differentiellen Wirkungsquerschnitte (Abb. 5.8-5.13) lassen qualitativ eine Energieentwicklung erkennen, die in dieser Deutlichkeit nur bei PETRA-Energien beobachtbar ist und aufgrund von QCD-Dynamik und Hadronisierungseffekten in der  $e^+e^-$ -Vernichtung zu erwarten ist.

Die Messverteilungen bei  $\sqrt{s} \simeq 35 \text{ GeV}$  und  $44 \text{ GeV}$  sind kompatibel zu den entsprechenden Ergebnissen der Studien in [154, 158], jedoch im Allgemeinen systematisch zu etwas kleineren Observablenwerten verschoben, wenn auch meist nicht signifikant. Eine Erklärung liefert die unterschiedliche Behandlung von  $b\bar{b}$ -Ereignissen sowie Unterschiede zwischen den jeweils zugrunde liegenden Datensätzen (teilweise verschiedene Datenaufzeichnungsperioden und Rekonstruktionsversionen). Ferner sind Messverteilungen für die Thrust-Variable (ohne  $b\bar{b}$ -Korrektur) bei allen Energiepunkten in guter Übereinstimmung mit früheren Messungen der TASSO-Kollaboration [200].

Die PETRA-Ereignistopologie lässt sich mit aktuellen, an LEP-Daten bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  angepassten QCD-Ereignisgeneratoren sowohl auf Detektor- als auch auf Hadronniveau zufrieden stellend, teilweise exzellent modellieren. Insbesondere das in PYTHIA implementierte Partonschauer- und Stringfragmentationsmodell ist in der Lage, mit seinem offensichtlich universell gültigen Satz von Modellparametern viele Aspekte der  $e^+e^-$ -Vernichtung nicht nur bei LEP (z.B. [201–203]), sondern auch bei PETRA-Energien sehr gut wiederzugeben. Hingegen müssen die Parameter-einstellungen der anderen Generatoren ARIADNE, HERWIG und COJETS bei kleinsten Energien modifiziert werden, um eine bessere Beschreibung der Ereignistopologien zu leisten. Beispielsweise ließe sich durch Verringerung der maximalen Clustermasse (CLMAX, Abschnitt 2.4.3) bei HERWIG die im 2-Jet-Bereich beobachtete Unterschätzung der Verteilungen korrigieren. Als Folge könnten freilich andere Aspekte der  $e^+e^-$ -Vernichtung möglicherweise schlechter reproduziert werden.



# Kapitel 6

## Bestimmung der starken Kopplungskonstanten $\alpha_S$ bei $\sqrt{s} = 14 - 44 \text{ GeV}$

Ziel dieses Kapitels ist die Bestimmung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S$  mit Hilfe der aus den JADE-Daten extrahierten Ereignistopologien. Grundlage sind die korrigierten Messverteilungen der Observablen  $1-T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$ ,  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  bei den Energiepunkten  $\langle\sqrt{s}\rangle = 14.0, 22.0, 34.6$  ('82),  $35.0$  ('86),  $38.3$  und  $43.8 \text{ GeV}$  (Kapitel 5). Das Messprinzip beruht auf der Anpassung von entsprechenden QCD-Rechnungen an die Daten, mit  $\alpha_S$  als einzigem freien Parameter. Die Analyse stützt sich sowohl auf altbekannte  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen als auch auf resummierte Rechnungen vom Typ NLLA, die erst in der LEP-Ära entwickelt worden sind. Es wird untersucht, ob die theoretisch (z.B. [36]) und experimentell (z.B. [17, 202, 203]) propagierte Kombination beider Vorhersagetypen ein konsistentes Bild von Einzelmessungen bei PETRA-Energien liefert. Der Einfluss von systematischen Unsicherheiten experimenteller und theoretischer Natur auf den Messprozess wird diskutiert. Es ist zu erwarten, dass theoretische Unsicherheiten aufgrund der Unvollständigkeit der perturbativen Vorhersagen und des mangelnden Verständnisses von nichtperturbativen Effekten in dem hier untersuchten Energiebereich bedeutsamer sind als bei LEP-Energien. Es stellt sich die Frage, ob mit den in Abschnitt 2.4 beschriebenen Modellen eine sinnvolle Abschätzung von Hadronisierungseffekten möglich ist. Durch geeignete Kombination der aus individuellen Messverteilungen extrahierten  $\alpha_S$ -Werte soll ein repräsentatives Ergebnis  $\alpha_S(\sqrt{s})$  für jeden der betrachteten Energiepunkte  $\sqrt{s}$  formuliert werden, der hinsichtlich Methode und Systematik vergleichbar mit entsprechenden LEP/SLC-Messungen ist.

### 6.1 $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen

Die allgemeine Form von Vorhersagen in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  für den normierten differentiellen Wirkungsquerschnitt einer Observablen  $\mathcal{F}$  zu einer gegebenen Energieskala  $\mu$  schreibt sich [114]

$$\frac{dR}{d\mathcal{F}} = \frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma}{d\mathcal{F}} = \frac{d\mathcal{A}(\mathcal{F})}{d\mathcal{F}} \hat{\alpha}_S(\mu) + \frac{d\mathcal{B}(\mathcal{F})}{d\mathcal{F}} \hat{\alpha}_S^2(\mu) + \mathcal{O}(\hat{\alpha}_S^3(\mu)), \quad (6.1)$$

mit  $\hat{\alpha}_S(\mu) = \alpha_S(\mu)/2\pi$ .  $\sigma_0$  bezeichnet den totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt in  $\mathcal{O}(\alpha_S^0)$  (Bornsche Näherung). Die Funktionen  $d\mathcal{A}(\mathcal{F})/d\mathcal{F}$ ,  $d\mathcal{B}(\mathcal{F})/d\mathcal{F}$  sind die  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ - bzw.  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -

Koeffizienten der Störungsreihe. Sie legen die Dynamik des Ereignisses innerhalb des zum Intervall  $[\mathcal{F}, \mathcal{F} + d\mathcal{F}]$  beitragenden Teil des Phasenraums fest. Die vorliegende Arbeit verwendet eine Berechnung der Koeffizienten basierend auf einer Monte-Carlo-Integration des ERT-Matrixelements [35] mit Hilfe des Programms EVENT2 [204]. Die Quarkmassen sind hierbei vernachlässigt. Einige der beitragenden Feynmangraphen sind in Abb. 2.3 gezeigt.

Gl. (6.1) lässt sich durch Einbeziehung der Einschleifenkorrekturen für die laufende Kopplungskonstante (Vernachlässigung des logarithmischen Terms in Gl. (2.15)),

$$\alpha_S(\mu) = \frac{\alpha_S(Q)}{1 + \beta_0 \alpha_S(Q) \ln x_\mu^2} \approx \alpha_S(Q) (1 - \beta_0 \alpha_S(Q) \ln x_\mu^2), \quad (6.2)$$

auf eine andere Energieskala  $Q = \mu/x_\mu$  transformieren.  $\beta_0$  ist der Koeffizient der QCD-Betafunktion (2.12) in niedrigster Ordnung. Berücksichtigt man bei der Normierung auch  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Korrekturen für den hadronischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  [35],

$$\sigma_0 \approx (1 - 2\hat{\alpha}_S(Q))\sigma \quad (6.3)$$

so ergibt sich für die differenzielle Verteilung von  $\mathcal{F}$

$$\frac{dR}{d\mathcal{F}} = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\mathcal{F}} = \frac{d\mathcal{A}}{d\mathcal{F}} \hat{\alpha}_S(Q) + \left( \frac{d\mathcal{B}}{d\mathcal{F}} - 2(1 + \pi\beta_0 \ln x_\mu^2) \frac{d\mathcal{A}}{d\mathcal{F}} \right) \hat{\alpha}_S^2(Q) + \mathcal{O}(\hat{\alpha}_S^3(Q)). \quad (6.4)$$

Über den Renormierungsskalenfaktor  $x_\mu$  drückt sich die Abhängigkeit der Vorhersage von der Skala, bei der die Theorie renormiert wird, aus. Die Energieentwicklung von  $\mathcal{F}$  wird sowohl durch die laufende Kopplung  $\alpha_S$  als auch den explizit energieabhängigen Ausdruck im Koeffizienten des  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Terms bestimmt.

Gl. (6.1) ist direkt mit den Daten vergleichbar. Ein Auflistung der Koeffizienten findet sich beispielsweise in [35, 114]. Es ist zu beachten, dass die theoretischen Vorhersagen der hier verwendeten Observablen teilweise korreliert sind. So ist der  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Koeffizient  $\mathcal{A}$  für  $1 - T$  und  $M_H^2$  einerseits und  $B_T$  und  $B_W$  andererseits identisch. Die Beiträge  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  hingegen unterscheiden sich, und es ist zu erwarten, dass dies auch für die unbekanntenen Terme höherer Ordnungen zutrifft.

Aufgrund der infraroten und kollinearen Divergenzen (Abschnitt 2.3.2) ist die Vorhersage zur Beschreibung der Ereignistopologie für  $\mathcal{F} \rightarrow 0$  nicht geeignet. Dies sei am Beispiel der Thrust-Verteilung gezeigt, die in  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  analytisch berechenbar ist [6]:

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma}{dT} = C_F \left[ \frac{2(3T^2 - 3T + 2)}{T(1 - T)} \ln \left( \frac{2T - 1}{1 - T} \right) - \frac{3(3T - 2)(2 - T)}{1 - T} \right] \hat{\alpha}_S(Q). \quad (6.5)$$

Der Wirkungsquerschnitt ist hierbei für eine ideale 2-Jet-Konfiguration ( $T = 1$ ) unendlich. Die Divergenz wird in der nächsthöheren Ordnung zwar abgeschwächt, aber nicht beseitigt. Typischerweise verhalten sich die perturbativen Koeffizienten einer Störungsreihe der Ordnung  $n$  im 2-Jet-Limit  $\propto \alpha_S^n(Q) (\ln 1/\mathcal{F})^{2n-1} / \mathcal{F}$ , sodass die großen logarithmischen Beiträge höherer Ordnung nur für  $\alpha_S(Q) \ln^2 \mathcal{F} \ll 1$  vernachlässigbar sind [36]. Diese Näherung ist jedoch für PETRA-Energien mit  $\alpha_S$ -Werten  $\mathcal{O}(0.1)$  und aufgrund der Tatsache, dass die meisten Ereignisse bei niedrigen Werten für  $\mathcal{F}$  liegen, nicht zu rechtfertigen.

## 6.2 NLLA-Rechnungen

Die resummierten QCD-Vorhersagen zielen darauf ab, das Konvergenzverhalten von  $1/\sigma \cdot d\sigma/d\mathcal{F}$  im kritischen 2-Jet-Bereich zu verbessern. Für eine Klasse von Observablen, wie den hier vorgestellten, tragen die führenden Logarithmen  $L \equiv \ln 1/\mathcal{F}$  innerhalb einer *exponentierten* Potenzreihe zum Wirkungsquerschnitt bei. Entsprechende Rechnungen werden üblicherweise für den kumulativen Wirkungsquerschnitt  $R(\mathcal{F})$  formuliert. Die Vorhersage besitzt nach diesem Schema die generische Form [36]

$$R(\mathcal{F}) = \int_0^{\mathcal{F}} d\mathcal{F}' \frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma(\mathcal{F}')}{d\mathcal{F}'} = C(\alpha_S) e^{G(\alpha_S, L)} + D(\alpha_S, \mathcal{F}), \quad (6.6)$$

worin  $C(\alpha_S)$  eine Koeffizientenfunktion und  $G(\alpha_S, L)$  die Resummation der Logarithmen bezeichnet.  $D(\alpha_S, \mathcal{F})$  ist ein für  $\mathcal{F} \rightarrow 0$  verschwindender Restterm.  $C$  und  $G$  lassen sich jeweils als Reihenentwicklung ausdrücken:

$$\begin{aligned} C(\alpha_S) &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \hat{\alpha}_S^n \\ G(\alpha_S, L) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{n+1} \hat{\alpha}_S^n L^m \\ &= L \sum_{n=1}^{\infty} G_{n,n+1} \hat{\alpha}_S^n L^n + \sum_{n=1}^{\infty} G_{n,n} \hat{\alpha}_S^n L^n + \hat{\alpha}_S \sum_{n=2}^{\infty} G_{n,n-1} \hat{\alpha}_S^n L^n + \dots \\ &\equiv L g_1(\alpha_S L) + g_2(\alpha_S L) + \alpha_S g_3(\alpha_S L) + \dots \end{aligned} \quad (6.8)$$

Die Funktion  $g_1$  resummiert alle führenden (*Leading-Log-Approximation* LLA) und  $g_2$  die nächstführenden logarithmischen Terme (*Next-to-Leading-Log-Approximation* NLLA). Die Bedeutung von Gl. (6.8) liegt darin, dass sich die dominanten logarithmischen Beiträge im Rahmen einer Potenzreihenentwicklung in  $\alpha_S L$  identifizieren lassen. Als Folge sind alle Ordnungen  $\alpha_S$  in der Vorhersage vertreten, allerdings mit jeweils unvollständigen Koeffizienten. In den subdominanten Termen  $\propto \hat{\alpha}_S^n L^m$  ( $n > m > 0$ ) sind die Logarithmen einer gegebenen Ordnung  $m$  durch einen Beitrag in  $\hat{\alpha}_S$  höherer Ordnung  $n$  unterdrückt. Es ist daher zu erwarten, dass die Ereignistopologie für  $\alpha_S L \simeq 1$ , also im 2-Jet-Bereich, noch zuverlässig beschrieben werden kann, während die Anwendbarkeit der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersage in dieser Region durch die Forderung  $\alpha_S L^2 \ll 1$  eingeschränkt ist.

Für die  $\alpha_S$ -Messungen dieser Arbeit ist die NLLA-Vorhersage

$$R(\mathcal{F}) = (1 + C_1 \hat{\alpha}_S + C_2 \hat{\alpha}_S^2) e^{L g_1(\alpha_S L) + g_2(\alpha_S L)}. \quad (6.9)$$

für den kumulativen Wirkungsquerschnitt von  $\mathcal{F}$  relevant. Die Funktionen  $g_1$  und  $g_2$  sind für alle verwendeten Topologievariablen bekannt. Die NLLA-Koeffizienten  $C_1$  wurden analytisch aus dem  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Matrizelement gerechnet, die Werte für  $C_2$  hingegen konnten nur numerisch aus einem Vergleich von (6.9) mit dem QCD-Matrizelement in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  gewonnen werden. Die Herleitungen für  $1 - T$  und  $M_H^2$  sind in [36] und für  $C$  in [40] dokumentiert. Die ursprünglichen Vorhersagen für  $B_T$  und  $B_W$  [37] wurden in einer späteren Arbeit [38] teilweise revidiert. Erste Rechnungen für  $y_{23}$  [194, 205] ließen in nächstführender Ordnung einige Terme vermissen, welche

$\mathcal{F}$	Ref.	$C_1$	$C_2$
$1 - T$	[36]	$\left(\frac{5}{2} + \frac{\pi^2}{3}\right) C_F$	$-34 \pm 22$
$M_H^2$	[36]	$\left(\frac{5}{2} + \frac{\pi^2}{3}\right) C_F$	$-40 \pm 20$
$B_T$	[37]	$\left(-\frac{17}{2} + \pi^2\right) C_F$	$92 \pm 10$
$B_W$	[37]	$\left(-\frac{17}{2} + \pi^2\right) C_F$	$116 \pm 10$
$C$	[40]	$\left(-\frac{5}{2} + \frac{2}{3}\pi^2\right) C_F$	$77 \pm 3$
$y_{23}$	[39]	$\left(-\frac{5}{2} + \frac{\pi^2}{6} - 6 \ln 2\right) C_F$	176

Tabelle 6.1: Die Koeffizienten der NLLA-Vorhersagen.

in einer späteren Aktualisierung [39] teilweise berechnet werden konnten<sup>1</sup>. Eine Auflistung der aktuellen NLLA-Koeffizienten findet sich in Tab. 6.1. Den Konventionen der zitierten Studien folgend, wird der Unterschied zwischen dem Born-Niveau und der  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Korrektur für den hadronischen Wirkungsquerschnitt im Koeffizienten  $C_1$  berücksichtigt.

### 6.3 Kombinierte $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen

Um verbesserte Vorhersagen für  $\alpha_S$ -Messungen zu erhalten, die ein möglichst breites Spektrum von Ereignistopologien abdecken, sind Verfahren entwickelt worden, die im 2-Jet-Bereich kleiner  $\mathcal{F}$ -Werte gültigen NLLA-Rechnungen mit den Vorhersagen aus dem exakten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Matrizelement, deren Stärke eher in der Beschreibung der Kinematik von Ereignissen mit harter Gluonabstrahlung liegt, zu kombinieren. Dazu müssen die resummierten Terme in Gl. (6.9) nach  $\hat{\alpha}_S$  entwickelt und alle Beiträge bis  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  identifiziert werden, um diese mit dem exakten Matrizelement ersetzen zu können. Diese Prozedur ist allerdings nicht frei von Ambiguitäten.

Tab. 6.2 zeigt eine entsprechende Zerlegung für die Vorhersage von  $\ln R(\mathcal{F})$ . Die ersten beiden Spalten repräsentieren die Resummation der Logarithmen auf LL- und NLL-Niveau, komplementär dazu geben die ersten beiden Zeilen eine Aufschlüsselung nach Termen in erster bzw. zweiter Ordnung  $\alpha_S$  wieder, wozu auch subdominante Logarithmen und nichtlogarithmische Ausdrücke beitragen. Die für eine gegebene Ordnung  $\alpha_S^n$  zeilenweise summierten Einträge korrespondieren mit dem exakten Matrizelement  $\ln R_{\mathcal{O}(\alpha_S^n)}(\mathcal{F})$  in der letzten Spalte. Die Koeffizienten  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  ergeben sich aus der Integration  $\int_0^{\mathcal{F}} d\mathcal{F}' d\mathcal{A}(\mathcal{F}')/d\mathcal{F}$  und  $\int_0^{\mathcal{F}} d\mathcal{F}' d\mathcal{B}(\mathcal{F}')/d\mathcal{F}$  der QCD-Koeffizienten aus (6.4). Die  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ - und  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Beiträge der Resummation sind durch die in [36, 38–40] ermittelten Koeffizienten  $G_{12}$ ,  $G_{21}$ ,  $G_{11}$  und  $G_{22}$  repräsentiert (siehe Tab. 6.3). Nichtlogarithmische Beiträge sind in den NLLA-Koeffizienten  $C_1$  und  $C_2$  aus Tab. 6.1 enthalten. Die subdominanten Logarithmen sind nicht bekannt, jedoch lässt sich der erste Koeffizient  $G_{21}$  durch Vergleich mit dem  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Matrizelement numerisch bestimmen.

In der Praxis finden verschiedene Kombinations- („Matching“)-schemata [17, 36] Anwendung,

<sup>1</sup> Während der Niederschrift der Dissertation wurden weitere  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Beiträge in der resummierten Vorhersage für  $y_{23}$  nachgeliefert [206]. Die Funktion  $g_2$  wird hierbei seminumerisch ausgewertet. Die korrigierten Werte der betroffenen Koeffizienten lauten:  $G_{22} = \left(\frac{\pi^2}{6} - \frac{35}{36}\right) C_F C_A + \frac{1}{18} C_F n_f - \frac{\pi^2}{8} C_F^2$ ,  $G_{21} = -7.2 \pm 0.3$  und  $C_2 = 18.2 \pm 2.6$ .

führende Logarithmen (LL)	nächstführende Logarithmen (NLL)	subdominante Logarithmen	nicht- logarithmische Terme	
$G_{12}\hat{\alpha}_S L^2$	$+G_{11}\hat{\alpha}_S L$		$+\alpha_S \cdot \mathcal{O}(1)$	$= \mathcal{A}(\mathcal{F})\hat{\alpha}_S$
$+G_{23}\hat{\alpha}_S^2 L^3$	$+G_{22}\hat{\alpha}_S^2 L^2$	$+G_{21}\hat{\alpha}_S^2 L$	$+\alpha_S^2 \cdot \mathcal{O}(1)$	$= (\mathcal{B}(\mathcal{F}) - \frac{1}{2}\mathcal{A}(\mathcal{F})^2)\hat{\alpha}_S^2$
$+G_{34}\hat{\alpha}_S^3 L^4$	$+G_{33}\hat{\alpha}_S^3 L^3$	$+G_{32}\hat{\alpha}_S^3 L^2 + \dots$	$+\dots$	$= \mathcal{O}(\alpha_S^3)$
$+G_{45}\hat{\alpha}_S^4 L^5$	$+G_{44}\hat{\alpha}_S^4 L^4$	$+G_{43}\hat{\alpha}_S^4 L^3 + \dots$	$+\dots$	$= \mathcal{O}(\alpha_S^4)$
$+\dots$	$+\dots$	$+\dots$	$+\dots$	$\dots$
$= Lg_1(\alpha_S L)$	$+g_2(\alpha_S L)$	$+\dots$	$+\dots$	$= \ln R(\mathcal{F})$

Tabelle 6.2: Zerlegung der Resummation in der Vorhersage für  $\ln R(\mathcal{F})$  aus Gl. (6.9) nach Potenzen von  $\hat{\alpha}_S$  und  $L = \ln 1/\mathcal{F}$ .

die sich hinsichtlich der Behandlung der subdominanten Logarithmen und in der Forderung von zusätzlichen kinematischen Zwangsbedingungen unterscheiden.

**ln( $R$ )-Matching** [36]: In dem einfachsten Schema findet die Kombination im Exponenten der Theorievorhersage statt. Aus Gl. (6.1) und (6.9) folgt durch Reihenentwicklung nach Potenzen von  $\alpha_S$

$$\begin{aligned} \ln R_{\mathcal{O}(\alpha_S^2)}(\mathcal{F}) &= \mathcal{A}(\mathcal{F})\hat{\alpha}_S + \left[ \mathcal{B}(\mathcal{F}) - \frac{1}{2}\mathcal{A}(\mathcal{F})^2 \right] \hat{\alpha}_S^2 + \mathcal{O}(\hat{\alpha}_S^3) \\ \ln R_{\text{NLLA}}(\mathcal{F}) &= Lg_1(\alpha_S L) + g_2(\alpha_S L) + C_1\hat{\alpha}_S + \left[ C_2 - \frac{1}{2}C_1^2 \right] \hat{\alpha}_S^2 + \mathcal{O}(\hat{\alpha}_S^3). \end{aligned} \quad (6.10)$$

Mit Hilfe der  $G_{n,m}$ -Koeffizienten aus Tab. 6.3 werden die unvollständigen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Beiträge in  $\ln R_{\text{NLLA}}$  subtrahiert und durch  $\ln R_{\mathcal{O}(\alpha_S^2)}$  ersetzt:

$$\begin{aligned} \ln R(\mathcal{F}) &= Lg_1(\alpha_S L) + g_2(\alpha_S L) - (G_{11}L + G_{12}L^2)\hat{\alpha}_S - (G_{22}L^2 + G_{23}L^3)\hat{\alpha}_S^2 \\ &\quad + \mathcal{A}(\mathcal{F})\hat{\alpha}_S + \left[ \mathcal{B}(\mathcal{F}) - \frac{1}{2}\mathcal{A}(\mathcal{F})^2 \right] \hat{\alpha}_S^2. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Der subdominante Term  $G_{21}\hat{\alpha}_S^2 L$  ist hierbei implizit als Teil von  $\mathcal{B}\hat{\alpha}_S^2$  im Exponenten von  $R(\mathcal{F})$  berücksichtigt.

**Modifiziertes ln( $R$ )-Matching** [36]: Die NLLA-Rechnungen garantieren nicht die physikalisch notwendige Randbedingung  $R(\mathcal{F}) \rightarrow 1$ ,  $dR(\mathcal{F})/d\mathcal{F} \rightarrow 0$  für  $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}_{\text{max}}$  am oberen kinematischen Limit  $\mathcal{F}_{\text{max}}$  der Vorhersage, sodass die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen die Region harter Gluonemission möglicherweise schlechter beschreiben als die reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen. Um Abhilfe zu schaffen, wird in (6.11) häufig von Hand die Ersetzung

$$L = \ln \frac{1}{\mathcal{F}} \rightarrow \tilde{L} = \ln \left( \frac{1}{\mathcal{F}} - \frac{1}{\mathcal{F}_{\text{max}}} + 1 \right) \quad (6.12)$$

gemacht und so das Verschwinden aller NLLA-Terme für  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{\text{max}}$  erzwungen. Die kinematischen Grenzen lauten 0.5 für  $1 - T$ , 0.47 für  $M_{\text{H}}^2$ , 0.41 für  $B_{\text{T}}$ , 0.35 für  $B_{\text{W}}$ , 1.0 für  $C$  und 0.333 für  $y_{23}$  [17, 207].

$\mathcal{F}$	Ref.	$G_{12}$	$G_{11}$	$G_{23}$	$G_{22}$	$G_{21}$
$1 - T$	[36]	$-2C_F$	$3C_F$	$-\frac{11}{3}C_F C_A + \frac{2}{3}C_F n_f$	$-\frac{4\pi^2}{3}C_F^2 + \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{169}{36}\right)C_F C_A + \frac{11}{18}C_F n_f$	$30 \pm 8$
$M_H^2$	[36]	$-2C_F$	$3C_F$	$-\frac{11}{3}C_F C_A + \frac{2}{3}C_F n_f$	$-\frac{2\pi^2}{3}C_F^2 + \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{169}{36}\right)C_F C_A + \frac{11}{18}C_F n_f$	$36 \pm 11$
$B_T$	[37, 38]	$-4C_F$	$6C_F$	$-\frac{88}{9}C_F C_A + \frac{16}{9}C_F n_f$	$-\left(32 \ln^2 2 + \frac{8\pi^2}{3}\right)C_F^2 + \left(\frac{2\pi^2}{3} - \frac{35}{9}\right)C_F C_A + \frac{2}{9}C_F n_f$	$78 \pm 10$
$B_W$	[37, 38]	$-4C_F$	$6C_F$	$-\frac{88}{9}C_F C_A + \frac{16}{9}C_F n_f$	$-(32 \ln^2 2)C_F^2 + \left(\frac{2\pi^2}{3} - \frac{35}{9}\right)C_F C_A + \frac{2}{9}C_F n_f$	$74 \pm 10$
$C$	[40]	$-2C_F$	$3C_F$	$-\frac{11}{3}C_F C_A + \frac{2}{3}C_F n_f$	$-\frac{4\pi^2}{3} + \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{169}{36}\right)C_F C_A + \frac{11}{18}C_F n_f$	$63 \pm 6$
$y_{23}$	[39]	$-C_F$	$3C_F$	$-\frac{11}{9}C_F C_A + \frac{2}{9}C_F n_f$	$\left(\frac{\pi^2}{6} - \frac{35}{36}\right)C_F C_A + \frac{1}{18}C_F n_f$	$-44 \pm 3$

Tabelle 6.3: QCD-Koeffizienten für die kombinierten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen.

**R-Matching** [17]: Dieses Schema kombiniert die Vorhersagen von  $R(\mathcal{F})$  anstatt von  $\ln R(\mathcal{F})$ . Durch Reihenentwicklung von (6.9) in  $\hat{\alpha}_S$  können unvollständige Beiträge bis  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  identifiziert und mit dem exakten Matrixelement ersetzt werden gemäß

$$\begin{aligned}
R(\mathcal{F}) &= (1 + C_1 \hat{\alpha}_S + C_2 \hat{\alpha}_S^2) \exp \{Lg_1(\alpha_S L) + g_2(\alpha_S L)\} - [C_1 + G_{11}L + G_{12}L^2] \hat{\alpha}_S \\
&\quad - \left[ C_2 + G_{22}L^2 + G_{23}L^3 + (G_{11}L + G_{12}L^2)(C_1 + \frac{1}{2}(G_{11}L + G_{12}L^2)) \right] \hat{\alpha}_S^2 \\
&\quad + \mathcal{A}(\mathcal{F}) \hat{\alpha}_S + \mathcal{B}(\mathcal{F}) \hat{\alpha}_S^2. \tag{6.13}
\end{aligned}$$

**Modifiziertes R-Matching** [36]: Im naiven R-Matching wird der Term  $G_{21} \alpha_S^2 L$  implizit über den  $\mathcal{B}$ -Koeffizienten zur kumulativen Vorhersage von  $R$  linear hinzuaddiert. Dieses lässt eine schlechtere Beschreibbarkeit der Ereignistopologien erwarten, da die subdominanten Logarithmen in (6.8) für  $\mathcal{F} \rightarrow 0$  nicht verschwinden. Zur Verbesserung der Vorhersage kann der Term  $G_{21} \alpha_S^2 L$  von Gl.(6.13) subtrahiert und zum Exponenten hinzuaddiert werden, um  $\lim_{\mathcal{F} \rightarrow 0} R(\mathcal{F}) = 0$  zu gewährleisten [36]. Um ferner der Bedingung  $\lim_{\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}_{\max}} R(\mathcal{F}) = 1$  zu genügen, wird für  $L$  die Ersetzung (6.12) gemacht. Beim R-Matching sind hierbei auch die Koeffizienten  $C_n$  oder wahlweise  $G_{nm}$  zu modifizieren. Der Konvention in [36] folgend<sup>2</sup>, ergibt sich insgesamt

$$\begin{aligned}
R(\mathcal{F}) &= (1 + C_1 \hat{\alpha}_S + C_2 \hat{\alpha}_S^2) \\
&\quad \times \exp \left\{ \tilde{L}g_1(\alpha_S \tilde{L}) + g_2(\alpha_S \tilde{L}) - \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\max}} G_{11} \alpha_S \tilde{L} + \left(1 - \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\max}}\right) G_{21} \alpha_S^2 \tilde{L} \right\} \\
&\quad - \left[ C_1 + \left(1 - \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\max}}\right) G_{11} \tilde{L} + G_{12} \tilde{L}^2 \right] \hat{\alpha}_S - \left[ C_2 + G_{22} \tilde{L}^2 + G_{23} \tilde{L}^3 \right. \\
&\quad \left. + \left( \left(1 - \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\max}}\right) G_{11} \tilde{L} + G_{12} \tilde{L}^2 \right) \left( C_1 + \frac{1}{2} \left( \left(1 - \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\max}}\right) G_{11} \tilde{L} + G_{12} \tilde{L}^2 \right) \right) \right] \hat{\alpha}_S^2 \\
&\quad + \left(1 - \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\max}}\right) G_{21} \alpha_S^2 \tilde{L} + \mathcal{A}(\mathcal{F}) \hat{\alpha}_S + \mathcal{B}(\mathcal{F}) \hat{\alpha}_S^2. \tag{6.14}
\end{aligned}$$

<sup>2</sup>In der Literatur ist die Bezeichnung der Matchingschemata nicht durchgängig einheitlich. Diese Arbeit folgt weitgehend der Konvention in [36]. Dort beinhaltet das R-Matching jedoch zusätzlich die Exponentierung des  $G_{21}$ -Terms. In einer LEP-Analyse [17] hingegen spielt die Bezeichnung „modifiziertes R-Matching“ nur auf diese Exponentierung ohne Einbindung der kinematischen Randbedingungen für  $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}_{\max}$  an.

In der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersage (6.4) führt eine Veränderung der Renormierungsskala  $\mu = x_\mu Q$  zu einer Umdefinition des  $\mathcal{B}$ -Koeffizienten. Die Koeffizientenfunktion  $g_1$  aus der Resummation der führenden Logarithmen (6.8) ist invariant gegenüber einer Variation von  $x_\mu$ , hingegen hängt die Funktion  $g_2$  in nächstführender Ordnung sowie der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Koeffizient  $G_{22}$  der Matchingprozedur (6.11,6.13,6.14) vom Renormierungspunkt ab. Bei den  $\alpha_S$ -Bestimmungen dieser Arbeit werden Variationen von  $x_\mu$  durch die Transformationen

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\mathcal{F}) &\rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{F}) + \mathcal{A}(\mathcal{F}) \cdot 2\pi\beta_0 \ln x_\mu^2 \\ g_2(\alpha_S(Q)L) &\rightarrow g_2(\alpha_S(Q)L) + (\alpha_S(Q)L)^2 \beta_0 \ln x_\mu^2 \frac{dg_1(\alpha_S(Q)L)}{d(\alpha_S(Q)L)} \\ G_{22} &\rightarrow G_{22} + 2\pi\beta_0 G_{12} \ln x_\mu^2. \end{aligned} \quad (6.15)$$

in der Vorhersage für  $R(\mathcal{F})$  berücksichtigt.

## 6.4 Wahl des Renormierungspunktes

Für die Bestimmung von  $\alpha_S$  ist der Vergleich der Messgröße mit einer Berechnung bis mindestens  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  eine notwendige Voraussetzung, da erst in dieser Ordnung der Wert der Kopplungskonstanten von der gewählten Renormierung festgelegt wird. Aus theoretischer Sicht ist die Wahl von  $x_\mu$  nicht festgelegt. In den QCD-Analysen zu PETRA-Zeiten wurde bei der Anwendung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen der Renormierungspunkt gewöhnlich mit der Vernichtungsenergie  $\sqrt{s}$  identifiziert, d.h.  $x_\mu = 1$ . Dem kann man entgegenhalten, dass in QCD-Prozessen höherer Ordnung die Abstrahlung von Gluonen bei effektiv kleineren Energieskalen stattfindet, sodass  $x_\mu \ll 1$ . In der Tat wurde später in [208–210] herausgestellt, dass mit einer experimentell optimierten Skala eine bessere Beschreibung der PETRA-Daten möglich ist. Diese Beobachtung wurde durch zahlreiche auf Topologievariablen basierende Studien bei LEP bestätigt (z.B. [201, 211]).

Es existieren diverse theoretisch motivierte Vorschläge zur Wahl der Renormierungsskala  $x_\mu^{\text{opt}}$  in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen [212]. Ausgehend von der Erwartung, dass eine in allen Ordnungen  $\alpha_S$  vollständige Rechnung nicht von der Renormierung abhängt, schlägt das *Prinzip der minimalen Sensitivität* (PMS [213]) einen Wert vor, bei dem die endliche Störungsreihe nicht mehr sensitiv auf eine Variation der Skala ist:  $\partial R/\partial x_\mu = 0$ . Das FAC-Schema (*Fastest Apparent Convergence* [214]) setzt die Renormierungsskala so, dass der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Term in (6.4) verschwindet:  $\mathcal{B} - 2(1 + \pi\beta_0 \ln x_\mu^2)\mathcal{A} = 0$ . In der Methode von Brodsky, Lepage und MacKenzie (BLM) [215] hingegen ist der Renormierungspunkt durch die Forderung festgelegt, dass die fermionischen Beiträge zur Vakuumpolarisation vollständig innerhalb der renormierten Ladung absorbiert sind. Als Konsequenz weist der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Term in (6.4) keine Abhängigkeit von der Zahl  $n_f$  der Flavour auf:  $\frac{\partial}{\partial n_f}(\mathcal{B}(n_f) - 2(1 + \pi\beta_0 \ln x_\mu^2)\mathcal{A}) = 0$ . In einer detaillierten  $\alpha_S$ -Studie [211], die auf der Messung von zahlreichen topologischen Observablen und Jetraten aus LEP-Daten mit hoher Statistik basiert, konnte gezeigt werden, dass die unterschiedlichen Ansätze zur Optimierung der Renormierungsskala in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen zu konsistenten Ergebnissen für  $\alpha_S$  und  $x_\mu^{\text{opt}}$  führen und ferner verträglich sind mit der experimentellen Optimierungsmethode. Auch in Studien zur hadronischen Zerfallsbreite  $R_Z = \Gamma(Z \rightarrow \text{Hadronen})/\Gamma(Z \rightarrow \text{Leptonen})$  des  $Z^0$ -Bosons wird eine Konsistenz der genannten theoretischen Optimierungsmethoden beobachtet [11].

Mit Hilfe von Gl. (6.15) kann durch Anpassung der Vorhersage  $dR(\mathcal{F}, \alpha_S(\sqrt{s}), x_\mu)/d\mathcal{F}$  der Einfluss der Renormierungsskala auf die Beschreibbarkeit der Daten und den gefundenen Wert für  $\alpha_S(\sqrt{s})$  untersucht werden. Eine ausgeprägte Änderung des Ergebnisses bei Variation von  $x_\mu$

ist als Indiz dafür zu werten, dass die perturbative Rechnung beträchtliche Korrekturen höherer Ordnung aufweist. Im Vergleich zur reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersage lassen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen eine geringere  $x_\mu$ -Abhängigkeit erwarten, da in diesen näherungsweise alle Ordnungen in  $\alpha_S$  implementiert sind. Diese Eigenschaft macht ihre Verwendung für  $\alpha_S$ -Messungen mit JADE-Daten interessant, denn die schon in verschiedenen LEP-Analysen (z.B. [201]) aufgezeigten Renormierungsskalenunsicherheiten von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen für Topologievariablen sind bei PETRA-Energien als Folge des größeren zu erwartenden  $\alpha_S$ -Wertes noch stärker ausgeprägt [208–210].

## 6.5 Hadronisierungseffekte

Die vorgestellten Vorhersagen sind gültig auf der Ebene der Quarks und Gluonen vor der Fragmentation in Hadronen (*Partonniveau*). Mit Hilfe von Hadronisierungsmodellen kann aber eine Verknüpfung mit den Messdaten hergestellt werden, indem eine Korrekturvorschrift ermittelt wird, um entweder die Daten auf Partonniveau oder *vice versa* die Theorievorhersage auf Hadronniveau zu transformieren. Da die hier diskutierten Rechnungen auf einem kombinierten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Ansatz beruhen, ist eine Korrektur von Hadronisierungseffekten mit Partonschauermodellen, die im Wesentlichen den gleichen Rechenansatz benutzen, angebracht (Abschnitt 2.3.2). Allerdings ist die Definition des Partonniveaus mit zahlreichen parameter- und modellbedingten Ambiguitäten behaftet, was entsprechende Unsicherheiten im Endergebnis für  $\alpha_S$  mit sich bringt. Daher ist die Verwendung alternativer Modelle und Parametersätze für Konsistenztests und zur Fehlerabschätzung unerlässlich.

Das benutzte Modell sollte möglichst viele Aspekte in hadronischen Endzuständen der  $e^+e^-$ -Vernichtung zufrieden stellend beschreiben. Diese Anforderung wird mit dem PYTHIA-Generator offensichtlich erfüllt (Abschnitte 5.3, 5.7 und Anhang A). Dieser wird im Folgenden zur Standardberechnung der Hadronisierungskorrekturen verwendet. Die Generatoren JETSET 6.3(J), ARIADNE 4.08 und HERWIG 5.9 schneiden beim Vergleich mit den JADE-Daten zwar teilweise nicht so gut ab, können aber im Rahmen der angegebenen experimentellen und statistischen Messunsicherheiten nicht ausgeschlossen werden. Darüber hinaus haben sich ARIADNE und HERWIG in QCD-Studien bei LEP-Energien etabliert, sodass diese hier zumindest als „Gegenprobe“ zur Abschätzung von Hadronisierungseffekten in Betracht gezogen werden.

## 6.6 Anpassung der Rechnungen

### 6.6.1 Methode

Zur Bestimmung der starken Kopplungskonstanten werden die Theorievorhersagen  $\sigma_i^{\text{PT}}(\alpha_S, x_\mu)$  aus Gl. (6.11,6.12,6.13,6.14) jeweils an die normierten differenziellen Messverteilungen  $\sigma_i \equiv \sigma_i^{\text{had,udsc}}$  der Topologievariablen in Bin  $i$  auf Hadronniveau mit der *Methode der kleinsten Quadrate* [12] angepasst. Hierbei wird versucht, das Maß

$$\chi^2 = \sum_{i,j} (\sigma_i - \sigma_i^{\text{TH}}(\alpha_S, x_\mu)) V_{ij}^{-1} (\sigma_j - \sigma_j^{\text{TH}}(\alpha_S, x_\mu)) \quad (6.16)$$

durch Variation des Parameters  $\alpha_S$  und ggf. der Renormierungsskala  $x_\mu$  zu minimieren<sup>3</sup>. Hadronisierungseffekte werden simultan durch eine Transformation von  $\sigma^{\text{PT}}$  auf Hadronniveau  $\sigma^{\text{TH}}$

<sup>3</sup>Hierfür wird das Minimierungspaket MINUIT [216] verwendet.

berücksichtigt.  $V_{ij}$  ist die Kovarianzmatrix<sup>4</sup>, wobei nur statistische Fluktuationen der Messverteilungen bei ihrer Berechnung einfließen. Die in Abschnitt 5.4.3 besprochenen Konsistenztests zur Bestimmung der Hadronniveaueverteilungen implizieren, dass Bin-zu-Bin-Korrelationen aufgrund des Messprozesses und der Detektor Korrektur nicht sehr groß sein können. In diesem Fall sind nur die Hauptdiagonaleinträge mit den statistischen Fehlerquadraten  $V_{ii} = (\delta\sigma_i)^2$  für Bin  $i$  der Verteilung relevant, sodass gilt:

$$\chi^2 = \sum_i \left[ \frac{\sigma_i - \sigma_i^{\text{TH}}(\alpha_S, x_\mu)}{\delta\sigma_i} \right]^2. \quad (6.17)$$

Als Maß für die Güte der Anpassung dient  $\tilde{\chi}^2 \equiv \chi^2/\text{d.o.f.}$  mit d.o.f. als Anzahl freier Parameter.  $\tilde{\chi}^2 \simeq 1$  bedeutet eine im Rahmen der statistischen Fehler verträgliche Theorieerwartung. Der Anpassungsfehler (Fitfehler) wird als die Variation des freien Parameters ( $\alpha_S \pm \Delta\alpha_S^{\text{Fit}}$ ) definiert, mit der eine Änderung  $\tilde{\chi}^2 = \tilde{\chi}_{\text{min}}^2 + 1$  vom Wert  $\tilde{\chi}_{\text{min}}^2$  der Anpassung verbunden ist.

### 6.6.2 Hadronisierungskorrekturen

Für die Korrektur der perturbativen Rechnungen werden simulierte Ereignisse mit u-, d-, s- und c-Flavour verwendet, da der  $b\bar{b}$ -Beitrag aus den Daten bereits herausgerechnet ist. Die als kumulative Wirkungsquerschnitte  $R^{\text{PT}}$  formulierten Vorhersagen werden mit Hilfe von integrierten Generatorverteilungen basierend auf Ereignissen vor ( $R^{\text{par}}$ ) und nach der Fragmentation ( $R^{\text{had}}$ ) binweise auf Hadronniveau  $R^{\text{TH}}$  korrigiert,

$$R^{\text{TH}}(\mathcal{F}) = R^{\text{PT}}(\mathcal{F}) \cdot \frac{R^{\text{had}}(\mathcal{F})}{R^{\text{par}}(\mathcal{F})} = R^{\text{PT}}(\mathcal{F}) \cdot \frac{\int_0^{\mathcal{F}} d\mathcal{F}' \frac{d\hat{\sigma}^{\text{had}}(\mathcal{F}')}{d\mathcal{F}'}}{\int_0^{\mathcal{F}} d\mathcal{F}' \frac{d\hat{\sigma}^{\text{par}}(\mathcal{F}')}{d\mathcal{F}'}} \quad (6.18)$$

$$\equiv R^{\text{PT}}(\mathcal{F}) \cdot C(\mathcal{F}), \quad (6.19)$$

und für den Vergleich mit den Messverteilungen differenziert:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma(\mathcal{F})}{d\mathcal{F}} = \frac{dR^{\text{PT}}(\mathcal{F})}{d\mathcal{F}} \cdot C(\mathcal{F}) + \frac{dC(\mathcal{F})}{d\mathcal{F}} \cdot R^{\text{PT}}(\mathcal{F}). \quad (6.20)$$

Bei der diskreten Evaluierung von (6.20) mit Bins endlicher Breite werden Binmigrationen teilweise implizit berücksichtigt.

Aufgrund der erwarteten großen Hadronisierungskorrekturen in dem hier untersuchten Energiebereich stellt sich die Frage, ob Migrationseffekte durch die binweise Korrekturmethode ausreichend berücksichtigt sind. Probeweise werden hierzu —anstatt die Theorievorhersagen zu falten— die Messverteilungen binweise auf Partonniveau analog Gl. (5.12) mit Hilfe generierter PYTHIA-Verteilungen korrigiert. Entsprechend wird eine Hadronisierungsmatrix mit Wahrscheinlichkeiten  $P_{ij}$  berechnet, dass ein Ereignis in Bin  $j$  auf Hadronniveau aus Bin  $i$  des Partonniveaus stammt, und mit dieser eine Korrektur analog Gl. (5.13) durchgeführt.

Die Ergebnisse beider Entfaltungsmethoden sind zusammen mit den Korrekturfaktoren und den verwendeten Hadronisierungsmatrizen in Abb. 6.1 und 6.2 für alle Observablen bei  $\sqrt{s} = 14$  und

<sup>4</sup>Die Definition lautet  $V_{ij} = E[(\sigma_i - E(\sigma_i))(\sigma_j - E(\sigma_j))]$ . Die Erwartungswerte  $E$  können z.B. durch häufiges Wiederholen der Messung mit disjunkten Datensätzen vergleichbarer Größe aus der Streuung der Messwerte bestimmt werden.

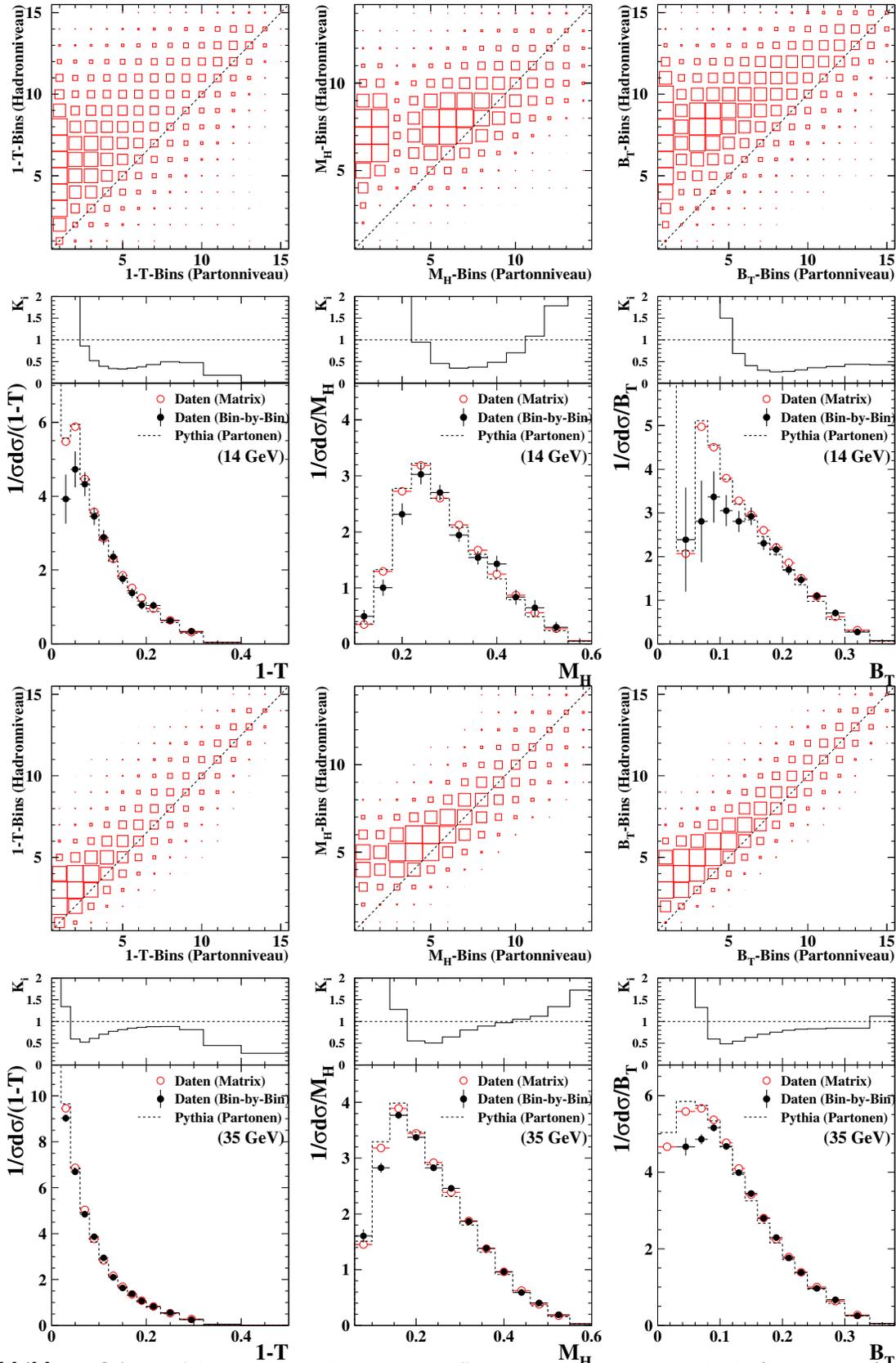


Abbildung 6.1: Entfaltung von Hadronisierungseffekten mit der Matrixmethode (leere Kreise) und der binweisen Methode (volle Kreise) für  $1 - T$ ,  $M_H$  und  $B_T$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV (oben) und 35 GeV (unten). Dargestellt sind Hadronisierungsmatrizen und binweise Korrekturfaktoren  $K_i = \sigma_i^{\text{par}} / \sigma_i^{\text{had}}$ . Die Resultate der Matrixmethode sind wegen der Korrelationen ohne Fehler angegeben.

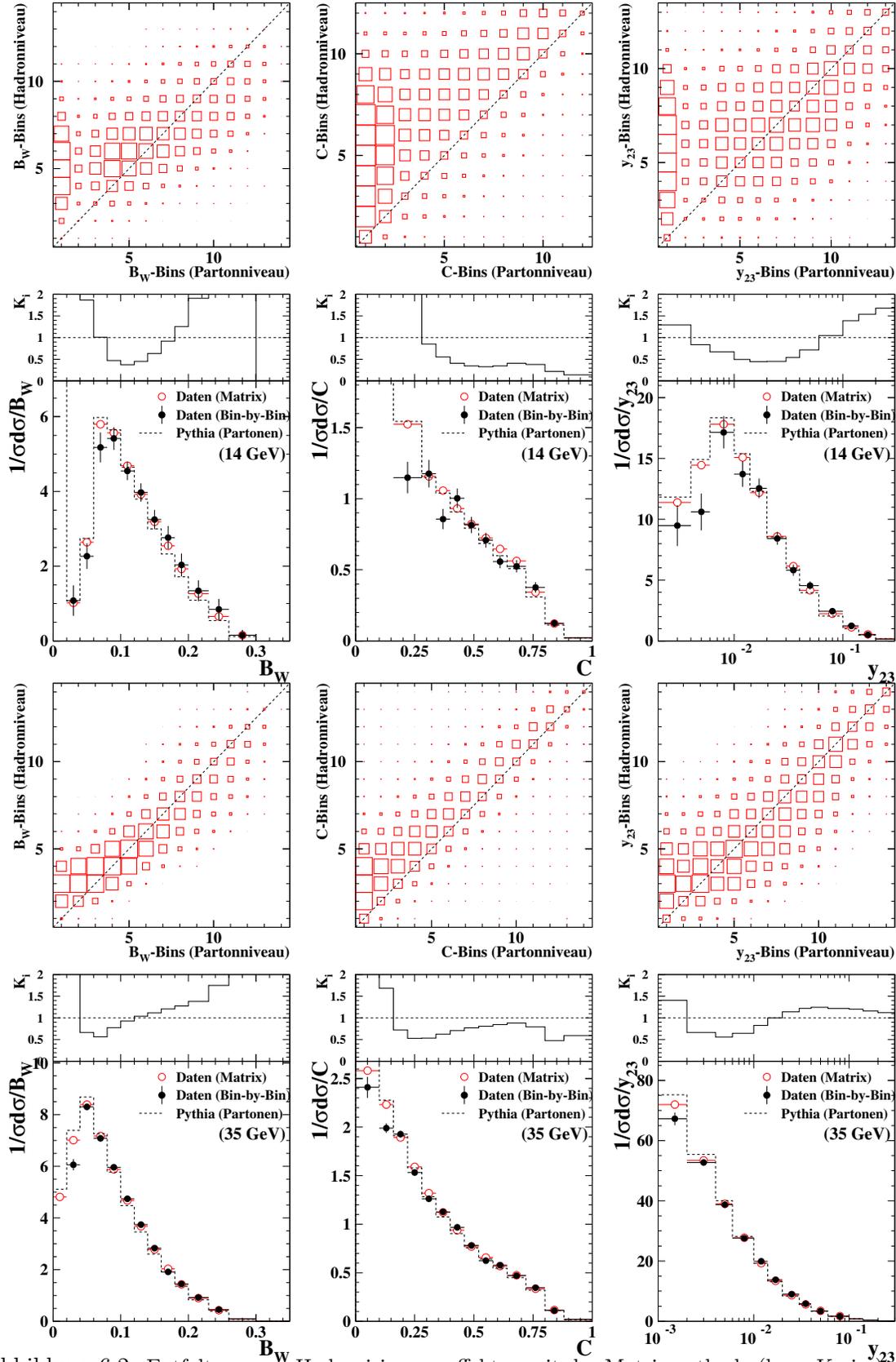


Abbildung 6.2: Entfaltung von Hadronisierungseffekten mit der Matrixmethode (leere Kreise) und der binweisen Methode (volle Kreise) für  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV (oben) und 35 GeV (unten). Dargestellt sind Hadronisierungsmatrizen und binweisen Korrekturfaktoren  $K_i = \hat{\sigma}_i^{\text{par}} / \hat{\sigma}_i^{\text{had}}$ . Die Resultate der Matrixmethode sind wegen der Korrelationen ohne Fehler angegeben.

35 GeV dargestellt, für die Matrixmethode wegen der Korrelationen ohne Angabe statistischer Fehler. Bei  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}$  sind größere Binmigrationen zu verzeichnen, welche mit Korrekturen von teilweise über 50% einhergehen. Mit wachsenden Schwerpunktsenergien nehmen diese drastisch ab. Die Fragmentation von Ereignissen mit primären c-Hadronen führt —bedingt durch Masseneffekte— zu auffälligen Migrationen in den 2-Jet-Regionen der Partonkonfigurationen, sodass eine deutlich erkennbare charakteristische Lücke in den Einträgen der Hadronisierungsmatrizen entsteht (besonders ausgeprägt bei  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}$  für  $M_H$  (Abb. 6.1) sowie  $B_W$  und  $y_{23}$  (Abb. 6.2)). Insgesamt ist festzustellen, dass in Bereichen flacher Hadronisierungskorrekturen die Partonniveaueverteilungen innerhalb der statistischen Unsicherheiten gut miteinander übereinstimmen, während anderswo größere Diskrepanzen auftreten können.

Bedingt durch statistische Fluktuationen in den Generatorverteilungen verletzt die binweise Korrektur der differenziellen Verteilungen im Falle großer Korrekturen zuweilen die ursprüngliche Normierung. Im Gegensatz dazu ist die Korrektur der kumulativen Wirkungsquerschnitte (6.18) auf Hadronniveau per Konstruktion normerhaltend. Ebenfalls wird beobachtet, dass Gl. (6.18) Migrationseffekte besser beschreibt.

### 6.6.3 Bestimmung der Anpassungsbereiche

Für jede Observable wird eine größtmögliche Abdeckung des gesamten kinematischen Bereichs der Verteilung angestrebt. Die Wahl der Anpassungsbereiche richtet sich nach den folgenden Gesichtspunkten:

1. Die Hadronisierungskorrekturen sollen innerhalb des Anpassungsbereichs möglichst flach sein, d.h. sie dürfen sich nicht allzu stark von Bin zu Bin ändern.
2. Bereiche, in denen Diskrepanzen zwischen der binweisen und der Matrixentfaltung beobachtet werden, sollen vermieden werden. Diese Anforderung wird in der Regel bereits durch Punkt 1 abgedeckt.
3. Die modell- und parameterbedingten Unsicherheiten bei der Abschätzung von Hadronisierungseffekten (Abschnitt 6.8.3) dürfen nicht mehr als einen Faktor 0.5...2.0 der Standardkorrektur ausmachen.
4. Das  $\chi^2$  für ein Bin am Rand des Anpassungsbereichs darf nicht dominant zum gesamten  $\chi^2$  der Anpassung beitragen.
5. Schwankungen des Ergebnisses für  $\alpha_S$  bei Variation der unteren oder oberen Grenze des Anpassungsbereichs müssen im Rahmen der statistischen Fluktuationen bleiben.

Die Anforderung 1 setzt harte untere Grenzen im 2-Jet-Bereich der Verteilungen. Zuweilen ist es bei  $\sqrt{s} = 14$  und 22 GeV nicht immer möglich, Bedingung 3 zu genügen, weil sonst die Sensitivität der Anpassung zu gering ist. Die schlussendlich gewählten Anpassungsbereiche sind aus den Tab. 6.5-6.10 ersichtlich.

### 6.6.4 Standardanpassung

Zur  $\alpha_S$ -Messung wird das  $\ln(R)$ -Matching Gl. (6.11) mit  $x_\mu = 1$  verwendet. Das Schema ist in theoretischer Hinsicht bevorzugt [36], weil es auf natürliche Weise den subdominanten Beitrag

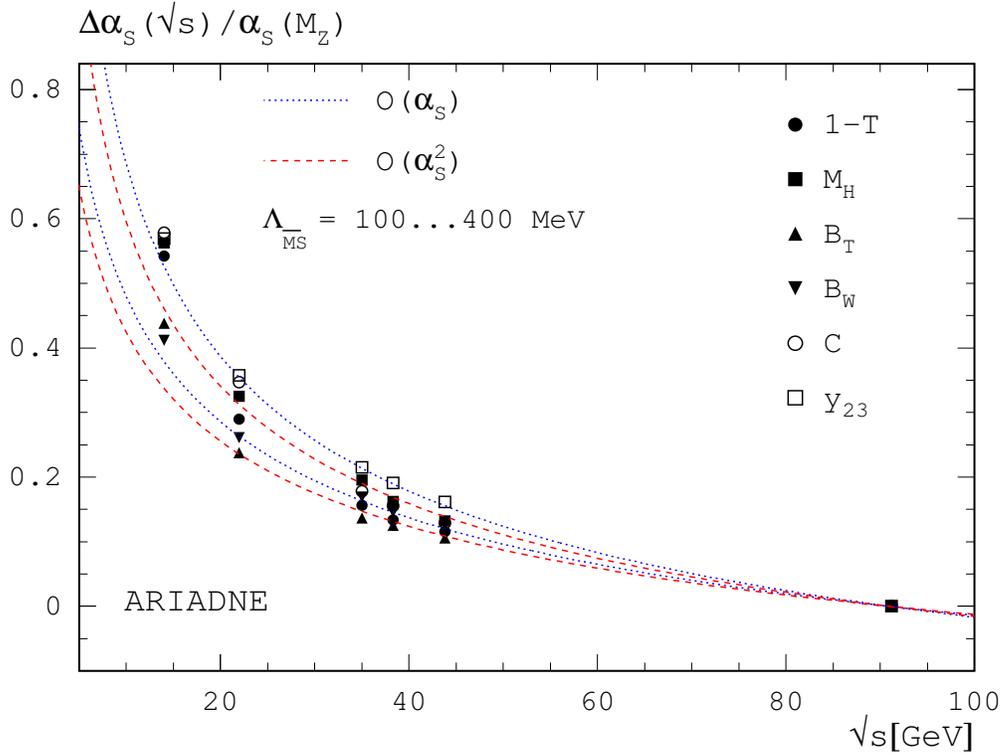


Abbildung 6.3: Extraktion des Laufens von  $\alpha_S$  aus dem ARIADNE-Modell mit Hilfe von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen für topologische Observablen (Symbole) und PYTHIA als Hadronisierungsmodell. Dargestellt ist die relative Änderung von  $\alpha_S(\sqrt{s})$  im Energiebereich  $\sqrt{s} = 14$ -91 GeV im Vergleich mit der analytischen Vorhersage für  $\alpha_S(\sqrt{s})$  in  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  (gepunktete Linien) und  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  (gestrichelte Linien).

$G_{21}\hat{\alpha}_S^2 L$  berücksichtigt. Ferner dient es in diversen LEP-Studien (z.B. [17,203,217]) aufgrund der guten Beschreibbarkeit der Daten als Referenz für  $\alpha_S$ -Messungen, sodass sich seine Benutzung im Hinblick auf Vergleichbarkeit der Ergebnisse empfiehlt. Nichtperturbative Effekte werden mit dem PYTHIA-Generator und seinen Parametereinstellungen aus Tab. 2.2 abgeschätzt.

### 6.6.5 Test der Methode

Um die Zuverlässigkeit der Messprozedur zu testen, werden die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen an die mit ARIADNE simulierten Verteilungen der Topologievariablen angepasst, mit PYTHIA als Fragmentationsmodell zur Korrektur auf nichtperturbative Effekte. Ziel ist es, die im Modell implementierte Energieevolution von  $\alpha_S$  zu reproduzieren. In Abb. 6.3 ist das Ergebnis als relative Änderung  $[\alpha_S(\sqrt{s}) - \alpha_S(M_{Z^0})]/\alpha_S(M_{Z^0})$  der starken Kopplungskonstanten im Energiebereich zwischen  $\sqrt{s} = 14$  und 91 GeV dargestellt und der analytischen Erwartung Gl. (2.17) in  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  und  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  gegenübergestellt. Es ist zu beachten, dass es hier nicht auf den numerischen Wert der Kopplungskonstanten ankommt, da der Modellparameter  $\Lambda_{\text{QCD}}$  nicht direkt mit  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$  verglichen werden kann. In der Tat gelingt es, eine im Rahmen der QCD-Erwartung liegende Energieentwicklung von  $\alpha_S$  zu extrahieren. Die in Abb. 6.3 zu beobachtenden Streuungen zwischen den Variablen könnten teilweise durch die Unvollständigkeit der störungstheoretischen Rechnungen bedingt sein.

## 6.7 Resultate

Die Datenverteilungen und die angepassten Theoriekurven sind in Abb. 6.4-6.9 für alle Observablen bei  $\sqrt{s} = 14, 22, 35$  und  $44$  GeV gezeigt. Die Vorhersagen des  $\ln(R)$ -Matchings sind durch die durchgezogenen Linien dargestellt. Zum Vergleich ist die Erwartung des naiven  $R$ -Matchings und der reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersage mit  $x_\mu = 1$  und optimiertem  $x_\mu$  durch unterschiedlich gestrichelte Linien repräsentiert. Die Pfeile markieren die jeweiligen Anpassungsbereiche. Auf der rechten Spalte der Abbildungen ist für jeden Energiepunkt das binweise Verhältnis der Theorieverteilungen vor und nach der Hadronisierungssimulation durch die durchgezogenen Linien wiedergegeben (jeweils oberes Teilbild) sowie die Änderungen der mit dem  $\ln(R)$ -Schema gewonnenen Ergebnisse für  $\alpha_S$  (volle Symbole) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (leere Symbole) bei Variation der unteren bzw. oberen Grenze des Anpassungsintervalls (jeweils unteres Teilbild).

### 6.7.1 Güte der Theoriekurven

Allgemein ist bei allen Vernichtungsenergien  $\sqrt{s}$  eine gute Übereinstimmung der theoretischen Rechnungen mit den Daten festzustellen. Dies trifft nicht nur für die eigentlichen Anpassungsbereiche, sondern auch für die extrapolierten Teile der Vorhersagen zu. Die Werte für  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  bewegen sich typischerweise zwischen etwa 0.2 und 2.0. Die untere Anpassungsgrenze kann häufig bis zur Maximumposition der Verteilung gelegt werden, ohne die Kriterien aus Abschnitt 6.6.3 zu verletzen. Bei den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen konnte der Messbereich in vielen Fällen weiter in Richtung kleinerer Observablenwerte ausgedehnt werden als bei den reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen. Vereinzelt musste bei Verwendung der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen mit  $x_\mu$  als freiem Parameter der Anpassungsbereich gegenüber dem Fall mit  $x_\mu = 1$  um wenige Bins vergrößert werden, um Konvergenz der Messung zu gewährleisten. In der Mehrzahl der Fälle sind die  $\alpha_S$ -Werte stabil, d.h. etwaige Änderungen sind in der Größenordnung der Anpassungsfehler.

In Abb. 6.10 findet sich eine Gegenüberstellung der  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werte aus  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen und reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen für die wichtigsten Energiepunkte. Zum besseren Vergleich wurden die Anpassungsgrenzen für alle vier Matchingschemata gleich gewählt. Eine experimentelle Präferenz für das  $\ln(R)$ -, das modifizierte  $\ln(R)$ - oder das modifizierte  $R$ -Matching ist nicht gegeben, sodass die theoretisch motivierte Wahl des  $\ln(R)$ -Matchings zu vertreten ist. Vergleiche bei  $\sqrt{s} = 35$  GeV, dem Energiepunkt mit der größten Datenstatistik, ergeben, dass das  $R$ -Matching deutlich schlechter zu den Daten passt als die anderen Rechnungen. Dies war aufgrund der in Abschnitt 6.3 diskutierten theoretischen Mängel dieses Schemas zu erwarten.

Die Vorhersage des  $\ln(R)$ -Schemas für  $B_W$  weist insbesondere bei  $\sqrt{s} = 35$  GeV einen signifikanten Exzess im 3-Jet-Bereich großer Observablenwerte der Verteilung auf, verbunden mit einem zu flachen Abfallen des Wirkungsquerschnitts bei steigenden Werten für  $B_W$  (Abb. 6.7). Dieses macht eine starke Restriktion des Anpassungsbereichs erforderlich, um den Kriterien in Abschnitt 6.6.3 zu genügen. Die Diskrepanz wird auch in  $\alpha_S$ -Studien mit LEP-Daten beobachtet (z.B. [17]). Sie fällt beim  $R$ -Matching noch größer aus, wohingegen die modifizierten Versionen des  $R$ - und des  $\ln(R)$ -Matchings für diese Variable als Folge der zusätzlichen kinematischen Zwangsbedingungen für  $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}_{\text{max}}$  eine etwas bessere Beschreibung leisten.

Auch die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen sind im Allgemeinen in guter Übereinstimmung mit den Datenverteilungen. Simultane Anpassungen mit  $\alpha_S$  und  $x_\mu$  als freie Parameter führen gegenüber Anpassungen mit fixierter Renormierungsskala in der Regel zu einer verbesserten Beschreibung der Daten insbesondere bei  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV (siehe z.B.  $M_H$  und  $B_W$ ). Vereinzelt werden etwas

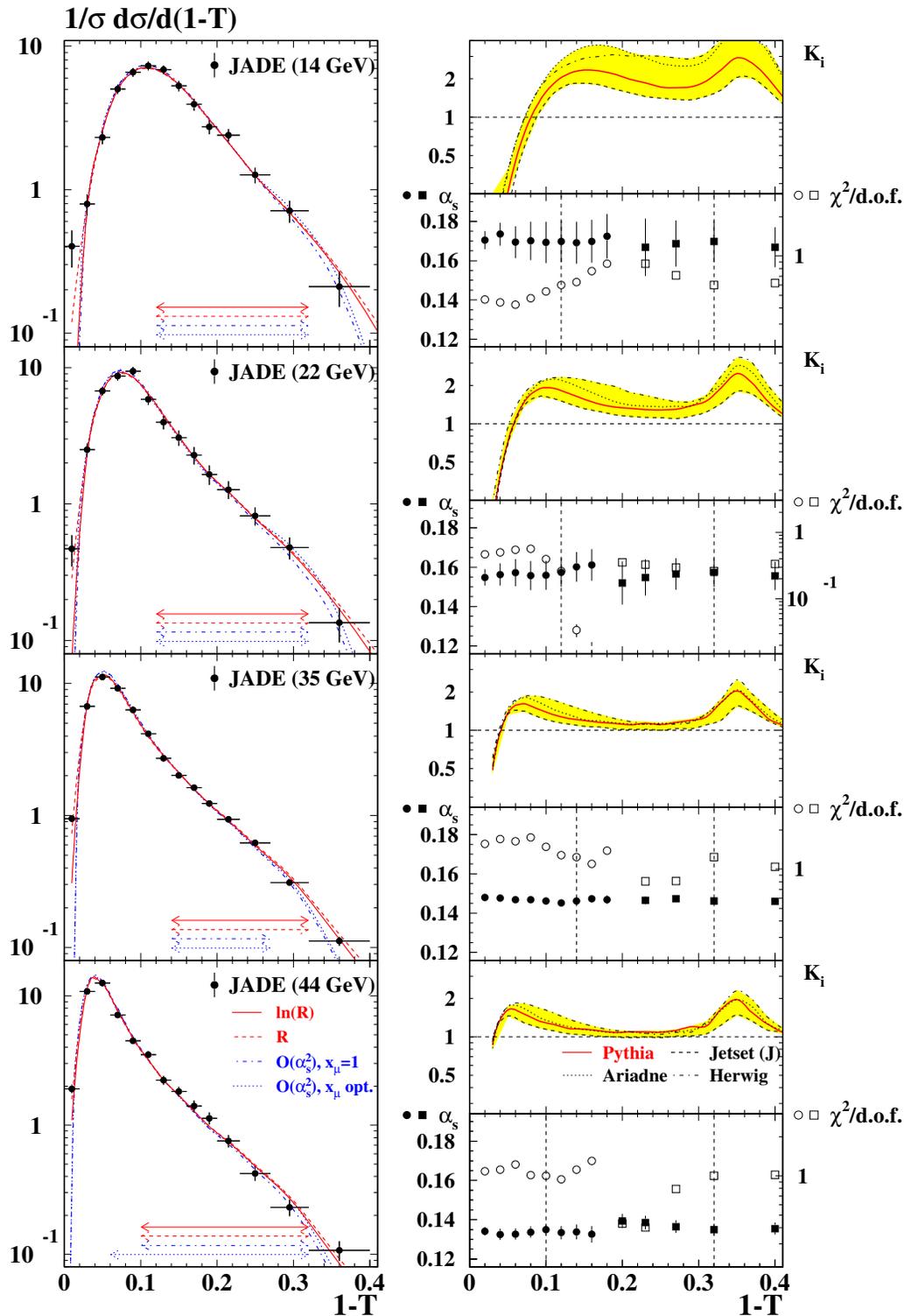


Abbildung 6.4: Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaueverteilungen von  $1 - T$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV (linke Spalte). Die Fehlerbalken bezeichnen statistische Unsicherheiten. Die Fitbereiche sind durch Pfeile markiert. Für jedes Bin  $i$  ist das Verhältnis  $K_i = \sigma_i^{\text{TH}}/\sigma_i^{\text{PT}}$  der differentiellen Vorhersagen inklusive (TH) und exklusive Hadronisierungseffekte (PT) für mehrere QCD-Monte-Carlo-Modelle wiedergegeben (rechte Spalte, jeweils oberes Teilbild). Die schattierten Bänder deuten die totalen Hadronisierungsunsicherheiten an. Ferner ist die Änderung der mit dem  $\ln(R)$ -Schema gewonnenen Ergebnisse für  $\alpha_s$  (volle Symbole) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (offene Symbole) bei Variation der unteren bzw. oberen Fitgrenze dargestellt (rechte Spalte, jeweils unteres Teilbild).

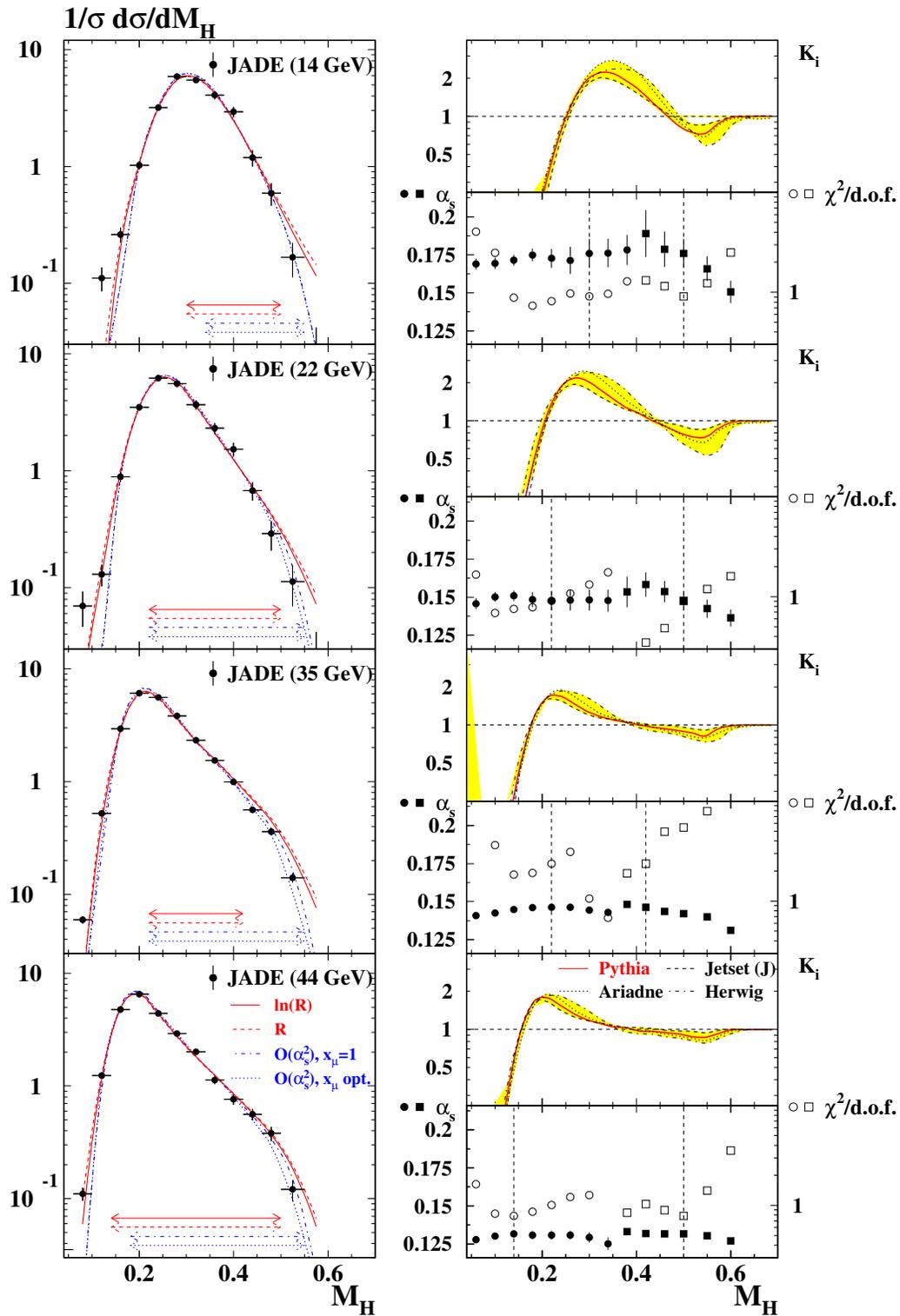


Abbildung 6.5: Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaueverteilungen von  $M_H$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}, 22\text{ GeV}, 35\text{ GeV}$  ('86) und  $44\text{ GeV}$  (linke Spalte). Die Fehlerbalken bezeichnen statistische Unsicherheiten. Die Fitbereiche sind durch Pfeile markiert. Für jedes Bin  $i$  ist das Verhältnis  $K_i = \sigma_i^{\text{TH}}/\sigma_i^{\text{PT}}$  der differentiellen Vorhersagen inklusive (TH) und exklusive Hadronisierungseffekte (PT) für mehrere QCD-Monte-Carlo-Modelle wiedergegeben (rechte Spalte, jeweils oberes Teilbild). Die schattierten Bänder deuten die totalen Hadronisierungsunsicherheiten an. Ferner ist die Änderung der mit dem  $\ln(R)$ -Schema gewonnenen Ergebnisse für  $\alpha_S$  (volle Symbole) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (offene Symbole) bei Variation der unteren bzw. oberen Fitgrenze dargestellt (rechte Spalte, jeweils unteres Teilbild).

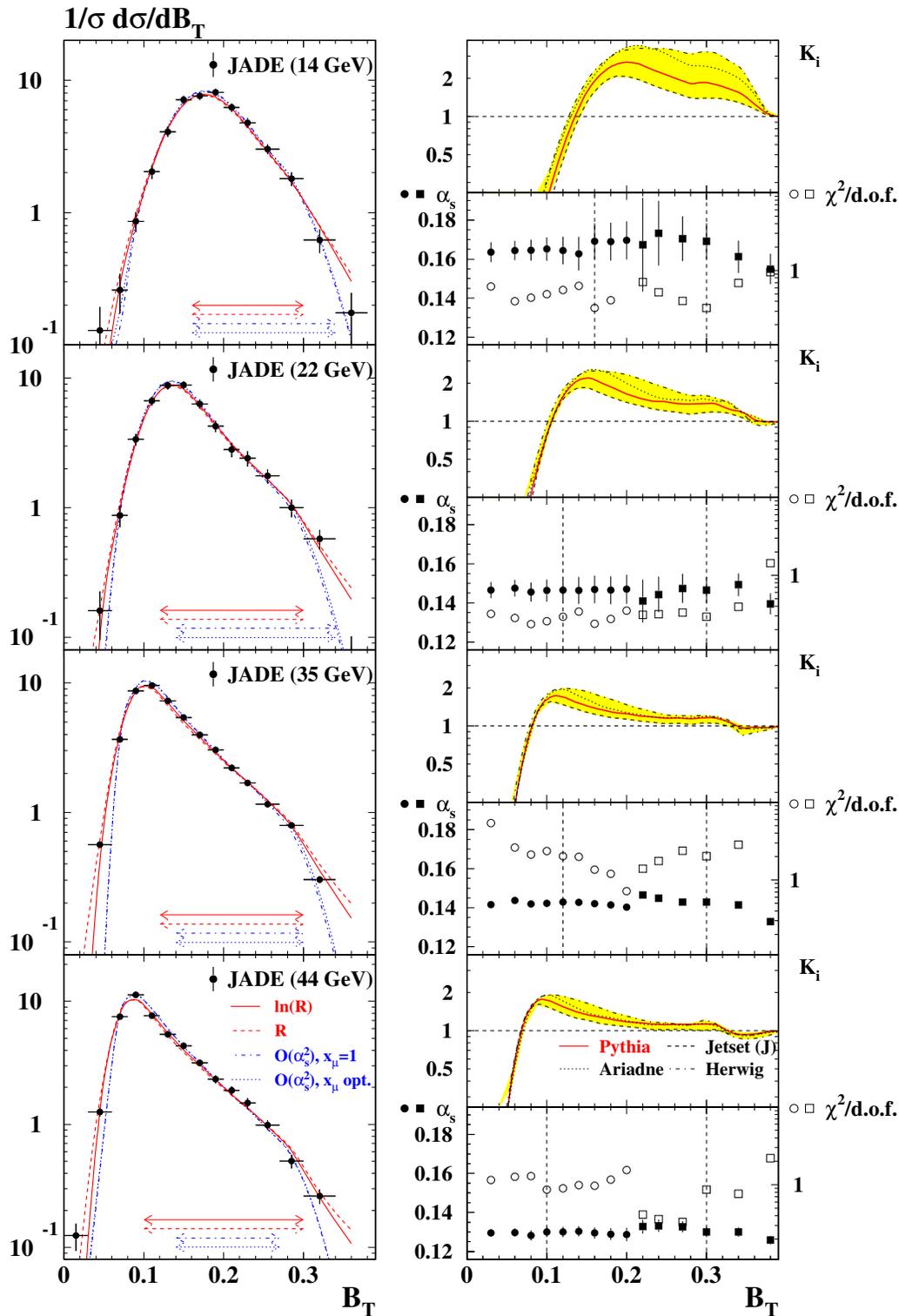


Abbildung 6.6: Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaueverteilungen von  $B_T$  bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ ,  $22 \text{ GeV}$ ,  $35 \text{ GeV}$  ('86) und  $44 \text{ GeV}$  (linke Spalte). Die Fehlerbalken bezeichnen statistische Unsicherheiten. Die Fitbereiche sind durch Pfeile markiert. Für jedes Bin  $i$  ist das Verhältnis  $K_i = \sigma_i^{\text{TH}}/\sigma_i^{\text{PT}}$  der differentiellen Vorhersagen inklusive (TH) und exklusive Hadronisierungseffekte (PT) für mehrere QCD-Monte-Carlo-Modelle wiedergegeben (rechte Spalte, jeweils oberes Teilbild). Die schattierten Bänder deuten die totalen Hadronisierungsunsicherheiten an. Ferner ist die Änderung der mit dem  $\ln(R)$ -Schema gewonnenen Ergebnisse für  $\alpha_s$  (volle Symbole) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (offene Symbole) bei Variation der unteren bzw. oberen Fitgrenze dargestellt (rechte Spalte, jeweils unteres Teilbild).

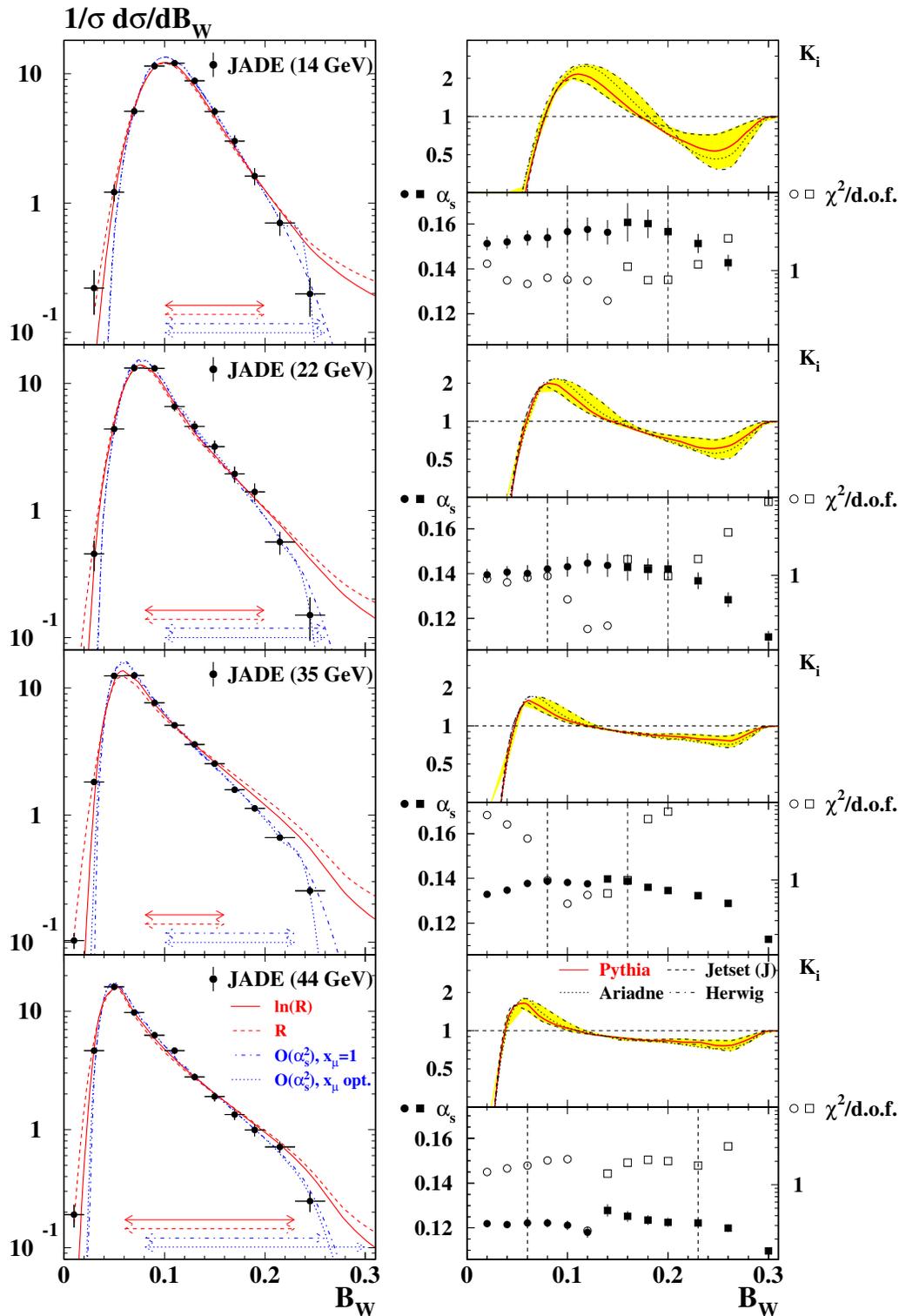


Abbildung 6.7: Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaueverteilungen von  $B_W$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}$ ,  $22\text{ GeV}$ ,  $35\text{ GeV}$  ('86) und  $44\text{ GeV}$  (linke Spalte). Die Fehlerbalken bezeichnen statistische Unsicherheiten. Die Fitbereiche sind durch Pfeile markiert. Für jedes Bin  $i$  ist das Verhältnis  $K_i = \sigma_i^{\text{TH}}/\sigma_i^{\text{PT}}$  der differentiellen Vorhersagen inklusive (TH) und exklusive Hadronisierungseffekte (PT) für mehrere QCD-Monte-Carlo-Modelle wiedergegeben (rechte Spalte, jeweils oberes Teilbild). Die schattierten Bänder deuten die totalen Hadronisierungsunsicherheiten an. Ferner ist die Änderung der mit dem  $\ln(R)$ -Schema gewonnenen Ergebnisse für  $\alpha_S$  (volle Symbole) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (offene Symbole) bei Variation der unteren bzw. oberen Fitgrenze dargestellt (rechte Spalte, jeweils unteres Teilbild).

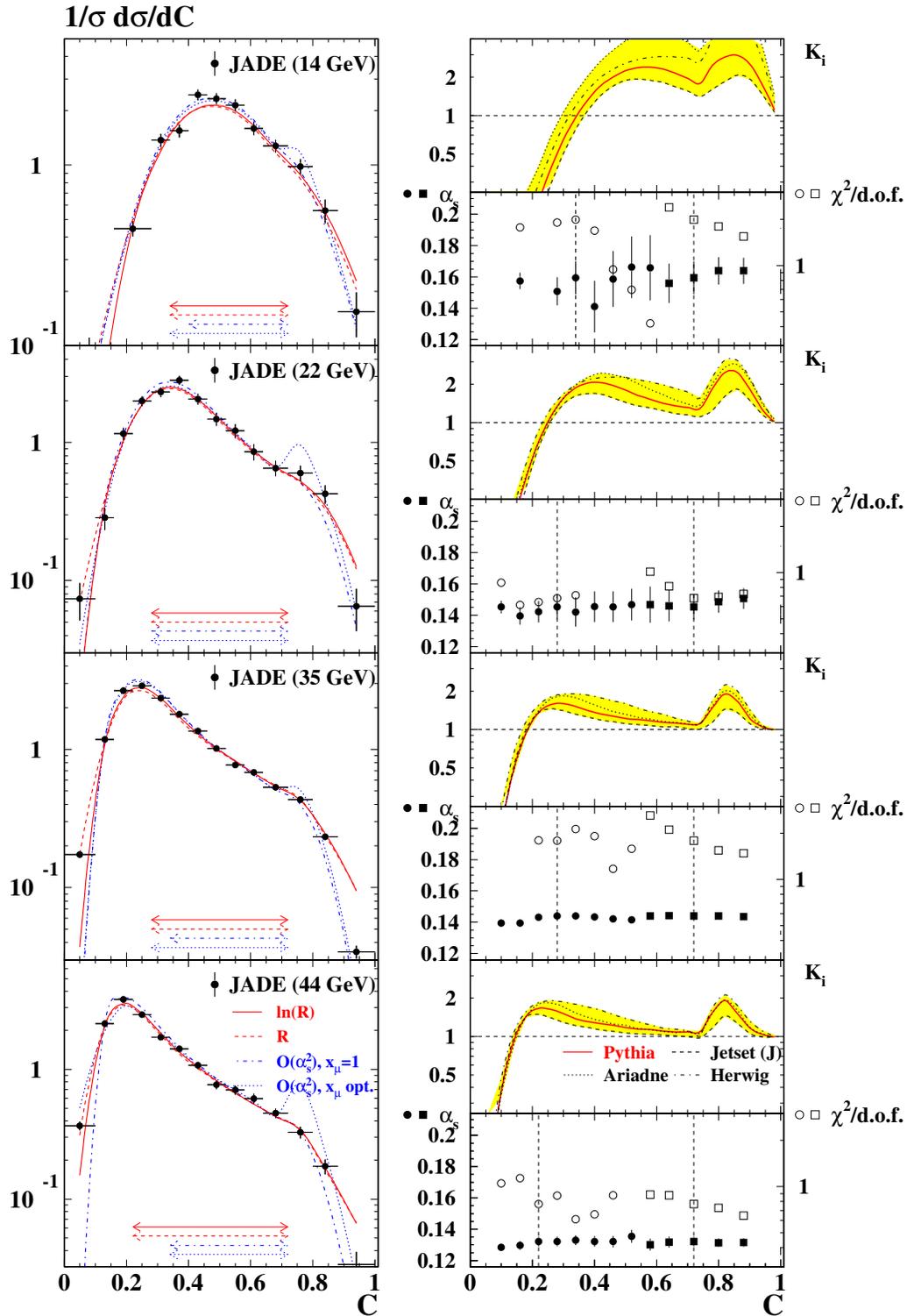


Abbildung 6.8: Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaueverteilungen von  $C$  bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ ,  $22 \text{ GeV}$ ,  $35 \text{ GeV}$  ('86) und  $44 \text{ GeV}$  (linke Spalte). Die Fehlerbalken bezeichnen statistische Unsicherheiten. Die Fitbereiche sind durch Pfeile markiert. Für jedes Bin  $i$  ist das Verhältnis  $K_i = \sigma_i^{\text{TH}}/\sigma_i^{\text{PT}}$  der differentiellen Vorhersagen inklusive (TH) und exklusive Hadronisierungseffekte (PT) für mehrere QCD-Monte-Carlo-Modelle wiedergegeben (rechte Spalte, jeweils oberes Teilbild). Die schattierten Bänder deuten die totalen Hadronisierungsunsicherheiten an. Ferner ist die Änderung der mit dem  $\ln(R)$ -Schema gewonnenen Ergebnisse für  $\alpha_s$  (volle Symbole) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (offene Symbole) bei Variation der unteren bzw. oberen Fitgrenze dargestellt (rechte Spalte, jeweils unteres Teilbild).

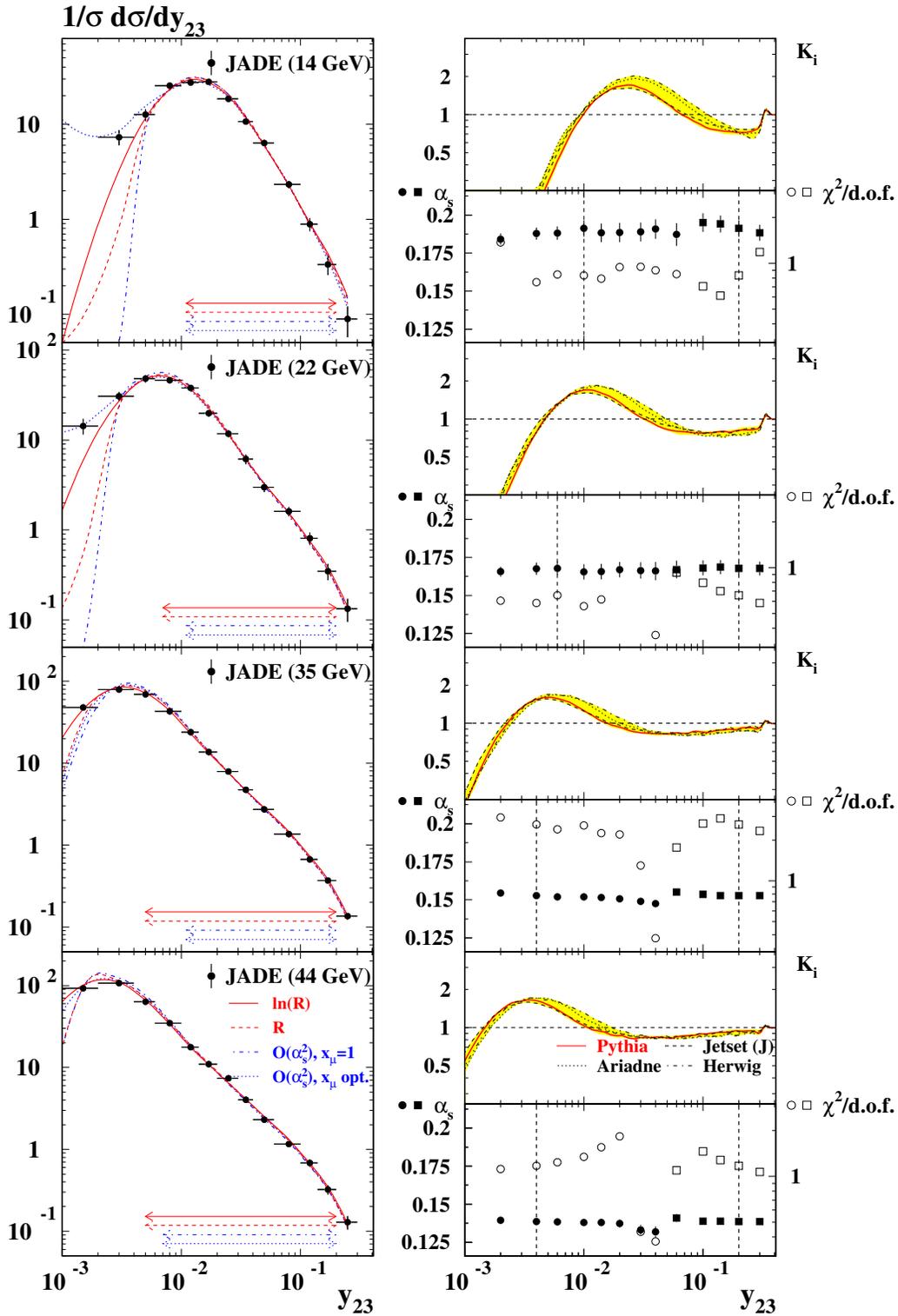


Abbildung 6.9: Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaueverteilungen von  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}$ ,  $22\text{ GeV}$ ,  $35\text{ GeV}$  ('86) und  $44\text{ GeV}$  (linke Spalte). Die Fehlerbalken bezeichnen statistische Unsicherheiten. Die Fitbereiche sind durch Pfeile markiert. Für jedes Bin  $i$  ist das Verhältnis  $K_i = \sigma_i^{\text{TH}}/\sigma_i^{\text{PT}}$  der differentiellen Vorhersagen inklusive (TH) und exklusive Hadronisierungseffekte (PT) für mehrere QCD-Monte-Carlo-Modelle wiedergegeben (rechte Spalte, jeweils oberes Teilbild). Die schattierten Bänder deuten die totalen Hadronisierungsunsicherheiten an. Ferner ist die Änderung der mit dem  $\ln(R)$ -Schema gewonnenen Ergebnisse für  $\alpha_S$  (volle Symbole) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (offene Symbole) bei Variation der unteren bzw. oberen Fitgrenze dargestellt (rechte Spalte, jeweils unteres Teilbild).

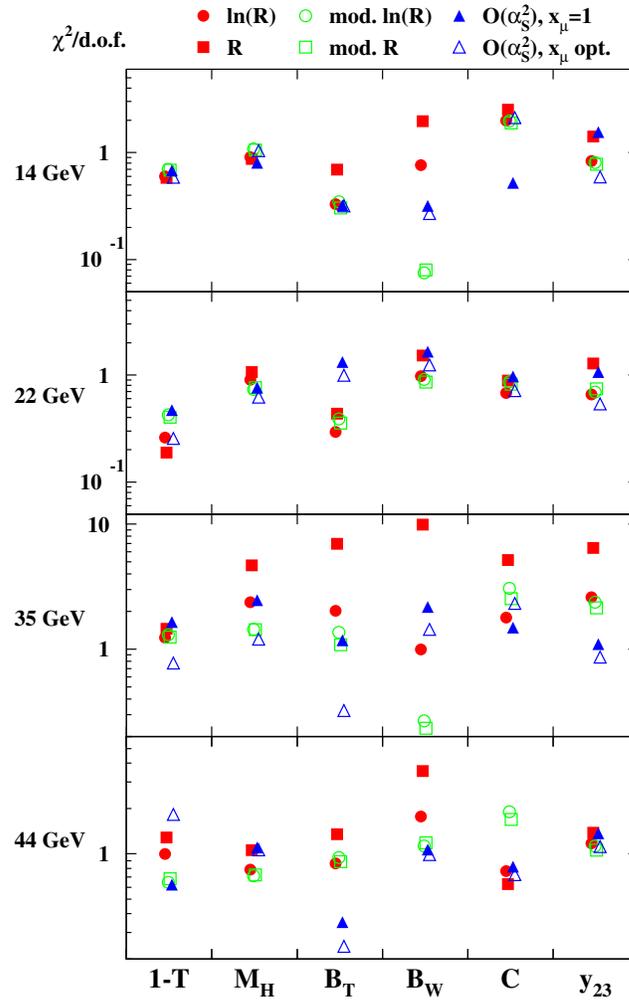


Abbildung 6.10:  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  der Anpassungen bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ ,  $22 \text{ GeV}$ ,  $35 \text{ GeV}$  ('86) und  $44 \text{ GeV}$  für die vier Matchingschemata und die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen mit  $x_\mu = 1$  und optimiertem  $x_\mu$ .

schlechtere  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  erzielt, weil der Anpassungsbereich vergrößert werden musste (siehe z.B.  $1 - T$  bei  $44 \text{ GeV}$ , Abb. 6.10). Es ist anzumerken, dass die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen für den  $C$ -Parameter bei  $C = 0.75$  eine Polstelle im differentiellen Wirkungsquerschnitt besitzt, welche die Phasenraumgrenze für eine Drei-Partonkonfiguration widerspiegelt. Dadurch ist eine obere Grenze für den Messbereich für diese Variable gesetzt (Abb. 6.8). Die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen schneiden meist besser ab als die Vorhersagen des  $R$ -Matchings (Abb. 6.10) und weisen ferner keine der oben genannten Defizite bei der Reproduktion der  $B_W$ -Verteilungen auf. Gemessen am  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  ist keine durchgängig überzeugende Bevorzugung oder Benachteiligung gegenüber den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen festzustellen.

Die in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  für  $\mathcal{F} \rightarrow 0$  präsente Divergenz auf Partonniveau wird durch die Faltung mit Hadronisierungskorrekturen  $\hat{\sigma}^{\text{had}}/\hat{\sigma}^{\text{par}} \xrightarrow{(\mathcal{F} \rightarrow 0)} 0$  in der Darstellung der Theoriekurven teilweise unterdrückt. In einigen Fällen ist im Bereich der Maximumsposition der Verteilung weiterhin ein Exzess der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Kurve über den Daten erkennbar, während die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersage dort besser passt. Angesichts der Datenstatistik ist die Abweichung der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnung aber meistens nicht signifikant. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass die für  $\mathcal{F} \rightarrow 0$  extrapolierte

Theorievorhersage in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)+\text{NLLA}$  besser mit den Daten übereinstimmt als in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ . Im letzteren Fall wird auch hier mit  $x_\mu$  als freiem Parameter der Anpassung vereinzelt eine Verbesserung erzielt (z.B. Abb. 6.9). Es ist zu beachten, dass als Folge der Hadronisierung das Maximum der Hadronniveaueverteilung für eine Variable bei PETRA-Energien wesentlich stärker als bei LEP von der Maximumsposition auf Partonniveau, also dem von 2-Parton-Konfigurationen mit multipler Emission von weichen und kollinearen Gluonen dominierten kinematischen Bereich, abweicht. Die in Abb. 6.4-6.9 dargestellten Anpassungsbereiche reichen damit —anders als bei entsprechenden LEP-Messungen— kaum in die für  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Anwendungen störungstheoretisch kritischen Bereiche hinein, sodass die mit Fragmentation gefaltete  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersage auch in der Maximumsregion der Datenverteilungen mit  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)+\text{NLLA}$ -Rechnungen konkurrieren kann.

### 6.7.2 Hadronisierungskorrekturen

Ein Blick auf das Verhältnis der angepassten theoretischen Vorhersagen nach und vor der Hadronisierung (Abb. 6.4-6.9) verrät, dass beim Übergang von  $\sqrt{s} = 35\text{ GeV}$  zu  $22\text{ GeV}$  nicht-perturbative Effekte überproportional anwachsen. Bei  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}$  werden Korrekturen von teilweise 50-100% beobachtet. Die Korrektur ist für gewöhnlich nahe der Maximumsposition der Verteilung am größten und nimmt in der abfallenden Flanke bei steigenden Variablenwerten einen relativ flachen Verlauf an. Hadronisierungseffekte sind für die differenzielle 2-Jet-Rate  $y_{23}$  deutlich moderater als bei den anderen Observablen.

### 6.7.3 $\alpha_S$ -Werte

Die numerischen Werte für  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu)$  aus Anpassungen der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen mit  $x_\mu = 1$  und  $x_\mu$  als freiem Parameter sind in Tab.6.4 zusammengetragen. Die Ergebnisse für  $x_\mu = x_\mu^{\text{opt}}$  wurden hierbei auf die Skala  $\mu = \sqrt{s}$  zurücktransformiert. Eine komplette Auflistung der  $\alpha_S$ -Ergebnisse aus  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)+\text{NLLA}$ -Rechnungen findet sich zusammen mit den systematischen Fehlern der Messungen in Tab. 6.5-6.10, Abschnitt 6.8. Abb. 6.11 gibt eine nach Observablen sortierte grafische Übersicht der Ergebnisse für alle betrachteten Schwerpunktsenergien.

#### $\mathcal{O}(\alpha_S^2)+\text{NLLA}$

Die Ergebnisse für  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$  und  $C$  sind bei allen Energiepunkten im Rahmen der Anpassungsfehler kompatibel. Dagegen fallen  $\alpha_S$ -Werte für  $B_W$  stets systematisch niedriger und die für  $y_{23}$  systematisch höher aus<sup>5</sup>. Bei allen Schwerpunktsenergien wiederholt sich in etwa das Streumuster der Einzelresultate (siehe Abb. 6.14), was auf systematische Effekte aufgrund unvollständig gerechneter Beiträge ab  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$  in den theoretischen Vorhersagen schließen lässt. Offensichtlich werden diese Effekte bei höheren Energien immer weniger bedeutsam.

Die systematischen Abweichungen der  $B_W$ -Resultate gehen wahrscheinlich auf den in Abschnitt 6.7.1 beschriebenen Exzess der resummierten Rechnung in der 3-Jet-Region zurück, da die Anpassung versucht, die Diskrepanz in diesem Bereich mit kleineren Werten für  $\alpha_S$  entsprechend einem steileren Verlauf der Theoriekurve zu kompensieren. Diese Beobachtung ist in Übereinstimmung mit den Ergebnissen bei LEP (z.B [17, 217]). Durch Verwendung des modifizierten  $\ln(R)$ -Matchings wird dieser Effekt reduziert.

<sup>5</sup>Die Einbindung der aktuellen Korrekturen in die resummierte Vorhersage für  $y_{23}$  lässt eine Reduzierung des  $\alpha_S$ -Ergebnisses um 3% [218] erwarten. Siehe Fußnote S. 86.

$\sqrt{s}$ [GeV]		$1 - T$	$M_H$	$B_T$	$B_W$	$C$	$y_{23}$
14.0	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = 1)$	$0.2111 \pm 0.0171$	$0.2311 \pm 0.0162$	$0.2242 \pm 0.0153$	$0.2063 \pm 0.0077$	$0.1876 \pm 0.0247$	$0.2085 \pm 0.0069$
	$\chi^2/d.o.f.$	$4.08/6$	$3.21/4$	$1.93/6$	$1.90/6$	$2.09/4$	$10.86/7$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$	$0.1343 \pm 0.0144$	$0.2103 \pm 0.0492$	$0.1724 \pm 0.0606$	$0.1859 \pm 0.0166$	$0.1437 \pm 0.0109$	$0.1826 \pm 0.0068$
	$x_\mu^{\text{opt}}$	$0.035 \pm 0.041$	$0.523 \pm 0.916$	$0.304 \pm 0.555$	$0.411 \pm 0.353$	$0.044 \pm 0.030$	$0.077 \pm 0.006$
22.0	$\chi^2/d.o.f.$	$2.94/5$	$3.13/3$	$1.59/5$	$1.35/5$	$8.50/4$	$3.56/6$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = 1)$	$0.1921 \pm 0.0115$	$0.1815 \pm 0.0104$	$0.1905 \pm 0.0105$	$0.1716 \pm 0.0061$	$0.1785 \pm 0.0134$	$0.1729 \pm 0.0057$
	$\chi^2/d.o.f.$	$2.81/6$	$5.34/7$	$9.27/7$	$9.94/6$	$5.83/6$	$7.45/7$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$	$0.1276 \pm 0.0098$	$0.1565 \pm 0.0071$	$0.1247 \pm 0.0176$	$0.1513 \pm 0.0044$	$0.1275 \pm 0.0051$	$0.1578 \pm 0.0070$
34.6	$x_\mu^{\text{opt}}$	$0.031 \pm 0.031$	$0.140 \pm 0.088$	$0.064 \pm 0.070$	$0.149 \pm 0.063$	$0.025 \pm 0.013$	$0.079 \pm 0.015$
	$\chi^2/d.o.f.$	$1.28/5$	$3.73/6$	$5.96/6$	$6.19/5$	$3.57/5$	$3.22/6$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = 1)$	$0.1718 \pm 0.0032$	$0.1638 \pm 0.0025$	$0.1719 \pm 0.0023$	$0.1625 \pm 0.0019$	$0.1660 \pm 0.0027$	$0.1520 \pm 0.0014$
	$\chi^2/d.o.f.$	$12.48/4$	$16.14/7$	$4.06/6$	$1.16/4$	$6.38/5$	$8.86/7$
35.0	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$	$0.1192 \pm 0.0017$	$0.1425 \pm 0.0021$	$0.1527 \pm 0.0130$	$0.1401 \pm 0.0012$	$0.1231 \pm 0.0013$	$0.1380 \pm 0.0011$
	$x_\mu^{\text{opt}}$	$0.020 \pm 0.008$	$0.141 \pm 0.043$	$0.467 \pm 0.270$	$0.099 \pm 0.030$	$0.021 \pm 0.004$	$0.158 \pm 0.064$
	$\chi^2/d.o.f.$	$6.51/3$	$7.08/6$	$2.65/5$	$0.55/4$	$1.82/5$	$4.31/6$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = 1)$	$0.1772 \pm 0.0028$	$0.1698 \pm 0.0021$	$0.1766 \pm 0.0019$	$0.1648 \pm 0.0015$	$0.1723 \pm 0.0022$	$0.1564 \pm 0.0012$
38.3	$\chi^2/d.o.f.$	$6.61/4$	$17.26/7$	$7.06/6$	$10.86/5$	$7.43/5$	$7.70/7$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$	$0.1231 \pm 0.0039$	$0.1468 \pm 0.0022$	$0.1473 \pm 0.0089$	$0.1431 \pm 0.0018$	$0.1251 \pm 0.0009$	$0.1427 \pm 0.0030$
	$x_\mu^{\text{opt}}$	$0.030 \pm 0.017$	$0.159 \pm 0.046$	$0.309 \pm 0.133$	$0.138 \pm 0.056$	$0.024 \pm 0.005$	$0.248 \pm 0.131$
	$\chi^2/d.o.f.$	$2.32/3$	$7.21/6$	$1.62/5$	$5.77/4$	$11.64/5$	$5.17/6$
43.8	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = 1)$	$0.1823 \pm 0.0079$	$0.1739 \pm 0.0068$	$0.1681 \pm 0.0066$	$0.1615 \pm 0.0052$	$0.1587 \pm 0.0074$	$0.1456 \pm 0.0039$
	$\chi^2/d.o.f.$	$4.04/6$	$10.43/8$	$8.03/6$	$1.24/6$	$10.89/6$	$14.74/8$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$	$0.1272 \pm 0.0110$	$0.1487 \pm 0.0077$	$0.1184 \pm 0.0118$	$0.1381 \pm 0.0037$	$0.1280 \pm 0.0043$	$0.1376 \pm 0.0046$
	$x_\mu^{\text{opt}}$	$0.042 \pm 0.049$	$0.152 \pm 0.146$	$0.062 \pm 0.059$	$0.175 \pm 0.051$	$0.014 \pm 0.001$	$0.092 \pm 0.024$
43.8	$\chi^2/d.o.f.$	$2.82/5$	$9.51/7$	$4.30/5$	$7.26/7$	$3.08/5$	$9.10/7$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = 1)$	$0.1587 \pm 0.0044$	$0.1512 \pm 0.0041$	$0.1598 \pm 0.0042$	$0.1452 \pm 0.0028$	$0.1565 \pm 0.0044$	$0.1394 \pm 0.0023$
	$\chi^2/d.o.f.$	$4.36/7$	$8.81/8$	$1.76/5$	$7.47/7$	$4.11/5$	$10.94/8$
	$\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$	$0.1207 \pm 0.0093$	$0.1337 \pm 0.0047$	$0.1252 \pm 0.0210$	$0.1329 \pm 0.0037$	$0.1193 \pm 0.0043$	$0.1295 \pm 0.0019$
43.8	$x_\mu^{\text{opt}}$	$0.085 \pm 0.095$	$0.153 \pm 0.127$	$0.136 \pm 0.219$	$0.270 \pm 0.131$	$0.018 \pm 0.011$	$0.157 \pm 0.078$
	$\chi^2/d.o.f.$	$14.61/8$	$7.42/7$	$0.97/4$	$6.91/7$	$2.91/4$	$7.82/7$

Tabelle 6.4: Ergebnisse für  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu)$  und  $x_\mu^{\text{opt}}$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen mit  $x_\mu = 1$  und  $x_\mu$  als freiem Parameter.

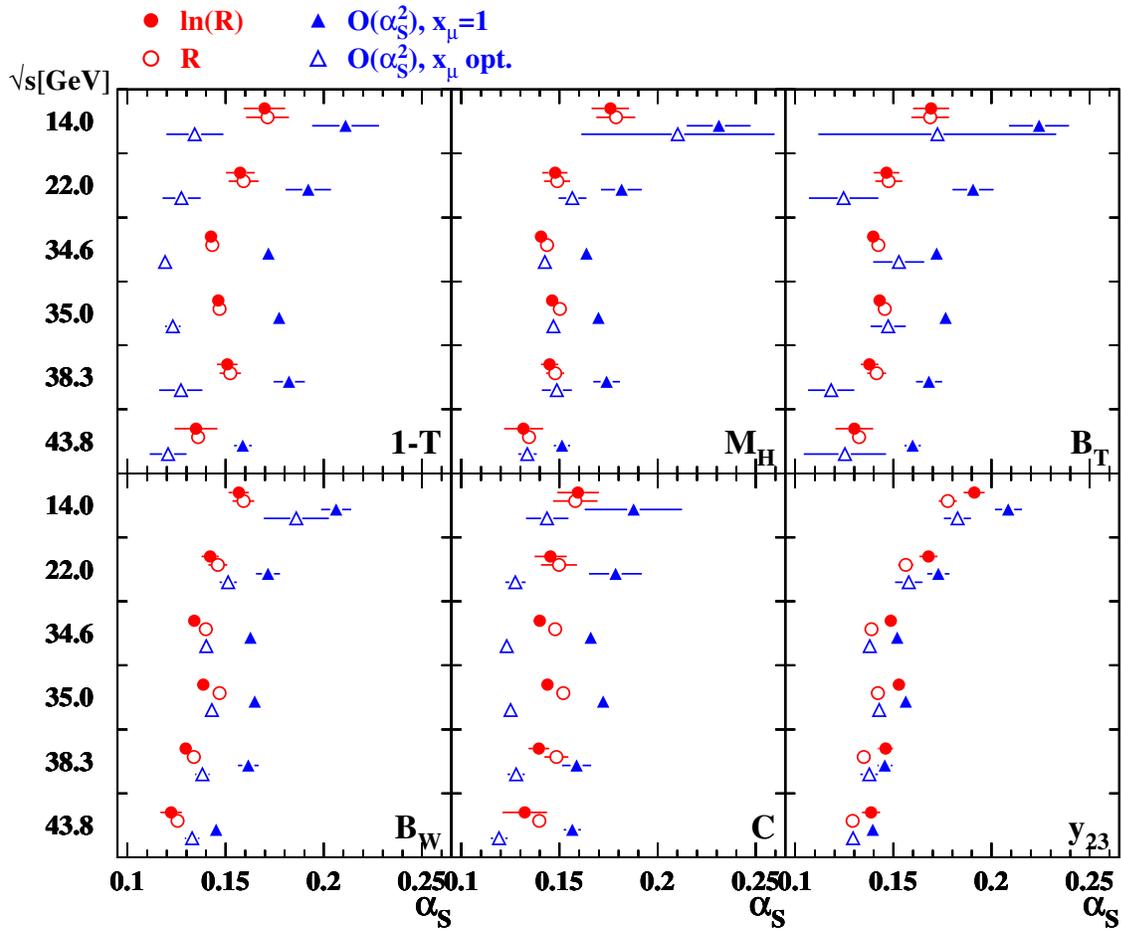


Abbildung 6.11:  $\alpha_S$  aus Anpassungen von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen mit dem  $\ln(R)$ - und dem  $R$ -Matching und reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen mit  $x_\mu = 1$  und  $x_\mu$  als freiem Parameter. Die Fehlerbalken stellen die Anpassungsfehler dar.

Auffällig ist, dass der Anpassungsfehler bei  $\sqrt{s} = 14\text{ GeV}$  deutlich größer ausfällt als etwa bei  $\sqrt{s} = 38.3\text{ GeV}$ , obwohl den Messverteilungen jeweils eine vergleichbare Datenmenge zugrunde liegt. Durch Variation von  $\alpha_S$  und Vergleich der resultierenden Theoriekurven vor und nach der Hadronisierung findet man, dass die Sensitivität der Anpassungen auf  $\alpha_S$  bei kleiner werdenden Energien durch wachsende Hadronisierungseffekte gedämpft wird.

### $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA vs. $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$

Die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen mit  $x_\mu = 1$  liefern gegenüber den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen stets größere  $\alpha_S$ -Werte. Die Einzelresultate streuen noch weiter als bei den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen, offensichtlich als Folge fehlender höherer Ordnungen. Ferner werden größere Anpassungsfehler insbesondere bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22\text{ GeV}$  beobachtet, was nur teilweise mit den unterschiedlich gewählten Messbereichen erklärt werden kann. Bei diesen Energiepunkten erschwert die mangelnde Sensitivität der Anpassung auf  $\alpha_S$  eine präzise Messung von  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$  und der optimierten Renormierungsskala  $\mu^{\text{opt}} = x_\mu^{\text{opt}} \sqrt{s}$ .

Wird die Renormierungsskala als freier Parameter der Anpassung behandelt, so ergibt sich für alle Observablen in der Regel eine Präferenz für kleine Werte  $x_\mu \ll 1$ . Dieser Befund deckt sich mit den Beobachtungen diverser LEP-Studien [201, 211] bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$ . Dementsprechend liegen die  $\alpha_S$ -Werte teilweise weit unterhalb der Resultate mit  $x_\mu = 1$ . Die Ergebnisse für  $x_\mu^{\text{opt}}$  und  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$  sind in Tab. 6.4 zusammengefasst. Für eine gegebene Observable sind die bei verschiedenen Schwerpunktsenergien ermittelten optimierte Skalen innerhalb der Fehler miteinander verträglich. Charakteristische Wertebereiche lauten 0.01-0.04 für  $C$ , 0.03-0.09 für  $1 - T$ , 0.07-0.25 für  $y_{23}$ , 0.15-0.5 für  $M_H$  und 0.06-0.50 für  $B_T$  und  $B_W$ . Bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  ist —gemessen am Anpassungsfehler— im Falle der Jetbreiten und Jetmasse keine klare Bevorzugung für kleine Skalen erkennbar.

Bei allen Energiepunkten sind die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Ergebnisse für eine Observable mit den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Resultaten auf spezifische Weise korreliert (Abb. 6.11). Für  $1 - T$  und  $C$  stimmen die  $\alpha_S$ -Werte aus resummierten Vorhersagen grob mit den jeweiligen Mittelwerten der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Ergebnisse mit  $x_\mu = 1$  und  $x_\mu = x_\mu^{\text{opt}}$  überein. Hingegen passen die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Resultate aus  $M_H$ ,  $B_T$  und  $B_W$  gut zu den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Ergebnissen mit  $x_\mu = x_\mu^{\text{opt}}$ . Bemerkenswert ist, dass für  $y_{23}$  die  $\alpha_S$ -Ergebnisse beider Vorhersagetypen relativ nahe beieinander liegen und sich hier aufgrund der kleinen Fehler am deutlichsten die Energieentwicklung von  $\alpha_S$  abzeichnet.

$\alpha_S$  vs.  $x_\mu$

Mit der Einbeziehung von Termen höherer Ordnung in den kombinierten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen ist die Erwartung verknüpft, dass die Abhängigkeit der  $\alpha_S$ -Werte vom Skalenfaktor  $x_\mu$  gegenüber den reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen reduziert ist. Zwar existieren für  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen diverse theoretische Argumente zur Wahl des Renormierungspunktes (Abschnitt 6.4), doch sollte eine „ideale“ Theorie keine Bevorzugung für einen  $x_\mu$ -Wert aufweisen.

In Abb. 6.12 und 6.13 ist für jede Variable das Ergebnis für  $\alpha_S$  (gestrichelte Linien) und das entsprechende  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (durchgezogene Linien) aus Anpassungen mit  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ - und  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen (ln( $R$ )-Schema) für verschiedene feste Werte des Renormierungsskalenfaktors  $x_\mu$  im Bereich von 0.01-10.0 dargestellt. Die Anpassungsbereiche sind für die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen genauso wie bei der Standardmessung und für die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen wie bei der simultanen Bestimmung von  $\alpha_S$  und  $x_\mu^{\text{opt}}$  gelegt. Im Regelfall weisen die  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Kurven in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  wohldefinierte Minima auf. Vereinzelt sind diese stark verbreitert wie etwa im Falle von  $M_H$  und  $B_W$  bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ , was die relativ großen Unsicherheiten in der Bestimmung von  $x_\mu^{\text{opt}}$  für diese Variablen erklärt (Tab. 6.4). Die Form der Kurven ist sensitiv auf kleine Änderungen der Anpassungsintervalle. Im Allgemeinen wird ein Minimum durch Erweiterung der Anpassungsbereiche ausgeprägter, ohne dass sich seine Position nennenswert ändert. In wenigen Fällen weisen die Kurven —korrespondierend mit der Instabilität der entsprechenden Zwei-Parameter-Anpassung— mit den für  $x_\mu = 1$  optimierten Messbereichen keine Minima auf, sodass erweiterte Bereiche gewählt werden mussten, um zu den in Tab. 6.4 aufgelisteten Ergebnissen für  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu^{\text{opt}})$  und  $x_\mu^{\text{opt}}$  zu gelangen. Dieses trifft beispielsweise für den  $C$ -Parameter bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  oder für  $1 - T$  bei  $\sqrt{s} = 44 \text{ GeV}$  zu.

Nach der Vereinigung der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen mit den NLLA-Termen ändern sich die Kurvenverläufe auf charakteristische Weise. Entweder sind die Minima in Richtung höherer  $x_\mu$ -Werte verschoben, oder sie sind stark verbreitert und mehr oder weniger um  $x_\mu = 1$  verschmiert, häufig einhergehend mit ihrem gänzlichen Verschwinden im betrachteten  $x_\mu$ -Bereich. Eine Ausnahme

stellt die Variable  $B_W$  dar, die auch in der  $\ln(R)$ -Vorhersage ein deutliches Minimum für  $x_\mu < 1$  besitzt.

Da die harte Prozessskala  $\mu = \sqrt{s}$  die einzige physikalisch relevante Energieskala ist, kann  $x_\mu = 1$  als ausgezeichnete Skalenfaktor in den Vorhersagen motiviert werden. Die  $\alpha_S$ -Werte für  $x_\mu = 1$  sind in Abb. 6.12 und 6.13 durch leere Kreise markiert. Die schattierten Bänder deuten den Wertebereich für  $\alpha_S$  bei Variation des Skalenfaktors zwischen  $x_\mu = 0.5 \dots 2.0$  an. Die Wahl dieser Intervallbreite ist völlig willkürlich und geschieht nur im Hinblick auf spätere systematische Untersuchungen (Abschnitt 6.8.4), die u.a. an die Vorgehensweise diverser LEP-Studien angelehnt ist (z.B. [17, 203, 217]). In allen Fällen ist bei den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen die  $x_\mu$ -Abhängigkeit der  $\alpha_S$ -Werte um  $x_\mu = 1$  in der Tat erheblich abgeschwächt, im Einklang mit den Befunden bei LEP. Aufgrund der Flachheit der  $\chi^2$ -Kurve erscheint die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersage näher am Idealfall einer unendlichen Störungsreihe.

Allerdings stört in diesem Bild die verbleibende —wenn auch reduzierte— Renormierungsskalenabhängigkeit von  $\alpha_S$ . In einer anderen Interpretation kann das Auftreten der deutlichen  $\chi^2$ -Minima bei  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Resultaten als experimenteller Hinweis gewertet werden, wie  $x_\mu$  und  $\alpha_S$  zu fixieren sind. In diesem Fall scheinen Skalenvariationen um  $x_\mu^{\text{opt}}$ , etwa in der Form  $x_\mu = (0.5 \dots 2.0) \cdot x_\mu^{\text{opt}}$ , zur Abschätzung der Skalenunsicherheiten geeigneter zu sein. Die  $\alpha_S$ -Ergebnisse für  $x_\mu = x_\mu^{\text{opt}}$  sind in Abb. 6.12 und 6.13 durch die leeren Quadrate hervorgehoben sowie die mit der modifizierten Skalenvariation um  $x_\mu^{\text{opt}}$  korrespondierenden Wertebereiche als schraffierte Bänder dargestellt. In der Tat sind für alle Observablen in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  flachere  $\alpha_S$ -Kurven, vereinzelt sogar relative  $\alpha_S$ -Minima nahe  $x_\mu^{\text{opt}}$  zu beobachten (siehe z.B.  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} = 35\text{ GeV}$ , Abb. 6.13), sodass die so definierten Skalenunsicherheiten gegenüber der Variation um  $x_\mu = 1$  um denselben Faktor deutlich reduziert sind. Häufig ist die verbleibende Variabilität der Ergebnisse vergleichbar, in einigen Fällen kleiner (z.B.  $B_W$  und  $C$  bei  $\sqrt{s} = 35\text{ GeV}$ , Abb. 6.13) als bei den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen. An dieser Stelle sei auch an die bei einigen Variablen gefundene ungefähre Übereinstimmung zwischen den  $\alpha_S$ -Resultaten aus  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen mit optimierter Skala und den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Ergebnissen mit  $x_\mu = 1$  erinnert (siehe  $M_H$ ,  $B_W$  und  $y_{23}$  in Abb. 6.11).

Im Gesamtbild führt jedoch die Auswertung der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen um  $x_\mu^{\text{opt}}$  nicht durchgängig zu einer gegenüber den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen substanziell verringerten Skalenambiguität. Vereinzelt stellt sich auch die Frage, ob die perturbative Vorhersage bei extrem kleinen Skalen  $x_\mu^{\text{opt}}$  sinnvoll evaluiert werden kann<sup>6</sup>. Die experimentelle Bestimmung von  $x_\mu^{\text{opt}}$  und  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$  fällt zuweilen sehr ungenau aus. Ferner geben die in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  gewonnenen individuellen  $\alpha_S$ -Werte im Regelfall ein weniger konsistentes Gesamtbild bei einem gegebenen Energiepunkt  $\sqrt{s}$  ab als die entsprechenden  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Ergebnisse (vgl. Tab. 6.4 mit Tab. 6.5–6.10). Da zudem die Wahl  $x_\mu = x_\mu^{\text{opt}}$  nicht streng theoretisch fundiert ist, kommt man angesichts dieser Defizite der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen letztendlich doch nicht umhin, das  $\alpha_S$ -Ergebnis für  $x_\mu^{\text{opt}}$  stets zusammen mit dem Ergebnis für  $x_\mu = 1$  zu betrachten. Diese Ambiguität erschwert jedoch eine sinnvolle  $\alpha_S$ -Bestimmung. Hingegen führt die Evaluierung der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen um den „natürlichen“ Skalenfaktor  $x_\mu = 1$  zu moderaten Skalenunsicherheiten und Messstreuungen. Hierdurch ist das Hauptargument für die Verwendung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen für die  $\alpha_S$ -Bestimmungen dieser Arbeit gegeben.

<sup>6</sup>Der Sitz des  $\chi^2$ -Minimums für  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22\text{ GeV}$  (Abb. 6.12) ist insofern kritisch, als der dortige Kurvenverlauf um den entsprechenden  $\alpha_S$ -Wert für kleiner werdende  $x_\mu$  von einem Plateau in eine steil abfallende Flanke übergeht. Dadurch bedingt führt die Skalenvariation um  $x_\mu^{\text{opt}}$  zu einem bezüglich  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu = x_\mu^{\text{opt}})$  stark asymmetrischen Wertebereich.

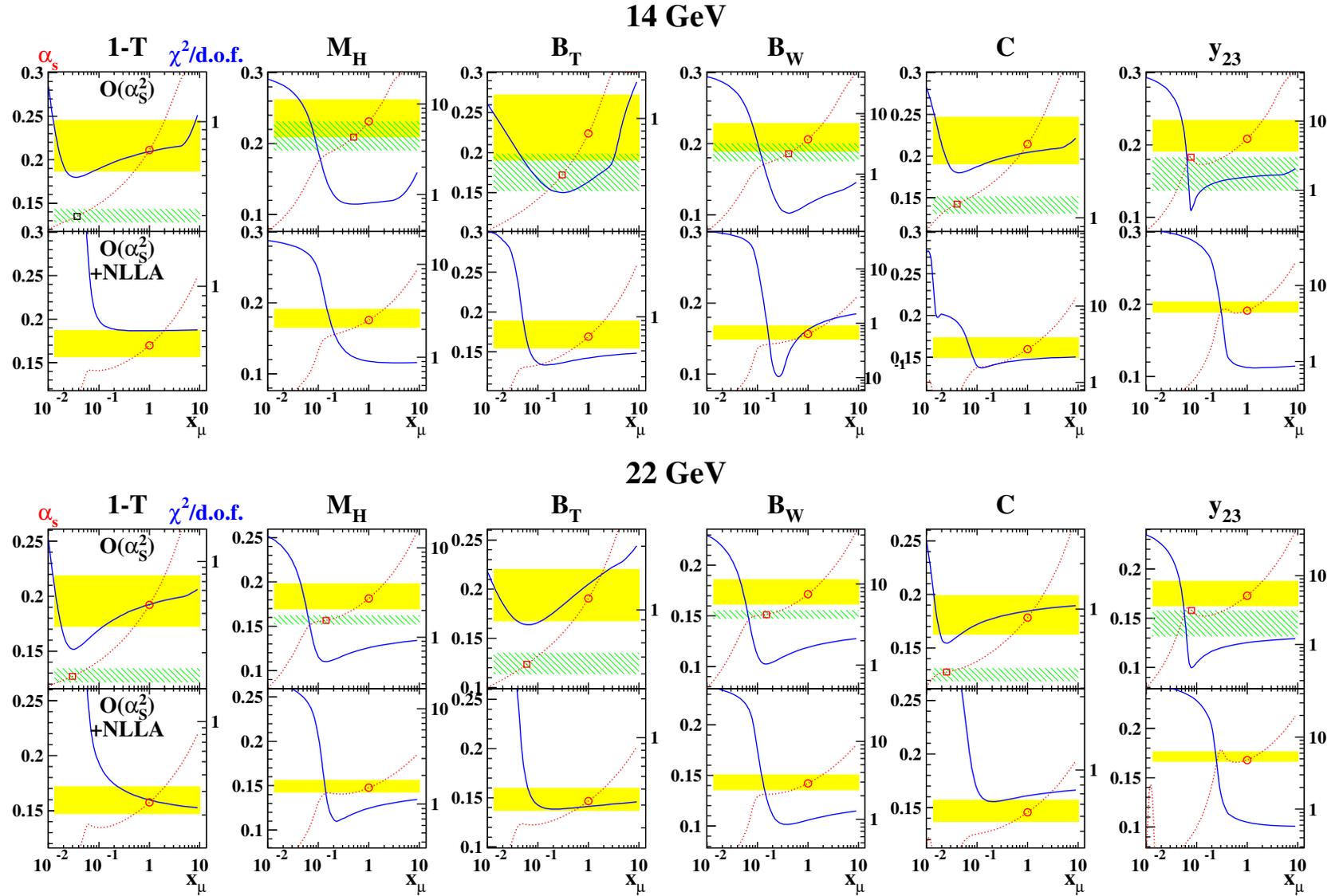


Abbildung 6.12:  $\alpha_s$  (gepunktete Linien) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (durchgezogene Linien) als Funktion des Renormierungsskalenfaktors  $x_\mu$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ - (jeweils obere Reihe) und von  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ +NLLA-Vorhersagen (jeweils untere Reihe) an die Topologievariablen bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22$  GeV. Die schattierten und schraffierten Flächen markieren den Wertebereich für  $\alpha_s(\sqrt{s}, x_\mu)$  bei Variation von  $x_\mu$  um einen Faktor 2 um  $x_\mu = 1$  bzw.  $x_\mu = x_\mu^{\text{opt}}$ .

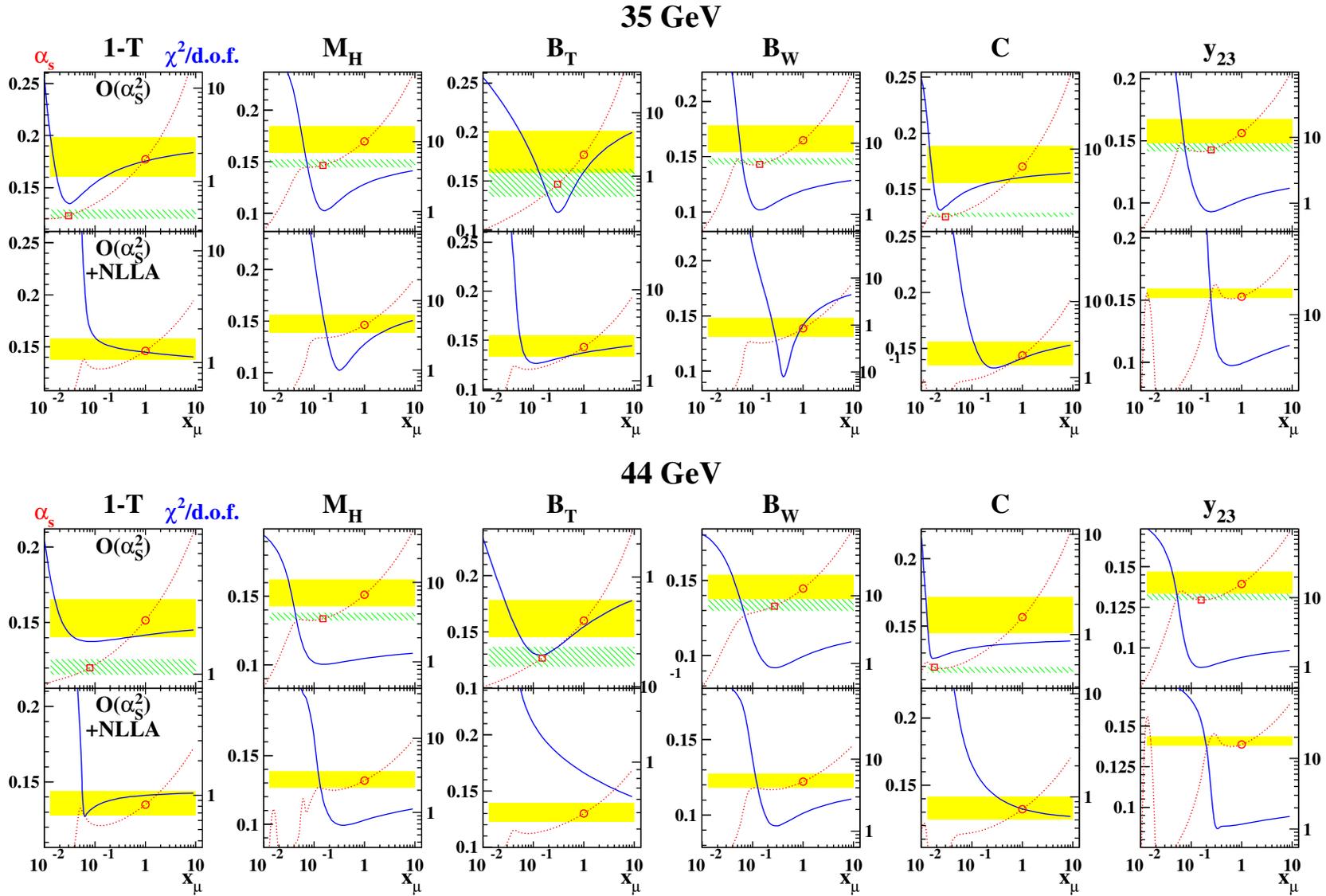


Abbildung 6.13:  $\alpha_S$  (gepunktete Linien) und  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  (durchgezogene Linien) als Funktion des Renormierungsskalenfaktors  $x_\mu$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ - (jeweils obere Reihe) und von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen (jeweils untere Reihe) an die Topologievariablen bei  $\sqrt{s} = 35$  und  $44$  GeV. Die schattierten und schraffierten Flächen markieren den Wertebereich für  $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu)$  bei Variation von  $x_\mu$  um einen Faktor 2 um  $x_\mu = 1$  bzw.  $x_\mu = x_\mu^{\text{opt}}$ .

## 6.8 Statistische und systematische Fehler

Die Bestimmung von  $\alpha_S$  ist mit systematischen Unsicherheiten bei der Messung der Topologievariablen, der Modellierung nichtperturbativer Effekte und der Berechnung der perturbativen Vorhersagen verknüpft. Eine Diskussion der experimentellen Fehlerquellen findet sich in Abschnitt 5.6. Zur Modellierung nichtperturbativer Effekte stehen alternative Fragmentationsmodelle und Parametersätze zur Verfügung. Systematische Fehler seitens der Theorie sind mit der Unvollständigkeit der beitragenden Terme höherer Ordnung in  $\alpha_S$  und mit der Vernachlässigung von Quarkmassen verknüpft. Eine Abschätzung der verschiedenen Beiträge geschieht durch Wiederholung der gesamten Analyseprozedur, nachdem kritische Mess- und Analyseparameter innerhalb sinnvoller Grenzen variiert worden sind. Die auftretenden Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse (Abschnitt 6.6.4) werden als Fehlerbeitrag für  $\alpha_S$  gewertet und unter der vereinfachenden Annahme, dass sie nicht korreliert sind, quadratisch zum Gesamtfehler addiert.

### 6.8.1 Anpassung

**Anpassungsfehler:** Der von MINUIT ausgegebene Fehler der Anpassung  $\delta_{\text{fit}}$ , wenn nur statistische Fehler der Datenverteilungen in die Berechnung des  $\chi^2$  einfließen.

**Anpassungsbereich:** Die verbleibende Änderung im Ergebnis für  $\alpha_S$ , wenn das Anpassungsintervall am unteren oder am oberen Ende um je ein Bin verkleinert oder vergrößert wird. Etwaige Abweichungen werden nur berücksichtigt, falls sie größer als die Anpassungsfehler sind. In diesem Fall wird von der Abweichung der Anpassungsfehler quadratisch abgezogen und der Restbeitrag später zum experimentellen Gesamtfehler hinzugerechnet.

**MC-Statistik:** Die Analyse wird wiederholt, wobei statistische Fluktuationen in der Detektorsimulation in die Berechnung der statistischen Fehler der Datenbins einfließen. Aus dem Anpassungsfehler  $\delta'_{\text{fit}}$  ergibt sich der reine MC-Beitrag zu  $\sqrt{\delta'^2_{\text{fit}} - \delta^2_{\text{fit}}}$ . Der Fehler wird als Teil der MC-Modellierungsunsicherheiten verstanden.

### 6.8.2 Experiment

Experimentelle systematische Fehler entstehen durch Unsicherheiten bei der Abschätzung von Akzeptanz- und Auflösungseffekten etwa aufgrund der Unvollkommenheit der Detektorsimulation. Sie werden analog Abschnitt 5.6 durch Variation der Selektionsschnitte und Modifikation von Details der Ereignisrekonstruktion abgeschätzt. Für jede der dort aufgelisteten Variationsarten wird die größte Änderung im Ergebnis für  $\alpha_S$  als symmetrischer Fehlerbeitrag formuliert. Ausgenommen hiervon sind Abweichungen aufgrund der Variation des Schnittes auf die geforderte Mindestmultiplizität guter Spuren  $N_{\text{ch}}$  eines Ereignisses, der Verwendung der alternativen Datenversion und der Benutzung unkorrigierter Clusterenergien für die Berechnung der Verteilungen. Diese werden jeweils als asymmetrische Fehler definiert.

Aufgrund der Größe der Anpassungsfehler  $\delta_{\text{fit}}$  bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22$  GeV werden systematische Abweichungen  $\delta_{\text{sys}}$  bei diesen Energiepunkten zu  $\sqrt{\delta^2_{\text{sys}} - \delta^2_{\text{fit}}}$  reduziert bzw. im Falle  $\delta_{\text{sys}} < \delta_{\text{fit}}$  vollständig vernachlässigt.

### 6.8.3 Hadronisierung

Trotz der prinzipiellen Vergleichbarkeit der resummierten QCD-Vorhersagen mit den in den MC-Modellen implementierten Partonschauerrechnungen gibt es Ambiguitäten aufgrund der Einbindung von Masseneffekten und Abschneideparametern. Ferner stehen verschiedene Fragmentationsmodelle mit einer mehr oder weniger großen Zahl freier Parameter zur Auswahl. Der Einfluss von Parameter- und Modellunsicherheiten kann auf einfache Weise durch Verwendung entsprechend modifizierter Generatorverteilungen  $\hat{\sigma}^{\text{par}}$ ,  $\hat{\sigma}^{\text{had}}$  zur Korrektur der perturbativen Vorhersagen in Gl. (6.18) untersucht werden.

**Modellparameter:** Systematische Unsicherheiten in der Parametrisierung des Partonschauer- und String-Fragmentationsmodells werden zunächst durch Variation relevanter Parameter des PYTHIA-Generators um ihre optimierten Einstellungen aus [106] untersucht. Die Variationsspannen entsprechen den publizierten Intervallen aus der Anpassung des PYTHIA 5.7-Generators an OPAL-Daten. Folgende Parameter werden hierbei in Betracht gezogen (mit den jeweils in Klammern angegebenen Variationsspannen):

- der Parameter  $\sigma_q$  ( $\pm 30$  MeV) der Transversalimpulsverteilung,
- der Parameter  $b$  ( $\pm 40$  MeV<sup>-2</sup>) der Lund-Fragmentationsfunktion für leichte Quarks, Gl. (2.26),
- die Parameter  $\epsilon_c$  ( $\pm 0.011$ ) und  $\epsilon_b$  ( $\pm 0.0010$ ) der Peterson-Fragmentationsfunktion für schwere Quarks, Gl. (2.27),
- der Abschneideparameter  $Q_0$  ( $\pm 500$  MeV) für den Partonschauer.

Die aus einer Variation resultierende Abweichung des  $\alpha_S$ -Wertes vom Standardresultat wird als asymmetrischer Fehlerbeitrag genommen. Der Gesamtfehler wird durch quadratische Addition der Einzelbeiträge gebildet.

Es ist zu beachten, dass eine Veränderung des Wertes von  $\epsilon_b$  lediglich die Abschätzung des  $b\bar{b}$ -Untergrundes betrifft und daher nur für die Bestimmung der Datenverteilungen auf Hadronniveau relevant ist. Hingegen spiegelt die Abhängigkeit von  $\alpha_S$  vom Parameter  $\epsilon_c$  unmittelbar die Sensitivität der Anpassung auf Unsicherheiten in der Modellierung der Fragmentation von c-Quarks wider, da c-Ereignisse explizit in Gl. (6.18) involviert sind. Dieser Test ist auch ein Indikator für verbleibende Masseneffekte in der  $e^+e^-$ -Vernichtung, die in der theoretischen Vorhersage nicht implementiert sind.

In einem zweiten Schritt wird das PYTHIA 5.7-Modell durch die JADE-abgestimmte Version von JETSET 6.3 ersetzt, da mit der alternativen Einstellung der Modellparameter eine ebenfalls zufrieden stellende, teils sehr gute Beschreibung der Ereignistopologien bei PETRA-Energien möglich ist (Abschnitt 5.5). Aus Konsistenzgründen werden für diesen Test auch Detektoreffekte und  $b\bar{b}$ -Untergrund analog zur Standardmessung mit Hilfe von generierten JETSET 6.3(J)-Datensätzen auf Hadronniveau und Detektorniveau ermittelt. Die Hadronisierungskorrekturen in JETSET 6.3(J) sind wesentlich kleiner als in PYTHIA 5.7. Wie in Abschnitt 5.7 erläutert, rühren die Unterschiede in erster Linie von der Einbindung von  $L = 1$ -Mesonmultipletts in den Hadronisierungsprozess sowie unterschiedlichen Unterdrückungsfaktoren für intermediäre Diquarkzustände her. Die Einstellungen der entsprechenden *Ad-hoc*-Parameter sind allerdings nur das Ergebnis einer Multiparameteranpassung des Modells an  $e^+e^-$ -Daten bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$ , die nur teilweise mit Hilfe

geeigneter Observablen direkt experimentell verifiziert wurden, anders als etwa Zerfallsraten oder Fragmentationsfunktionen. Von einem konservativen Standpunkt aus betrachtet ist es nicht zwingend, dass die Einstellungen auch bei PETRA-Energien gültig sind. Daher wird die Abweichung in  $\alpha_S$  mit JETSET 6.3(J) als Hadronisierungsmodell als systematischer Fehlerbeitrag gewertet, wobei die Hälfte der Abweichung als symmetrischer Fehler definiert wird.

Die Fehlerbeiträge, die durch die Variation der Parameter des PYTHIA 5.7-Generators einerseits und der Benutzung des alternativen Parametersatzes in JETSET 6.3 andererseits definiert sind, dürften stark korreliert sein, da beiden Generatoren dasselbe Hadronisierungsmodell zugrunde liegt. Es wird daher der größere der beiden Fehlerbeiträge zum Gesamtfehler gezählt.

**Hadronisierungsmodell:** Ein weiterer Unsicherheitsfaktor ist die Wahl des Hadronisierungsmodells zur Abschätzung nichtperturbativer Effekte<sup>7</sup>. Die Analyse wird daher wiederholt, diesmal aber generierte ARIADNE 4.08- bzw. HERWIG 5.9-Verteilungen mit u-, d-, s- und c-Ereignissen zur Berechnung der Korrektur in Gl. (6.18) verwendet. Aus Konsistenzgründen werden auch die Datenverteilungen auf Hadronenniveau mit Hilfe entsprechend generierter Datensätze auf Detektor- und Hadronenniveau bestimmt. In diesem Kontext werden auch Effekte durch die Benutzung alternativer Fragmentationsmodelle für b-Quarks, die bei der Abschätzung des  $b\bar{b}$ -Untergrundes eine Rolle spielen, berücksichtigt.

Diese Modelle schneiden mit ihren aktuellen Parametereinstellungen zwar nicht so gut bei der Beschreibung der Daten ab wie PYTHIA, können aber im Rahmen der experimentellen und statistischen Unsicherheiten der Messverteilungen nicht so überzeugend ausgeschlossen werden wie etwa COJETS. Um nicht Gefahr zu laufen, Hadronisierungsunsicherheiten zu unterschätzen, werden sie in die Fehlerrechnung einbezogen. Es wird die Hälfte der größten Abweichungen zwischen den  $\alpha_S$ -Ergebnissen aus der Anpassung mit PYTHIA, HERWIG und ARIADNE als symmetrischer systematischer Fehlerbeitrag definiert.

Die so definierten totalen Parameter- und Modellunsicherheiten werden näherungsweise als unkorreliert betrachtet und quadratisch zum totalen Hadronisierungsfehler addiert.

#### 6.8.4 Höhere Ordnungen

Bei den hier betrachteten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen sind theoretische Unsicherheiten des Messergebnisses aufgrund von unvollständig gerechneten Termen in der Störungsreihe ab  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$  zu erwarten. Diese manifestieren sich in der Abhängigkeit der  $\alpha_S$ -Resultate sowohl von der Renormierungsskala, wie in Abb. 6.12 und 6.13 dargestellt, als auch vom benutzten Matchingschema. In den Gesamtfehler fließt der größere der wie folgt definierten Fehlerbeiträge ein:

**Renormierungsskala:** Der Konvention vieler LEP-Analysen (z.B. [17, 203, 217]) folgend, wird der Renormierungsskalenfaktor  $x_\mu$  bei der Anpassung der theoretischen Vorhersage zwischen 0.5 und 2.0 variiert. Hieraus resultierende Abweichungen vom  $\alpha_S$ -Ergebnis mit  $x_\mu = 1$  tragen asymmetrisch zum systematischen Fehler bei.

<sup>7</sup>ARIADNE benutzt zwar die Stringfragmentation wie PYTHIA/JETSET, es existieren aber Unterschiede in der Wahl der Fragmentationsparameter sowie der Fragmentationsfunktionen für schwere Quarks, die durch die alternative Formulierung des Partonschalters bedingt sind (Abschnitt 2.4). Es ist daher angebracht, den entsprechenden Fehlerbeitrag zu dieser Kategorie zu zählen.

**Matchingschema:** Die Analyse wird mit den alternativen Verfahren zur Vereinigung der NLLA mit den  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen, dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching (6.12), dem  $R$ -Matching (6.13) und dem modifizierten  $R$ -Matching (6.14) wiederholt. Alle Matchingschemata beinhalten das vollständige  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Matrixelement, und etwaige Ambiguitäten treten in höherer Ordnung oder in den subdominanten Logarithmen auf. Die Hälfte der maximalen Spanne von  $\alpha_S$ -Ergebnissen, die durch Verwendung dieser Schemata und des Standardschemas gebildet wird, geht als symmetrischer Fehler ein.

### 6.8.5 Diskussion

Die Ergebnisse der systematischen Untersuchungen sind für alle Observablen und Energiepunkte in Tab. 6.5-6.10 als Abweichungen von den Resultaten der Standardanalyse wiedergegeben. Die Bezeichnungen  $\pm 1\sigma$  beziehen sich auf die in Abschnitt 6.8 erläuterten Variationen diverser Modellparameter.

#### *Experimentelle Fehler*

Experimentelle Unsicherheiten fallen vergleichsweise moderat aus und sind gegenüber den theoretischen Unsicherheiten vernachlässigbar. Die Verwendung der Datenversion 5/88 führt in der Regel zu systematisch größeren  $\alpha_S$ -Resultaten. Dieser Beitrag trägt in den meisten Fällen auch dominant zum experimentellen Gesamtfehler bei. An zweiter Stelle sind verbleibende Abhängigkeiten von der Variation der Anpassungsgrenzen zu nennen (die Tabellenwerte beinhalten auch die statistische Komponente). Effekte aufgrund der Modifizierung der Selektionsschnitte sind bis auf wenige Ausnahmen statistisch nicht signifikant.

Bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22$  GeV sind vereinzelt große systematische Effekte zu beobachten, die jedoch aufgrund des vereinfachten Verfahrens zur Behandlung der statistischen Fluktuationen gedämpft in den Gesamtfehler einfließen. Für diese Energien ist in den Tabellen für jede Observable nur ein kombinierter Fehler aus experimenteller Gesamtunsicherheit und Anpassungsfehler angegeben.

Gemessen am experimentellen Fehler ist keine der Observablen eindeutig bevorzugt. Bei  $y_{23}$  fallen experimentelle Messunsicherheiten tendenziell geringer aus. Auf Basis der definierten experimentellen und statistischen Fehlerbeiträge sind die Einzelergebnisse für jeden Energiepunkt innerhalb von ein bis zwei Standardabweichungen konsistent.

Der Vergleich der auf zwei disjunkten Datensätzen um  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV basierenden Ergebnisse zeigt, dass es weitere systematische Effekte aufgrund der unterschiedlichen Detektorkonfigurationen und Signalauslesetechniken gibt (Abb. 3.2). Die aus den 1986'er Daten extrahierten  $\alpha_S$ -Werte liegen 3-4% höher als die aus der 1981/1982'er Periode. Diese Unterschiede sind aber innerhalb einer Standardabweichung der experimentellen und statistischen Gesamtfehler verträglich.

#### *Theoretische Fehler*

Der dominante Fehlerbeitrag für  $\sqrt{s} > 22$  GeV ist mit der Unvollständigkeit der theoretischen Rechnungen in höherer Ordnung verknüpft, wie sie durch die Änderung der  $\alpha_S$ -Resultate bei Variation des Skalenfaktors  $x_\mu$  zum Ausdruck kommt. Hierdurch sind im Regelfall auch die

	$1 - T$	$M_H$	$B_T$	$B_W$	$C$	$y_{23}$
Fitbereich	0.12-0.32	0.30-0.50	0.16-0.30	0.10-0.20	0.34-0.72	0.010-0.200
$\alpha_S(14.0 \text{ GeV})$	<b>0.1697</b>	<b>0.1758</b>	<b>0.1691</b>	<b>0.1566</b>	<b>0.1594</b>	<b>0.1912</b>
$\chi^2/d.o.f.$	3.6/6	3.6/4	1.6/5	3.0/4	10.0/5	5.8/7
$\cos \theta_T$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0037$	$\pm 0.0060$	$\pm 0.0029$	$\pm 0.0052$	$\pm 0.0034$
$p_{\text{miss}}$	$\pm 0.0028$	$\pm 0.0043$	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0011$
$p_{\text{bal}}$	$\pm 0.0023$	$\pm 0.0034$	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0023$	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0020$
$E_{\text{vis}}$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0012$	$\pm 0.0023$	$\pm 0.0012$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0005$
$N_{\text{ch}} \geq 7$	-0.0010	+0.0014	+0.0003	+0.0002	-0.0015	-0.0001
Spuren/Cluster	+0.0003	+0.0002	-0.0037	-0.0011	-0.0068	-0.0054
Datenversion 5/88	+0.0114	+0.0058	+0.0013	+0.0015	+0.0052	+0.0017
Fitbereich	$\pm 0.0029$	$\pm 0.0109$	$\pm 0.0102$	$\pm 0.0060$	$\pm 0.0189$	$\pm 0.0042$
<b>Fit + Experiment</b>	<b><math>\pm 0.0106</math></b>	<b><math>\pm 0.0095</math></b>	<b><math>\pm 0.0092</math></b>	<b><math>\pm 0.0051</math></b>	<b><math>\pm 0.0131</math></b>	<b><math>\pm 0.0054</math></b>
MC-Statistik	$\pm 0.0029$	$\pm 0.0028$	$\pm 0.0026$	$\pm 0.0014$	$\pm 0.0026$	$\pm 0.0015$
$b - 1\sigma$	-0.0060	-0.0029	-0.0044	-0.0015	-0.0063	-0.0016
$b + 1\sigma$	+0.0049	+0.0026	+0.0036	+0.0019	+0.0050	+0.0021
$\sigma_q - 1\sigma$	+0.0058	+0.0021	+0.0047	+0.0025	+0.0060	+0.0031
$\sigma_q + 1\sigma$	-0.0055	-0.0019	-0.0048	-0.0022	-0.0060	-0.0029
$\epsilon_c - 1\sigma$	+0.0090	+0.0041	+0.0071	+0.0023	+0.0134	+0.0037
$\epsilon_c + 1\sigma$	-0.0073	-0.0023	-0.0067	-0.0012	-0.0125	-0.0027
$\epsilon_b - 1\sigma$	-0.0021	+0.0007	-0.0016	-0.0001	-0.0008	< 0.0001
$\epsilon_b + 1\sigma$	+0.0019	-0.0005	+0.0014	+0.0001	+0.0004	-0.0001
$Q_0 - 1\sigma$	-0.0035	-0.0040	+0.0018	-0.0014	-0.0044	-0.0038
$Q_0 + 1\sigma$	+0.0046	+0.0032	+0.0011	+0.0013	+0.0062	+0.0027
JETSET 6.3(JADE)	+0.0231	+0.0102	+0.0222	+0.0082	+0.0208	-0.0021
$\chi^2/d.o.f.$	3.3/6	3.3/4	3.0/5	11.1/4	9.5/5	10.2/7
ARIADNE 4.08	-0.0298	-0.0088	-0.0223	-0.0112	-0.0435	-0.0235
$\chi^2/d.o.f.$	6.4/6	5.4/4	2.2/5	1.6/4	9.6/5	1.9/7
HERWIG 5.9	-0.0249	-0.0213	-0.0249	-0.0209	-0.0204	-0.0297
$\chi^2/d.o.f.$	4.8/6	1.6/4	5.1/5	4.5/4	19.8/5	3.7/7
<b>Hadronisierung</b>	<b>+0.0198</b> <b>-0.0191</b>	<b>+0.0126</b> <b>-0.0124</b>	<b><math>\pm 0.0169</math></b>	<b><math>\pm 0.0113</math></b>	<b>+0.0275</b> <b>-0.0270</b>	<b><math>\pm 0.0161</math></b>
mod. $\ln(R)$ -Matching	+0.0029	+0.0033	+0.0130	+0.0069	+0.0125	+0.0012
$R$ -Matching	+0.0017	+0.0028	-0.0004	+0.0024	-0.0013	-0.0135
mod. $R$ -Matching	+0.0015	+0.0015	+0.0074	+0.0021	+0.0067	+0.0017
Renormierungsskala	+0.0175 -0.0132	+0.0156 -0.0112	+0.0194 -0.0148	+0.0116 -0.0083	+0.0139 -0.0103	+0.0124 -0.0025
<b>höhere Ordnungen</b>	<b>+0.0175</b> <b>-0.0132</b>	<b>+0.0156</b> <b>-0.0112</b>	<b>+0.0194</b> <b>-0.0148</b>	<b>+0.0116</b> <b>-0.0083</b>	<b>+0.0139</b> <b>-0.0103</b>	<b>+0.0124</b> <b>-0.0076</b>
<b>Gesamtfehler</b>	<b>+0.0266</b> <b>-0.0234</b>	<b>+0.0224</b> <b>-0.0194</b>	<b>+0.0269</b> <b>-0.0238</b>	<b>+0.0170</b> <b>-0.0150</b>	<b>+0.0312</b> <b>-0.0292</b>	<b>+0.0205</b> <b>-0.0179</b>

Tabelle 6.5: Ergebnisse für  $\alpha_S(14.0 \text{ GeV})$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem  $\ln(R)$ -Matching an die differentiellen Verteilungen der Topologievariablen. Gezeigt sind statistische und systematische Fehler sowie das  $\chi^2/d.o.f.$  Die vorzeichenbehafteten Zahlen bezeichnen Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse. Die Fehlerrechnung ist im Text erklärt.

	$1 - T$	$M_H$	$B_T$	$B_W$	$C$	$y_{23}$
Fitbereich	0.12-0.32	0.22-0.50	0.12-0.30	0.08-0.20	0.28-0.72	0.006-0.200
$\alpha_S$ ( <b>22.0 GeV</b> )	<b>0.1575</b>	<b>0.1477</b>	<b>0.1465</b>	<b>0.1421</b>	<b>0.1454</b>	<b>0.1679</b>
$\chi^2/d.o.f.$	1.6/6	5.4/6	2.0/7	4.9/5	4.1/6	5.3/8
$\cos \theta_T$	$\pm 0.0023$	$\pm 0.0031$	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0025$	$\pm 0.0022$	$\pm 0.0003$
$p_{\text{miss}}$	$\pm 0.0024$	$\pm 0.0003$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0012$	$\pm 0.0016$
$p_{\text{bal}}$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0013$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0003$	$\pm 0.0018$	$\pm 0.0005$
$E_{\text{vis}}$	$\pm 0.0019$	$\pm 0.0027$	$\pm 0.0019$	$\pm 0.0015$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0009$
$N_{\text{ch}} \geq 7$	-0.0011	+0.0013	-0.0006	-0.0006	-0.0017	-0.0012
Spuren/Cluster	-0.0006	+0.0033	+0.0002	+0.0010	-0.0041	+0.0015
Datenversion 5/88	+0.0034	+0.0034	-0.0005	+0.0009	-0.0002	-0.0011
Fitbereich	$\pm 0.0033$	$\pm 0.0061$	$\pm 0.0028$	$\pm 0.0058$	$\pm 0.0047$	$\pm 0.0025$
<b>Fit + Experiment</b>	<b><math>\pm 0.0074</math></b>	<b><math>\pm 0.0065</math></b>	<b><math>\pm 0.0065</math></b>	<b><math>\pm 0.0045</math></b>	<b><math>\pm 0.0082</math></b>	<b><math>\pm 0.0046</math></b>
MC-Statistik	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0015$	$\pm 0.0015$	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0018$	$\pm 0.0011$
$b - 1\sigma$	-0.0023	-0.0016	-0.0023	-0.0010	-0.0032	-0.0012
$b + 1\sigma$	+0.0023	+0.0017	+0.0016	+0.0005	+0.0029	+0.0005
$\sigma_q - 1\sigma$	+0.0023	+0.0009	+0.0021	+0.0010	+0.0025	+0.0013
$\sigma_q + 1\sigma$	-0.0021	-0.0008	-0.0026	-0.0011	-0.0032	-0.0010
$\epsilon_c - 1\sigma$	+0.0013	+0.0007	+0.0016	+0.0003	+0.0019	+0.0004
$\epsilon_c + 1\sigma$	-0.0009	-0.0001	-0.0016	-0.0004	-0.0024	-0.0006
$\epsilon_b - 1\sigma$	+0.0019	+0.0019	+0.0011	+0.0008	+0.0009	+0.0006
$\epsilon_b + 1\sigma$	-0.0016	-0.0015	-0.0009	-0.0009	-0.0005	-0.0006
$Q_0 - 1\sigma$	+0.0003	-0.0014	+0.0020	-0.0013	< 0.0001	-0.0035
$Q_0 + 1\sigma$	+0.0002	+0.0017	-0.0016	+0.0007	+0.0007	+0.0016
JETSET 6.3(JADE)	+0.0127	+0.0041	+0.0153	+0.0018	+0.0171	-0.0045
$\chi^2/d.o.f.$	0.4/6	7.0/6	3.4/7	11.6/5	7.7/6	4.7/8
ARIADNE 4.08	-0.0113	-0.0053	-0.0096	-0.0073	-0.0088	-0.0143
$\chi^2/d.o.f.$	1.3/6	3.3/6	1.6/7	2.7/5	3.0/6	5.4/8
HERWIG 5.9	-0.0273	-0.0191	-0.0200	-0.0176	-0.0143	-0.0204
$\chi^2/d.o.f.$	1.2/6	3.2/6	4.6/7	6.8/5	11.5/6	3.6/8
<b>Hadronisierung</b>	<b><math>\pm 0.0151</math></b>	<b><math>+0.0102</math> <math>-0.0101</math></b>	<b><math>\pm 0.0126</math></b>	<b><math>\pm 0.0090</math></b>	<b><math>\pm 0.0113</math></b>	<b><math>\pm 0.0105</math></b>
mod. $\ln(R)$ -Matching	+0.0029	+0.0035	+0.0091	+0.0037	+0.0026	+0.0004
$R$ -Matching	+0.0016	+0.0012	+0.0011	+0.0039	+0.0043	-0.0116
mod. $R$ -Matching	+0.0016	+0.0021	+0.0053	+0.0003	-0.0013	+0.0007
Renormierungsskala	+0.0142	+0.0084	+0.0129	+0.0089	+0.0114	+0.0087
	-0.0108	-0.0055	-0.0101	-0.0064	-0.0088	-0.0017
<b>höhere Ordnungen</b>	<b><math>+0.0142</math> <math>-0.0108</math></b>	<b><math>+0.0084</math> <math>-0.0055</math></b>	<b><math>+0.0129</math> <math>-0.0101</math></b>	<b><math>+0.0089</math> <math>-0.0064</math></b>	<b><math>+0.0114</math> <math>-0.0088</math></b>	<b><math>+0.0087</math> <math>-0.0062</math></b>
<b>Gesamtfehler</b>	<b><math>+0.0208</math> <math>-0.0187</math></b>	<b><math>+0.0146</math> <math>-0.0130</math></b>	<b><math>+0.0183</math> <math>-0.0164</math></b>	<b><math>+0.0138</math> <math>-0.0124</math></b>	<b><math>+0.0164</math> <math>-0.0147</math></b>	<b><math>+0.0136</math> <math>-0.0126</math></b>

Tabelle 6.6: Ergebnisse für  $\alpha_S(22.0 \text{ GeV})$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem  $\ln(R)$ -Matching an die differentiellen Verteilungen der Topologievariablen. Gezeigt sind statistische und systematische Fehler sowie das  $\chi^2/d.o.f.$ . Die vorzeichenbehafteten Zahlen bezeichnen Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse. Die Fehlerrechnung ist im Text erklärt.

	$1 - T$	$M_H$	$B_T$	$B_W$	$C$	$y_{23}$
Fitbereich	0.14-0.32	0.22-0.46	0.12-0.30	0.08-0.18	0.28-0.72	0.004-0.200
$\alpha_S(34.6 \text{ GeV})$	<b>0.1424</b>	<b>0.1406</b>	<b>0.1397</b>	<b>0.1339</b>	<b>0.1400</b>	<b>0.1486</b>
$\chi^2/d.o.f.$	13.7/5	10.4/5	6.1/7	6.3/4	1.2/6	12.8/9
<b>Fit</b>	<b><math>\pm 0.0020</math></b>	<b><math>\pm 0.0018</math></b>	<b><math>\pm 0.0015</math></b>	<b><math>\pm 0.0012</math></b>	<b><math>\pm 0.0019</math></b>	<b><math>\pm 0.0012</math></b>
$\cos \theta_T$	$\pm 0.0014$	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0011$
$p_{\text{miss}}$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0001$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0006$
$p_{\text{bal}}$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0001$	$\pm 0.0003$	$\pm 0.0001$	$\pm 0.0013$	$\pm 0.0004$
$E_{\text{vis}}$	$\pm 0.0008$	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0008$
$N_{\text{ch}} \geq 7$	-0.0001	-0.0002	+0.0001	< 0.0001	< 0.0001	-0.0002
Spuren/Cluster	-0.0006	-0.0001	-0.0005	+0.0002	+0.0003	-0.0003
Datenversion 5/88	+0.0016	+0.0013	+0.0013	+0.0011	+0.0021	+0.0010
Fitbereich	$\pm 0.0014$	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0015$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0014$
<b>Experiment</b>	<b><math>\pm 0.0025</math></b>	<b><math>\pm 0.0023</math></b>	<b><math>\pm 0.0021</math></b>	<b><math>\pm 0.0021</math></b>	<b><math>\pm 0.0029</math></b>	<b><math>\pm 0.0019</math></b>
MC-Statistik	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0004$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0004$
$b - 1\sigma$	-0.0010	-0.0012	-0.0012	-0.0008	-0.0016	-0.0003
$b + 1\sigma$	+0.0008	+0.0013	+0.0007	+0.0003	+0.0012	+0.0003
$\sigma_q - 1\sigma$	+0.0007	+0.0006	+0.0011	+0.0005	+0.0012	+0.0006
$\sigma_q + 1\sigma$	-0.0007	-0.0006	-0.0012	-0.0008	-0.0015	-0.0003
$\epsilon_c - 1\sigma$	< 0.0001	+0.0001	+0.0005	-0.0001	+0.0002	-0.0001
$\epsilon_c + 1\sigma$	-0.0001	< 0.0001	-0.0005	-0.0002	-0.0004	+0.0001
$\epsilon_b - 1\sigma$	+0.0003	+0.0005	+0.0008	+0.0005	+0.0012	+0.0005
$\epsilon_b + 1\sigma$	-0.0003	-0.0006	-0.0006	-0.0004	-0.0008	-0.0003
$Q_0 - 1\sigma$	+0.0008	-0.0010	+0.0008	-0.0009	< 0.0001	-0.0024
$Q_0 + 1\sigma$	-0.0005	+0.0009	-0.0011	+0.0004	< 0.0001	+0.0017
JETSET 6.3(JADE)	+0.0108	+0.0043	+0.0096	+0.0029	+0.0097	-0.0022
$\chi^2/d.o.f.$	11.6/5	26.2/5	27.5/7	23.3/4	8.6/6	8.4/9
ARIADNE 4.08	-0.0052	-0.0054	-0.0063	-0.0065	-0.0084	-0.0087
$\chi^2/d.o.f.$	9.2/5	7.2/5	3.9/7	5.5/4	2.9/6	8.5/9
HERWIG 5.9	-0.0139	-0.0093	-0.0150	-0.0128	-0.0201	-0.0150
$\chi^2/d.o.f.$	19.0/5	9.0/5	10.6/7	2.0/4	15.1/6	3.1/9
<b>Hadronisierung</b>	<b><math>\pm 0.0088</math></b>	<b><math>\pm 0.0051</math></b>	<b><math>\pm 0.0089</math></b>	<b><math>\pm 0.0066</math></b>	<b><math>\pm 0.0112</math></b>	<b><math>\pm 0.0078</math></b>
mod. $\ln(R)$ -Matching	+0.0033	+0.0010	+0.0061	+0.0014	-0.0011	+0.0002
$R$ -Matching	+0.0007	+0.0030	+0.0025	+0.0059	+0.0078	-0.0099
mod. $R$ -Matching	+0.0022	+0.0001	+0.0031	-0.0013	-0.0041	+0.0005
Renormierungsskala	+0.0105	+0.0083	+0.0114	+0.0080	+0.0108	+0.0060
	-0.0080	-0.0059	-0.0090	-0.0059	-0.0085	-0.0010
<b>höhere Ordnungen</b>	<b>+0.0105</b>	<b>+0.0083</b>	<b>+0.0114</b>	<b>+0.0080</b>	<b>+0.0108</b>	<b>+0.0060</b>
	<b>-0.0080</b>	<b>-0.0059</b>	<b>-0.0090</b>	<b>-0.0059</b>	<b>-0.0085</b>	<b>-0.0010</b>
<b>Gesamtfehler</b>	<b>+0.0141</b>	<b>+0.0102</b>	<b>+0.0147</b>	<b>+0.0106</b>	<b>+0.0159</b>	<b>+0.0101</b>
	<b>-0.0122</b>	<b>-0.0083</b>	<b>-0.0129</b>	<b>-0.0091</b>	<b>-0.0143</b>	<b>-0.0097</b>

Tabelle 6.7: Ergebnisse für  $\alpha_S(34.6 \text{ GeV})$  (Datennahme 1981-82) aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem  $\ln(R)$ -Matching an die differentiellen Verteilungen der Topologievariablen. Gezeigt sind statistische und systematische Fehler sowie das  $\chi^2/d.o.f.$  Die vorzeichenbehafteten Zahlen bezeichnen Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse. Die Fehlerrechnung ist im Text erklärt.

	$1 - T$	$M_H$	$B_T$	$B_W$	$C$	$y_{23}$
Fitbereich	0.14-0.32	0.22-0.42	0.12-0.30	0.08-0.16	0.28-0.72	0.004-0.200
$\alpha_S$ ( <b>35.0 GeV</b> )	<b>0.1461</b>	<b>0.1462</b>	<b>0.1429</b>	<b>0.1387</b>	<b>0.1439</b>	<b>0.1527</b>
$\chi^2/d.o.f.$	6.2/5	9.5/4	14.2/7	3.0/3	10.8/6	23.5/9
<b>Fit</b>	<b><math>\pm 0.0017</math></b>	<b><math>\pm 0.0016</math></b>	<b><math>\pm 0.0013</math></b>	<b><math>\pm 0.0012</math></b>	<b><math>\pm 0.0016</math></b>	<b><math>\pm 0.0011</math></b>
$\cos \theta_T$	$\pm 0.0004$	$\pm 0.0002$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0002$	$\pm 0.0005$
$p_{\text{miss}}$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0004$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0002$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0005$
$p_{\text{bal}}$	$\pm 0.0023$	$\pm 0.0003$	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0001$
$E_{\text{vis}}$	$\pm 0.0004$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0002$
$N_{\text{ch}} \geq 7$	+0.0004	+0.0002	+0.0006	+0.0004	+0.0005	+0.0003
Spuren/Cluster	+0.0002	-0.0011	-0.0002	-0.0006	-0.0003	-0.0008
Datenversion 5/88	+0.0029	+0.0017	+0.0021	+0.0007	+0.0024	+0.0006
Fitbereich	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0027$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0028$	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0017$
<b>Experiment</b>	<b><math>\pm 0.0038</math></b>	<b><math>\pm 0.0031</math></b>	<b><math>\pm 0.0030</math></b>	<b><math>\pm 0.0030</math></b>	<b><math>\pm 0.0029</math></b>	<b><math>\pm 0.0019</math></b>
MC-Statistik	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0004$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0004$
$b - 1\sigma$	-0.0008	-0.0011	-0.0013	-0.0004	-0.0016	-0.0003
$b + 1\sigma$	+0.0004	+0.0012	+0.0008	+0.0008	+0.0012	+0.0006
$\sigma_q - 1\sigma$	+0.0007	+0.0005	+0.0010	+0.0008	+0.0012	+0.0004
$\sigma_q + 1\sigma$	-0.0007	-0.0004	-0.0011	-0.0006	-0.0011	-0.0003
$\epsilon_c - 1\sigma$	+0.0002	+0.0003	+0.0005	+0.0001	+0.0004	-0.0002
$\epsilon_c + 1\sigma$	< 0.0001	-0.0001	-0.0004	-0.0001	-0.0003	+0.0002
$\epsilon_b - 1\sigma$	+0.0002	+0.0005	+0.0007	+0.0005	+0.0011	+0.0003
$\epsilon_b + 1\sigma$	-0.0003	-0.0005	-0.0007	-0.0005	-0.0009	-0.0004
$Q_0 - 1\sigma$	+0.0006	-0.0011	+0.0007	-0.0006	< 0.0001	-0.0022
$Q_0 + 1\sigma$	-0.0004	+0.0007	-0.0010	+0.0002	+0.0001	+0.0016
JETSET 6.3(JADE)	+0.0092	+0.0052	+0.0091	+0.0029	+0.0088	-0.0028
$\chi^2/d.o.f.$	4.6/5	21.6/4	56.3/7	22.0/3	25.1/6	15.8/9
ARIADNE 4.08	-0.0046	-0.0039	-0.0058	-0.0064	-0.0079	-0.0087
$\chi^2/d.o.f.$	5.0/5	8.0/4	6.0/7	1.9/3	3.2/6	14.5/9
HERWIG 5.9	-0.0142	-0.0105	-0.0156	-0.0144	-0.0199	-0.0154
$\chi^2/d.o.f.$	17.9/5	2.8/4	30.8/7	2.9/3	20.2/6	7.5/9
<b>Hadronisierung</b>	<b><math>\pm 0.0085</math></b>	<b><math>\pm 0.0059</math></b>	<b><math>\pm 0.0090</math></b>	<b><math>\pm 0.0074</math></b>	<b><math>\pm 0.0109</math></b>	<b><math>\pm 0.0079</math></b>
mod. $\ln(R)$ -Matching	+0.0035	+0.0005	+0.0063	+0.0003	-0.0009	+0.0001
$R$ -Matching	+0.0008	+0.0039	+0.0026	+0.0081	+0.0080	-0.0105
mod. $R$ -Matching	+0.0023	-0.0004	+0.0032	-0.0025	-0.0042	+0.0005
Renormierungsskala	+0.0113	+0.0099	+0.0120	+0.0094	+0.0117	+0.0065
	-0.0086	-0.0072	-0.0095	-0.0071	-0.0092	-0.0012
<b>höhere Ordnungen</b>	<b>+0.0113</b>	<b>+0.0099</b>	<b>+0.0120</b>	<b>+0.0094</b>	<b>+0.0117</b>	<b>+0.0065</b>
	<b>-0.0086</b>	<b>-0.0072</b>	<b>-0.0095</b>	<b>-0.0071</b>	<b>-0.0092</b>	<b>-0.0055</b>
<b>Gesamtfehler</b>	<b>+0.0147</b>	<b>+0.0120</b>	<b>+0.0154</b>	<b>+0.0124</b>	<b>+0.0163</b>	<b>+0.0105</b>
	<b>-0.0125</b>	<b>-0.0098</b>	<b>-0.0133</b>	<b>-0.0107</b>	<b>-0.0144</b>	<b>-0.0100</b>

Tabelle 6.8: Ergebnisse für  $\alpha_S(35.0 \text{ GeV})$  (Datennahme 1986) aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem  $\ln(R)$ -Matching an die differentiellen Verteilungen der Topologievariablen. Gezeigt sind statistische und systematische Fehler sowie das  $\chi^2/d.o.f.$  Die vorzeichenbehafteten Zahlen bezeichnen Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse. Die Fehlerrechnung ist im Text erklärt.

	$1 - T$	$M_H$	$B_T$	$B_W$	$C$	$y_{23}$
Fitbereich	0.12-0.32	0.18-0.50	0.10-0.30	0.08-0.23	0.22-0.72	0.004-0.200
$\alpha_S(38.3 \text{ GeV})$	<b>0.1508</b>	<b>0.1450</b>	<b>0.1378</b>	<b>0.1297</b>	<b>0.1395</b>	<b>0.1460</b>
$\chi^2/d.o.f.$	3.3/6	5.5/7	5.7/8	3.5/6	5.6/7	9.1/9
<b>Fit</b>	<b><math>\pm 0.0052</math></b>	<b><math>\pm 0.0044</math></b>	<b><math>\pm 0.0044</math></b>	<b><math>\pm 0.0031</math></b>	<b><math>\pm 0.0052</math></b>	<b><math>\pm 0.0038</math></b>
$\cos \theta_T$	$\pm 0.0018$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0014$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0034$	$\pm 0.0007$
$p_{\text{miss}}$	$\pm 0.0019$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0008$	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0020$	$\pm 0.0006$
$p_{\text{bal}}$	$\pm 0.0020$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0009$	$\pm 0.0016$
$E_{\text{vis}}$	$\pm 0.0008$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0002$	$\pm 0.0002$	$\pm 0.0012$	$\pm 0.0003$
$N_{\text{ch}} \geq 7$	+0.0011	+0.0006	+0.0006	+0.0004	+0.0005	+0.0009
Spuren/Cluster	-0.0022	-0.0008	-0.0007	-0.0009	-0.0031	+0.0009
Datenversion 5/88	-0.0005	+0.0016	+0.0014	+0.0022	-0.0001	+0.0011
Fitbereich	$\pm 0.0055$	$\pm 0.0052$	$\pm 0.0028$	$\pm 0.0020$	$\pm 0.0063$	$\pm 0.0028$
<b>Experiment</b>	<b><math>\pm 0.0045</math></b>	<b><math>\pm 0.0052</math></b>	<b><math>\pm 0.0029</math></b>	<b><math>\pm 0.0030</math></b>	<b><math>\pm 0.0066</math></b>	<b><math>\pm 0.0026</math></b>
MC-Statistik	$\pm 0.0013$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0008$	$\pm 0.0013$	$\pm 0.0009$
$b - 1\sigma$	-0.0010	-0.0006	-0.0009	-0.0002	-0.0009	-0.0004
$b + 1\sigma$	+0.0006	+0.0008	+0.0008	+0.0002	+0.0008	+0.0003
$\sigma_q - 1\sigma$	+0.0007	+0.0003	+0.0010	+0.0003	+0.0010	+0.0004
$\sigma_q + 1\sigma$	-0.0008	-0.0002	-0.0011	-0.0003	-0.0010	-0.0005
$\epsilon_c - 1\sigma$	+0.0001	+0.0001	+0.0004	< 0.0001	+0.0001	-0.0002
$\epsilon_c + 1\sigma$	-0.0002	+0.0001	-0.0004	< 0.0001	-0.0002	+0.0001
$\epsilon_b - 1\sigma$	+0.0004	+0.0005	+0.0009	+0.0003	+0.0012	+0.0005
$\epsilon_b + 1\sigma$	-0.0001	-0.0003	-0.0005	-0.0002	-0.0008	-0.0002
$Q_0 - 1\sigma$	+0.0003	-0.0005	+0.0008	-0.0007	+0.0005	-0.0023
$Q_0 + 1\sigma$	-0.0004	+0.0004	-0.0010	+0.0006	-0.0004	+0.0016
JETSET 6.3(JADE)	+0.0090	+0.0028	+0.0088	+0.0010	+0.0093	-0.0033
$\chi^2/d.o.f.$	3.3/6	5.8/7	2.9/8	6.1/6	3.3/7	12.4/9
ARIADNE 4.08	-0.0033	-0.0026	-0.0042	-0.0049	-0.0055	-0.0070
$\chi^2/d.o.f.$	3.0/6	5.8/7	6.8/8	5.1/6	7.8/7	17.1/9
HERWIG 5.9	-0.0107	-0.0071	-0.0108	-0.0085	-0.0159	-0.0125
$\chi^2/d.o.f.$	3.7/6	4.0/7	6.0/8	4.0/6	5.3/7	16.4/9
<b>Hadronisierung</b>	<b><math>\pm 0.0071</math></b>	<b><math>\pm 0.0040</math></b>	<b><math>\pm 0.0070</math></b>	<b><math>\pm 0.0044</math></b>	<b><math>\pm 0.0093</math></b>	<b><math>\pm 0.0065</math></b>
mod. $\ln(R)$ -Matching	+0.0027	+0.0016	+0.0039	+0.0029	-0.0029	-0.0001
$R$ -Matching	+0.0015	+0.0028	+0.0037	+0.0041	+0.0089	-0.0110
mod. $R$ -Matching	+0.0016	+0.0006	+0.0014	+0.0001	-0.0056	< 0.0001
Renormierungsskala	+0.0124	+0.0089	+0.0109	+0.0067	+0.0109	+0.0061
	-0.0095	-0.0063	-0.0086	-0.0047	-0.0087	-0.0015
<b>höhere Ordnungen</b>	<b>+0.0124</b>	<b>+0.0089</b>	<b>+0.0109</b>	<b>+0.0067</b>	<b>+0.0109</b>	<b>+0.0061</b>
	<b>-0.0095</b>	<b>-0.0063</b>	<b>-0.0086</b>	<b>-0.0047</b>	<b>-0.0087</b>	<b>-0.0015</b>
<b>Gesamtfehler</b>	<b>+0.0159</b>	<b>+0.0119</b>	<b>+0.0140</b>	<b>+0.0091</b>	<b>+0.0166</b>	<b>+0.0100</b>
	<b>-0.0137</b>	<b>-0.0100</b>	<b>-0.0123</b>	<b>-0.0075</b>	<b>-0.0152</b>	<b>-0.0098</b>

Tabelle 6.9: Ergebnisse für  $\alpha_S(38.3 \text{ GeV})$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem  $\ln(R)$ -Matching an die differenziellen Verteilungen der Topologievariablen. Gezeigt sind statistische und systematische Fehler sowie das  $\chi^2/d.o.f.$  Die vorzeichenbehafteten Zahlen bezeichnen Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse. Die Fehlerrechnung ist im Text erklärt.

	$1 - T$	$M_H$	$B_T$	$B_W$	$C$	$y_{23}$
Fitbereich	0.10-0.32	0.14-0.50	0.10-0.30	0.06-0.23	0.22-0.72	0.002-0.200
$\alpha_S(43.8 \text{ GeV})$	<b>0.1349</b>	<b>0.1317</b>	<b>0.1300</b>	<b>0.1222</b>	<b>0.1322</b>	<b>0.1394</b>
$\chi^2/d.o.f.$	7.0/7	6.3/8	6.9/8	12.4/7	5.4/7	11.2/10
<b>Fit</b>	<b><math>\pm 0.0031</math></b>	<b><math>\pm 0.0022</math></b>	<b><math>\pm 0.0026</math></b>	<b><math>\pm 0.0019</math></b>	<b><math>\pm 0.0031</math></b>	<b><math>\pm 0.0020</math></b>
$\cos \theta_T$	$\pm 0.0001$	$\pm 0.0014$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0013$
$p_{\text{miss}}$	$\pm 0.0044$	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0020$	$\pm 0.0032$	$\pm 0.0021$
$p_{\text{bal}}$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0003$	$\pm 0.0008$	$\pm 0.0002$	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0001$
$E_{\text{vis}}$	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0018$	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0013$	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0015$
$N_{\text{ch}} \geq 7$	-0.0004	-0.0005	-0.0006	-0.0007	-0.0006	-0.0005
Spuren/Cluster	+0.0004	-0.0001	+0.0002	+0.0004	+0.0012	+0.0010
Datenversion 5/88	+0.0024	+0.0008	+0.0001	+0.0003	+0.0021	+0.0017
Fitbereich	$\pm 0.0022$	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0031$	$\pm 0.0023$	$\pm 0.0027$	$\pm 0.0016$
<b>Experiment</b>	<b><math>\pm 0.0055</math></b>	<b><math>\pm 0.0029</math></b>	<b><math>\pm 0.0034</math></b>	<b><math>\pm 0.0030</math></b>	<b><math>\pm 0.0046</math></b>	<b><math>\pm 0.0036</math></b>
MC-Statistik	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0008$	$\pm 0.0005$
$b - 1\sigma$	-0.0006	-0.0015	-0.0007	-0.0003	-0.0009	-0.0001
$b + 1\sigma$	+0.0007	+0.0014	+0.0006	+0.0003	+0.0008	+0.0004
$\sigma_q - 1\sigma$	+0.0008	+0.0007	+0.0010	+0.0003	+0.0009	+0.0004
$\sigma_q + 1\sigma$	-0.0007	-0.0007	-0.0008	-0.0005	-0.0008	-0.0004
$\epsilon_c - 1\sigma$	+0.0002	+0.0002	+0.0004	-0.0001	+0.0002	+0.0001
$\epsilon_c + 1\sigma$	+0.0001	-0.0002	-0.0001	< 0.0001	< 0.0001	+0.0002
$\epsilon_b - 1\sigma$	+0.0005	+0.0009	+0.0008	+0.0004	+0.0009	+0.0005
$\epsilon_b + 1\sigma$	< 0.0001	-0.0003	-0.0003	-0.0001	-0.0003	-0.0002
$Q_0 - 1\sigma$	+0.0006	-0.0007	+0.0009	-0.0008	+0.0003	-0.0021
$Q_0 + 1\sigma$	-0.0002	+0.0006	-0.0008	+0.0005	-0.0002	+0.0016
JETSET 6.3(JADE)	+0.0092	+0.0057	+0.0088	+0.0022	+0.0096	-0.0017
$\chi^2/d.o.f.$	9.1/7	19.8/8	11.3/8	26.7/7	3.9/7	9.3/10
ARIADNE 4.08	-0.0028	-0.0012	-0.0028	-0.0026	-0.0037	-0.0064
$\chi^2/d.o.f.$	6.9/7	7.4/8	7.0/8	7.2/7	7.4/7	10.4/10
HERWIG 5.9	-0.0121	-0.0080	-0.0115	-0.0083	-0.0144	-0.0126
$\chi^2/d.o.f.$	4.9/7	4.6/8	4.3/8	3.6/7	6.1/7	6.7/10
<b>Hadronisierung</b>	<b><math>\pm 0.0076</math></b>	<b><math>\pm 0.0050</math></b>	<b><math>\pm 0.0073</math></b>	<b><math>\pm 0.0043</math></b>	<b><math>\pm 0.0087</math></b>	<b><math>\pm 0.0065</math></b>
mod. $\ln(R)$ -Matching	+0.0023	+0.0011	+0.0048	+0.0025	-0.0016	< 0.0001
$R$ -Matching	+0.0010	+0.0028	+0.0025	+0.0033	+0.0074	-0.0085
mod. $R$ -Matching	+0.0015	+0.0004	+0.0024	+0.0001	-0.0041	+0.0004
Renormierungsskala	+0.0090	+0.0068	+0.0094	+0.0054	+0.0093	+0.0049
	-0.0070	-0.0048	-0.0074	-0.0037	-0.0073	-0.0007
<b>höhere Ordnungen</b>	<b>+0.0090</b>	<b>+0.0068</b>	<b>+0.0094</b>	<b>+0.0054</b>	<b>+0.0093</b>	<b>+0.0049</b>
	<b>-0.0070</b>	<b>-0.0048</b>	<b>-0.0074</b>	<b>-0.0037</b>	<b>-0.0073</b>	<b>-0.0044</b>
<b>Gesamtfehler</b>	<b>+0.0134</b>	<b>+0.0092</b>	<b>+0.0126</b>	<b>+0.0078</b>	<b>+0.0138</b>	<b>+0.0092</b>
	<b>-0.0118</b>	<b>-0.0078</b>	<b>-0.0113</b>	<b>-0.0068</b>	<b>-0.0125</b>	<b>-0.0088</b>

Tabelle 6.10: Ergebnisse für  $\alpha_S(43.8 \text{ GeV})$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem  $\ln(R)$ -Matching an die differenziellen Verteilungen der Topologievariablen. Gezeigt sind statistische und systematische Fehler sowie das  $\chi^2/d.o.f.$  Die vorzeichenbehafteten Zahlen bezeichnen Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse. Die Fehlerrechnung ist im Text erklärt.

Matchingschema-Ambiguitäten abgedeckt, sodass diese nicht explizit zum Gesamtfehler beitragen. Die Benutzung der alternativen Matchingschemata führt in den meisten Fällen zu größeren  $\alpha_S$ -Werten. Die geringsten Skalenunsicherheiten werden für  $y_{23}$  und  $B_W$  beobachtet.

Unsicherheiten bei der Abschätzung der Hadronisierungskorrekturen für die Theorievorhersagen (angedeutet durch die schattierten Bänder in Abb. 6.4-6.9) führen bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22$  GeV zu Fehlern in der  $\alpha_S$ -Bestimmung von derselben Größenordnung wie die Renormierungsskalenunsicherheiten. Die mit der Modellierung von Partonschauer und Stringfragmentation verknüpften Unsicherheiten sind weniger durch die Variation der PYTHIA-Parameter um die Standardeinstellungen denn durch die Differenz der Ergebnisse mit PYTHIA und JETSET(J) gegeben. Da die JADE-abgestimmte JETSET 6.3-Version erheblich geringere Hadronisierungskorrekturen vorher sagt, sind die entsprechenden  $\alpha_S$ -Ergebnisse systematisch größer. Hingegen führen Korrekturen mit HERWIG und ARIADNE stets zu kleineren  $\alpha_S$ -Werten. Den Hauptbeitrag zum Gesamtfehler liefern die Anpassungen mit HERWIG als Hadronisierungsmodell.

Bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV hat die Variation des Fragmentationsparameters  $\epsilon_c$  einen deutlich größeren Einfluss auf das Ergebnis als bei höheren Schwerpunktsenergien. Diese Beobachtung liefert einen Hinweis auf verbleibende Masseneffekte, die bei kleinsten Energien natürlich stärker ausgeprägt sind.

In Tab. 6.5-6.10 sind die entsprechenden  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werte der Anpassungen aufgelistet. Die Qualität der Theoriekurven mit JETSET 6.3(J) als Hadronisierungsmodell ist bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22$  GeV zufrieden stellend, verschlechtert sich aber bei wachsenden Schwerpunktsenergien für einige Observablen, wie insbesondere bei den Datensätzen mit der größten Statistik um  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV zu ersehen ist. Die  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werte mit ARIADNE als Hadronisierungsmodell fallen für alle Schwerpunktsenergien durchweg gut aus. Mit HERWIG ergeben sich ebenfalls Anpassungen von akzeptabler Qualität, von einigen Ausreißern bei  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV abgesehen. Die bei den alternativen Hadronisierungsmodellen vereinzelt auftretenden großen  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werte können häufig durch Verkleinerung der für PYTHIA optimierten Anpassungsbereiche verbessert werden, ohne dass sich das Ergebnis für  $\alpha_S$  signifikant ändert.

Hinsichtlich der Modellunsicherheiten lassen sich „gute“ und „schlechte“ Observablen unterscheiden.  $\alpha_S$ -Bestimmungen mit dem  $C$ -Parameter sind mit den größten Hadronisierungsunsicherheiten behaftet. Offensichtlich weisen die weniger inklusiven Observablen  $M_H$  und  $B_W$ , die aus den Vierervektoren der Ereignishemisphäre mit dem breiteren Jet bzw. dem Gluonjet berechnet werden, geringere Hadronisierungsunsicherheiten auf als die inklusiven Messgrößen. Nur die Observable  $y_{23}$  schneidet hier bei einigen Energiepunkten noch besser ab.

## 6.9 Kombination der Einzelresultate

Durch die Verwendung von verschiedenen Observablen zur  $\alpha_S$ -Bestimmung besteht die Möglichkeit, die theoretischen Unsicherheiten der Einzelmessungen zu verifizieren. Abb. 6.14 zeigt die  $\alpha_S$ -Resultate für alle Observablen und Energiepunkte, wobei jeweils die Summe aus statistischen und experimentellen Unsicherheiten einerseits und der Gesamtfehler inklusive theoretischer Unsicherheiten andererseits besonders hervorgehoben ist. Die Streuung der  $\alpha_S$ -Werte zwischen den Observablen ist bei allen Energien ähnlich. Die unteren und oberen Grenzen der Streuspannen sind stets durch die  $\alpha_S$ -Werte für  $B_W$  und  $y_{23}$  markiert. Für jeden Energiepunkt  $\sqrt{s}$  ergibt sich ein konsistentes Bild von Einzelmessungen, sodass die Angabe eines jeweils repräsentativen Werts für  $\alpha_S(\sqrt{s})$  gerechtfertigt erscheint.

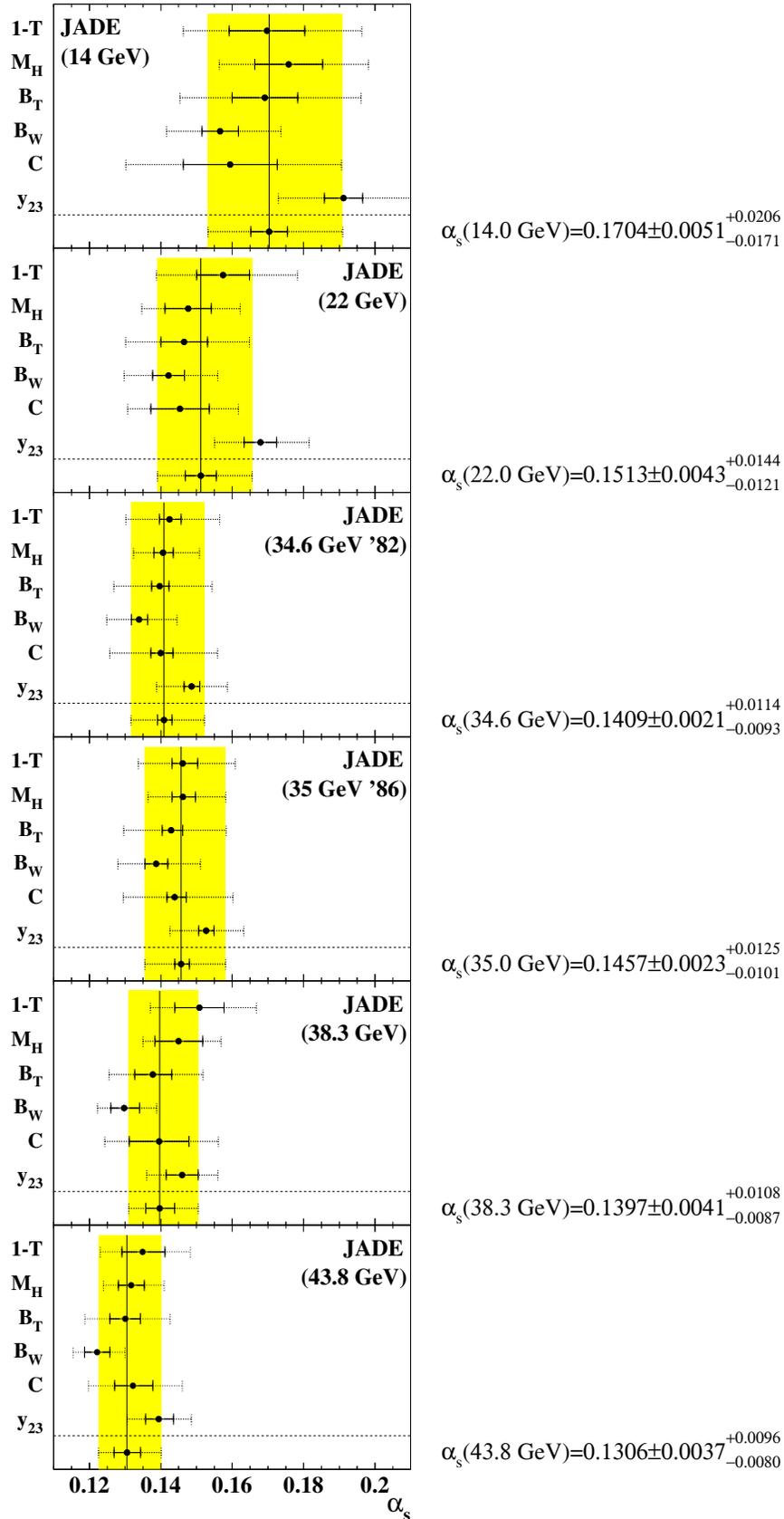


Abbildung 6.14: Ergebnisse für  $\alpha_S(\sqrt{s})$  für  $\sqrt{s} = 14-44$  GeV aus Anpassungen von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen an die differentiellen Verteilungen von  $1-T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$ ,  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$ . Die inneren Fehlerbalken repräsentieren die statistischen und experimentellen Fehler, die äußeren die Gesamtfehler.

### 6.9.1 Gewichteter Mittelwert

Die Methode des gewichteten Mittelwerts ist der Spezialfall eines  $\chi^2$ -Minimierungsansatzes, der sich in zahlreichen Analysen (z.B. [17, 201, 203, 217]) als geeignetes Verfahren zur Kombination der Einzelresultate erwiesen hat. Hierbei wird als bester Schätzwert für  $\alpha_S$  ein Mittelwert  $\bar{\alpha}_S$  angenommen, der den Ausdruck

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \left( \alpha_S^{(i)} - \bar{\alpha}_S \right) V_{ij}^{-1} \left( \alpha_S^{(j)} - \bar{\alpha}_S \right) \quad (6.21)$$

minimiert.  $\alpha_S^{(i)}$  bezeichnet das Ergebnis einer Einzelmessung mit der Observablen  $i$ . Die Kovarianzmatrix  $V_{ij}$  berücksichtigt Korrelationen zwischen den Observablen. Werden nur die Diagonaleinträge in  $V_{ij}$  verwendet, vereinfacht sich (6.21) zu

$$\chi^2 = \sum_i \frac{\left( \alpha_S^{(i)} - \bar{\alpha}_S \right)^2}{\delta_i^2}, \quad (6.22)$$

mit  $\delta_i$  als Fehler der Einzelmessung. Es folgt unmittelbar, dass das Minimum von (6.22) durch den *gewichteten Mittelwert*

$$\bar{\alpha}_S = \sum_i w_i \alpha_S^{(i)}, \quad w_i = \frac{1/\delta_i^2}{\sum_k 1/\delta_k^2}, \quad (6.23)$$

gegeben ist, wobei das Gewicht  $w_i$  für eine Observable aus den Quadraten der reziproken Gesamtmessfehler ermittelt wird, welche aus Tab. 6.5-6.10 zu entnehmen sind. Asymmetrische Fehler der Form  $\begin{smallmatrix} +x \\ -y \end{smallmatrix}$  fließen bei der Berechnung der Gewichte als  $(x+y)/2$  ein.

Zur Bestimmung der systematischen Fehler des gewichteten Mittelwerts werden statistische Korrelationen zwischen den Observablen außer Acht gelassen<sup>8</sup>. Korrelationen zwischen den systematischen Unsicherheiten werden berücksichtigt, indem für jeden der systematischen Tests aus Abschnitt 6.8 ein gewichteter Mittelwert analog zur Standardanalyse bestimmt wird [201]. Die resultierenden systematischen Abweichungen vom Mittelwert der Standardanalyse werden derselben Fehlerrechnung wie die individuellen Abweichungen für eine Observable unterworfen. Als statistische Unsicherheit des Endergebnisses wird der kleinste Anpassungsfehler einer Einzelmessung genommen.

Die gewichteten Mittelwerte  $\bar{\alpha}_S$  sind in Tab. 6.11 für alle sechs Schwerpunktsenergien zusammengefasst und in Abb. 6.14 grafisch dargestellt. Der wichtigste Fehlerbeitrag zum Endresultat stammt erwartungsgemäß von der Variation des Skalenfaktors  $x_\mu$ . Bei  $\sqrt{s} = 14$  und 22 GeV sind Unsicherheiten aufgrund der Modellierung der Hadronisierungseffekte von ebenso großer Bedeutung. Die Streuung der Einzelresultate wird bei jedem Energiepunkt durch den jeweiligen Gesamtfehler (schattierte Flächen in Abb. 6.14) abgedeckt.

Bedingt durch ihre Fehler tragen die Observablen  $C$  und  $1-T$  generell weniger zum Endergebnis bei als  $B_W$  und  $y_{23}$ . Die Situation für  $B_W$  ist insofern etwas unbefriedigend, als diese Variable einerseits deutliche Defizite bei der Beschreibung der Daten insbesondere bei  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV aufweist, andererseits aber bei fast allen Energiepunkten Messergebnisse mit den kleinsten Gesamtunsicherheiten liefert (siehe auch [17]). Die Ergebnisse für  $B_W$  sind jedoch innerhalb der Gesamtfehler mit den gewichteten Mittelwerten kompatibel.

<sup>8</sup>Diese Näherung ist sicherlich für  $\sqrt{s} > 22$  GeV gerechtfertigt.

$\sqrt{s}$ [GeV]	$\bar{\alpha}_S(\sqrt{s})$	Anpassung	Experiment	Hadron- isierung	Höhere Ordnungen	Gesamt
14.0	0.1704			+0.0141 −0.0136	+0.0143 −0.0091	+0.0206 −0.0171
22.0	0.1513			±0.0101	+0.0101 −0.0065	+0.0144 −0.0121
34.6 ('82)	0.1409	±0.0012	±0.0017	±0.0071	+0.0086 −0.0057	+0.0114 −0.0093
35.0 ('86)	0.1457	±0.0011	±0.0020	±0.0076	+0.0096 −0.0064	+0.0125 −0.0101
38.3	0.1397	±0.0031	±0.0026	±0.0054	+0.0084 −0.0056	+0.0108 −0.0087
43.8	0.1306	±0.0019	±0.0032	±0.0056	+0.0068 −0.0044	+0.0096 −0.0080
34.8 ('82+'86)	0.1431	±0.0008	±0.0017	±0.0073	+0.0091 −0.0060	+0.0118 −0.0096

Tabelle 6.11: Gewichtete Mittelwerte  $\bar{\alpha}_S(\sqrt{s})$  der Einzelergebnisse. Die mit \* markierten Zahlen sind kombinierte Werte aus Anpassungsfehler und experimentellem Gesamtfehler. Die unterste Zeile gibt einen kombinierten Wert der Ergebnisse bei  $\sqrt{s} = 34.6\text{ GeV}$  ('82) und  $35.0\text{ GeV}$  ('86) wieder.

Die Ergebnisse für  $\langle\sqrt{s}\rangle = 34.6$  und  $35.0\text{ GeV}$  werden zu einem repräsentativen Wert für  $\langle\sqrt{s}\rangle = 34.8\text{ GeV}$ , der luminositätsgewichteten Schwerpunktsenergie der zugrunde liegenden Datensätze, kombiniert. Hierzu werden mit Hilfe der jeweiligen reziproken Gesamtfehlerquadrate wieder gewichtete Mittelwerte der Zentralwerte und der systematischen Fehler gebildet, während der statistische Gesamtfehler durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet wird. Das Ergebnis ist in der untersten Zeile vom Tab. 6.11 abzulesen.

## 6.9.2 Kombinierte Anpassung

Einen alternativen Ansatz, um zu einem repräsentativen Wert für  $\alpha_S$  zu jedem Energiepunkt  $\sqrt{s}$  zu gelangen, stellt die *kombinierte Anpassung* dar. Hierzu werden die theoretischen Vorhersagen für alle sechs Observablen simultan an die entsprechenden Datenverteilungen angepasst, mit  $\alpha_S(\sqrt{s})$  als gemeinsamen freien Parameter. Diese Variante soll hier zur Verifizierung der Standardergebnisse und der Fehlerrechnung aus Abschnitt 6.9.1 ausprobiert werden. Es wird wieder die Methode der kleinsten Quadrate benutzt, wobei für diese Gegenprobe vereinfachend statistische Korrelationen zwischen den Observablen vernachlässigt werden. Die Anpassungsbereiche werden wie bei den individuellen Messungen (siehe Abschnitt 6.6.4) gelegt. Das statistische Gewicht in der kombinierten Anpassung fällt pro Energiepunkt für alle Observablen näherungsweise gleich aus. Systematische Fehler werden bestimmt, indem Details der Analyseprozedur (z.B. Selektionsschnitte oder Hadronisierungsmodell) wie in Abschnitt 6.8 beschrieben modifiziert werden und die Anpassung wiederholt wird. Aus den Abweichungen von den Ergebnissen der Standardanalyse werden Gesamtfehler analog zur Individualanalyse berechnet.

Die  $\alpha_S$ -Resultate der kombinierten Messungen sind in Tab. 6.12 zusammengefasst. Die  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  der Anpassungen liegen zwischen 1.0 und 3.8. Die Zentralwerte stimmen mit den Ergebnissen aus Tab. 6.11 sehr gut überein. Die Anpassungsunsicherheiten fallen bei der kombinierten Methode jedoch geringer aus, was auf die Vernachlässigung der Korrelationen zwischen den statistischen Fehlern zurückzuführen ist. Anders als bei den Individualmessungen wurde hier

$\sqrt{s}$ [GeV]	$\alpha_S(\sqrt{s})$	Anpassung	Experiment	Hadronisierung	Höhere Ordnungen	Gesamt	$\chi^2/\text{d.o.f.}$
14.0	0.1696	$\pm 0.0029$	$\pm 0.0062$	+0.0135 -0.0129	+0.0149 -0.0115	+0.0212 -0.0186	50.7/36
22.0	0.1511	$\pm 0.0023$	$\pm 0.0031$	$\pm 0.0098$	+0.0107 -0.0081	+0.0150 -0.0133	42.3/43
34.6 ('82)	0.1407	$\pm 0.0006$	$\pm 0.0020$	$\pm 0.0074$	+0.0089 -0.0068	+0.0118 -0.0103	123/41
35.0 ('86)	0.1453	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0021$	$\pm 0.0079$	+0.0100 -0.0077	+0.0129 -0.0112	151/39
38.3	0.1392	$\pm 0.0017$	$\pm 0.0026$	$\pm 0.0055$	+0.0086 -0.0064	+0.0107 -0.0090	51.8/48
43.8	0.1303	$\pm 0.0010$	$\pm 0.0032$	$\pm 0.0058$	+0.0070 -0.0052	+0.0096 -0.0084	83.1/51

Tabelle 6.12:  $\alpha_S(\sqrt{s})$  aus der simultanen Anpassung der QCD-Vorhersagen an alle sechs Observablen.

darauf verzichtet, experimentelle Abweichungen für  $\sqrt{s} \leq 22$  GeV um den Anpassungsfehler zu reduzieren. Beiden Methoden liefern für  $\sqrt{s} > 22$  GeV in etwa übereinstimmende experimentelle systematische Fehler. Für  $\sqrt{s} = 22$  GeV ist die quadratische Summe aus experimentellen und Anpassungsfehlern vergleichbar mit dem entsprechenden kombinierten Wert aus Tab. 6.11, wohingegen für  $\sqrt{s} = 14$  GeV ein größerer Wert beobachtet wird. Hadronisierungsunsicherheiten lassen sich mit der kombinierten Methode sehr gut reproduzieren. Systematische Effekte aufgrund fehlender höherer Ordnungen sind bei den kombinierten Anpassungen etwas größer aber nichtsdestotrotz in akzeptabler Übereinstimmung mit der Methode der gewichteten Mittelwerte.

## 6.10 Test der Energieevolution von $\alpha_S$

Mit den Ergebnissen dieser Arbeit kann die Energieevolution der starken Kopplungskonstanten auf der Basis einer relativ einheitlichen Analysetechnik für Topologievariablen in einem deutlich erweiterten Energiebereich des  $e^+e^-$ -Kontinuums getestet werden. Abb. 6.15 zeigt die Endresultate aus Tab. 6.11 als Funktion der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  (volle Kreise), wobei die inneren Fehlerbalken statistische und experimentelle systematische Fehler und die äußeren Fehlerbalken die Gesamtfehler repräsentieren. Im selben Diagramm sind auch Ergebnisse vergleichbarer Analysen bei höheren Schwerpunktsenergien eingetragen, die von verschiedenen Experimenten an den Beschleunigern KEK (TOPAZ,  $\sqrt{s} \simeq 58$  GeV), SLC (SLD,  $\sqrt{s} \simeq 91$  GeV) und LEP (ALEPH, DELPHI, L3, OPAL,  $\sqrt{s} \simeq 91$ -189 GeV) publiziert sind und in [11] zu repräsentativen  $\alpha_S$ -Werten für die entsprechenden Energiepunkte zusammengefasst worden sind (leere Kreise). Alle Messungen verwenden  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen für einen ähnlichen Satz von Topologievariablen<sup>9</sup> sowie ein Stringfragmentationsmodell wie PYTHIA oder JETSET für die Berechnung nichtperturbativer Korrekturen der Hauptresultate (siehe [11] und dortige Referenzen für Details). Systematische Fehlerbeiträge aufgrund unvollständig gerechneter Terme höherer Ordnung in der Theorievorhersage werden stets durch vergleichbare Variationen des

<sup>9</sup>Einige Unterschiede seien als Beispiele angegeben. So sind in der TOPAZ-Analyse [219] die Jetbreiten  $B_T$  und  $B_W$  sowie der  $C$ -Parameter nicht vertreten. Ferner ist hier als Zentralwert für  $\alpha_S$  der Mittelwert der Ergebnisse aus dem  $R$ -Matching und dem  $\ln(R)$ -Matching angegeben. Die SLD-Analyse [20] hingegen benutzt einen Durchschnitt aus allen vier Matchingschemata. In der OPAL-Analyse bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  [17] ist der  $C$ -Parameter nicht vertreten, es wird aber ebenso wie in der SLD-Analyse die Energie-Energie-Korrelation zusätzlich berücksichtigt.

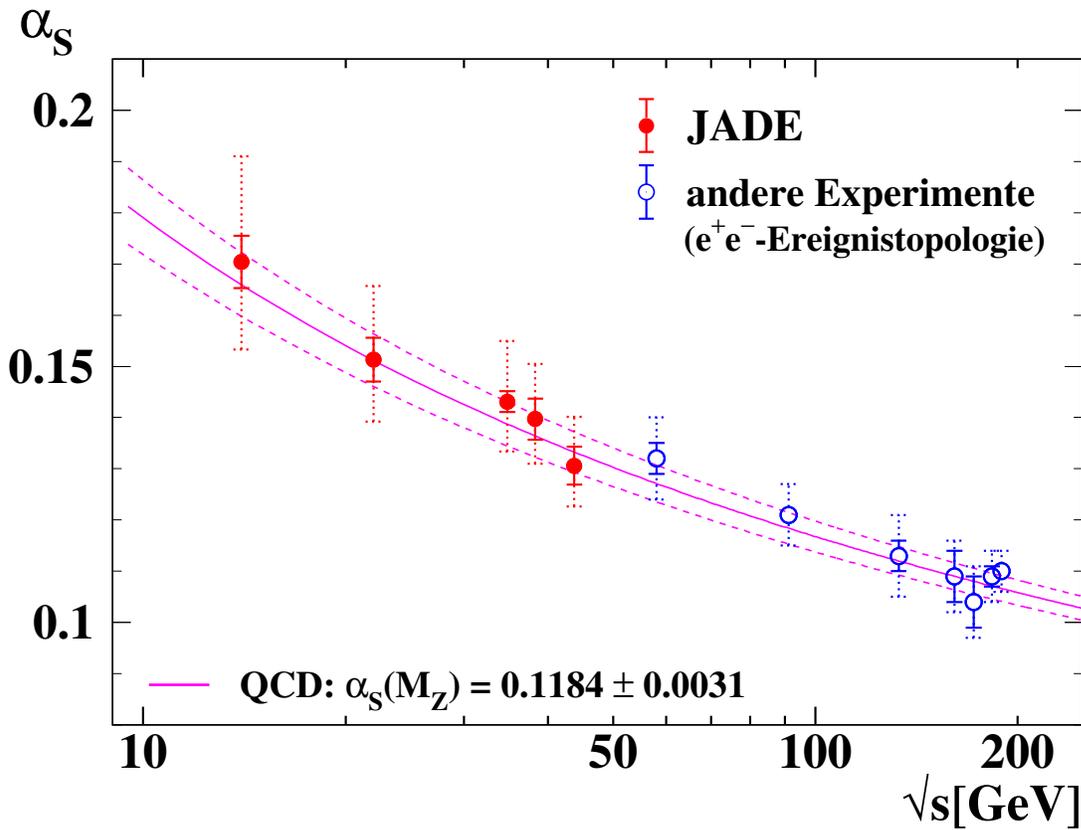


Abbildung 6.15:  $\alpha_S$ -Resultate aus  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen als Funktion der  $e^+e^-$ -Vernichtungsenergie  $\sqrt{s}$ . Statistische und experimentelle systematische Fehler sind durch die inneren, Gesamtfehler inklusive Theorieunsicherheiten durch die äußeren Fehlerbalken dargestellt. Die Ergebnisse dieser Arbeit (volle Kreise) und anderer Analysen [11] (leere Kreise), basierend auf resummierten Rechnungen für Topologievariablen, sind der QCD-Erwartung in  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$  (Kurven) für den derzeitigen Weltmittelwert  $0.1184 \pm 0.0031$  [11] gegenübergestellt.

Renormierungsskalenfaktors um  $x_\mu = 1$  quantifiziert. Gängige Praxis bei der Abschätzung von Hadronisierungsunsicherheiten ist die Variation der Modellparameter um experimentenspezifische Optimaleinstellungen und die Benutzung alternativer Modelle wie HERWIG oder ARIADNE.

In Abb. 6.15 ist auch die QCD-Erwartung in  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$  (Gl. (2.17)) für die laufende Kopplungskonstante mit dem derzeit aktuellen Weltmittelwert für  $\alpha_S(M_{Z_0})$  [11] dargestellt. Die Zahl basiert ausschließlich auf Messgrößen, die vollständig in  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$  gerechnet sind, etwa dem hadronischen Verzweigungsverhältnis in  $\tau$ -Zerfällen oder dem hadronischen Wirkungsquerschnitt bei  $\sqrt{s} = M_{Z_0}$ . Offensichtlich spiegeln die aus resummierten Vorhersagen extrahierten  $\alpha_S$ -Werte nicht nur die erwartete Energieevolution wider, sondern sind konsistent mit dem numerischen Ergebnissen für  $\alpha_S(M_{Z_0})$  aus anderen störungstheoretischen Ansätzen.

### 6.10.1 Anpassung der QCD-Vorhersage

Quantitativ kann die QCD-Erwartung durch eine  $\chi^2$ -Anpassung von Gl. (2.17) an die  $\alpha_S$ -Werte aus Abb. 6.15 getestet werden, mit  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$  als freiem Parameter. Es werden nur statistische und experimentelle Fehler berücksichtigt, da die theoretischen Unsicherheiten streng korreliert sind.

$\alpha_S$ -Hypothese <i>eingehender Fehler</i>	$\sqrt{s}$ -Bereich [GeV]	$\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(5)}$ [MeV]	$\alpha_S(M_{Z^0})$	$\chi^2/\text{d.o.f.}$	$P(\chi^2, \text{d.o.f.})$
QCD-Erwartung <i>stat. + exp.</i>	14 – 44	$236 \pm 12$	$0.1203 \pm 0.0010$	3.1 / 4	54%
	58 – 189	$251 \pm 9$	$0.1214 \pm 0.0007$	3.6 / 6	73%
	14 – 189	$246 \pm 7$	$0.1210 \pm 0.0006$	7.6 / 11	75%
$\alpha_S = \text{const}$ <i>stat. + exp. + theo.</i>	14 – 44	—	$0.1413 \pm 0.0050$	4.5 / 4	34%
	58 – 189	—	$0.1125 \pm 0.0022$	10.6 / 6	10%
	35 – 189	—	$0.1159 \pm 0.0021$	27.9 / 9	$1.0 \cdot 10^{-3}$
	14 – 189	—	$0.1173 \pm 0.0029$	42.9 / 11	$1.1 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 6.13: Test der  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ -Erwartung für das Laufen von  $\alpha_S$  und der Hypothese  $\alpha_S = \text{const}$  für verschiedene Energiebereiche.

Statistische und experimentelle Unsicherheiten zwischen unterschiedlichen Energiepunkten werden der Einfachheit halber als unkorreliert betrachtet, da die Messfehler von verschiedenen Experimenten nicht streng miteinander vergleichbar sind. Es werden Anpassungen für den gesamten Energiebereich 14-189 GeV und —als Konsistenztest— auch für separate Energieregionen 14-44 GeV, 58-189 GeV und 35-189 GeV durchgeführt.

Die Ergebnisse für  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$  für fünf aktive Quarksorten sind mit Hilfe von Gl. (2.17) zu  $\alpha_S(M_{Z^0})$  konvertiert und in Tab. 6.13 zusammengefasst. Die  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werte liegen zwischen 0.5 und 0.8, entsprechend Anpassungswahrscheinlichkeiten<sup>10</sup> von 54-75%. Die aus den separaten Datensätzen gewonnenen  $\alpha_S$ -Werte sind mit dem Ergebnis aus der Anpassung an alle Datenpunkte bei  $\sqrt{s} = 14\text{-}189$  GeV innerhalb der Anpassungsfehler verträglich. Neben der guten Übereinstimmung mit der Theorieerwartung spiegelt das Ergebnis die Selbstkonsistenz der von verschiedenen Experimenten benutzten perturbativen Rechnungen und phänomenologischen Hadronisierungsmodelle wider. Freilich ist die Energieentwicklung der Hadronisierungskorrekturen, die in die  $\alpha_S$ -Ergebnisse aus Abb. 6.15 einfließen, ein Nachteil der Analysemethode, sodass die  $\alpha_S$ -Werte durch die Verwendung von alternativen Hadronisierungsmodellen zur Abschätzung nichtperturbativer Effekte verifiziert werden müssen.

Als Gegenprobe wird daher die unphysikalische Hypothese einer energieunabhängigen Kopplungskonstanten auf Basis der Gesamtfehler inklusive theoretischer Unsicherheiten getestet. Eine entsprechende Anpassung, die Korrelationen gänzlich vernachlässigt, führt zu den Ergebnissen in Tab. 6.13. Aufgrund der tatsächlichen positiven Korrelationen der wichtigsten theoretischen systematischen Effekte sind die angegebenen Anpassungswahrscheinlichkeiten als obere Grenzen zu verstehen. Der Ausschluss der Hypothese ist durch Hinzunahme der PETRA-Datensätze mit einem Konfidenzniveau von 99.999 % deutlich signifikanter als mit den separaten Datensätzen bei PETRA- oder LEP-Energien. Mit dieser Gegenprobe scheiden auch einige alternative Kandidaten für eine Theorie der starken Wechselwirkung aus (z.B. abelsche  $U(1)^3$ -Theorie mit drei Quarkfarbenzuständen und farbneutralen Gluonen [10]).

<sup>10</sup>Gemeint ist ein auf der  $\chi^2$ -Verteilung  $f(z, n)$  basierender Hypothesentest, welcher angibt, wie groß die Wahrscheinlichkeit  $P(\chi^2, n) = \int_{\chi^2}^{\infty} f(z, n) dz$  für  $n$  Freiheitsgrade ist, bei einer Wiederholung der Messungen ein größeres  $\chi^2$  zu erhalten [12].

$\sqrt{s}$ [GeV]	$\alpha_S(M_{Z^0})$	Fit + Experiment	Hadron- isierung	Höhere Ordnungen	Gesamt
14.0	0.1206	$\pm 0.0025$	$\pm 0.0068$	+0.0068 −0.0046	+0.0097 −0.0087
22.0	0.1185	$\pm 0.0026$	$\pm 0.0061$	+0.0060 −0.0040	+0.0085 −0.0075
34.8	0.1215	$\pm 0.0015$	$\pm 0.0052$	+0.0064 −0.0043	+0.0084 −0.0070
38.3	0.1209	$\pm 0.0030$	$\pm 0.0040$	+0.0062 −0.0042	+0.0079 −0.0065
43.8	0.1163	$\pm 0.0029$	$\pm 0.0044$	+0.0053 −0.0035	+0.0075 −0.0064
	0.1194	$\pm 0.0020$	$\pm 0.0051$	+0.0061 −0.0041	+0.0082 −0.0068

Tabelle 6.14: Extrapolation der  $\alpha_S$ -Ergebnisse auf  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  mit der  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ -Vorhersage für die laufende Kopplungskonstante. Die unterste Zeile gibt einen kombinierten Wert für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  an.

### 6.10.2 $\alpha_S(M_{Z^0})$ aus JADE-Daten

Um einen kombinierten Wert für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  abzuleiten, werden mit Hilfe von Gl. (2.17) die Ergebnisse und die Unsicherheiten für  $\bar{\alpha}_S$  aus Tab. 6.11 jeweils auf  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  extrapoliert. Aus den Zentralwerten und den experimentellen und theoretischen systematischen Fehlern werden jeweils gewichtete Mittelwerte mit Hilfe der reziproken Gesamtfehlerquadrate bestimmt. Auf diese Weise werden analog zur Kombination der Einzelergebnisse von Observablen Korrelationen zwischen den systematischen Fehlern berücksichtigt. Die statistische Komponente wird durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmt<sup>11</sup>. Die resultierenden Abweichungen vom gewichteten Mittelwert der Standardergebnisse werden quadratisch zu einem Gesamtfehler addiert. Tab. 6.14 fasst die so gewonnenen Ergebnisse bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  zusammen.

## 6.11 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser  $\alpha_S$ -Studie wurden resummierte Vorhersagen für topologische Observablen erstmals bei PETRA-Energien getestet, indem kombinierte  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen (Abschnitt 6.3) mit den heute gängigen Fragmentationsmodellen PYTHIA/JETSET, ARIADNE und HERWIG (Abschnitt 2.4) gefaltet und an die mit JADE gemessenen Hadronniveaueverteilungen angepasst wurden. Im unteren Energiebereich bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22\text{ GeV}$  sind drastisch anwachsende Hadronisierungskorrekturen der perturbativen Vorhersage festzustellen. Die binweise Korrekturmethode erweist sich in Bereichen flacher Korrekturen dennoch als sinnvolle Entfaltungsmethode, wie der Vergleich mit der Matrixentfaltung zeigt (Abschnitt 6.6.2). Die Abschätzung von Hadronisierungseinflüssen auf die Messverteilungen ist insbesondere bei den kleinsten Schwerpunktsenergien mit großen Unsicherheiten verbunden. Die Observablen  $B_W$  und  $y_{23}$  zeichnen sich hierbei durch vergleichsweise kleine Unsicherheiten aus.

Sowohl die kombinierten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA- als auch die reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen passen in der Regel gut zu den Daten (Abschnitt 6.7.1). Die resummierte Vorhersage für  $B_W$  weist jedoch

<sup>11</sup>Die in Tab. 6.11 mit \* markierten kombinierten Werte bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22\text{ GeV}$  werden hier aufgrund der Dominanz der statistischen Unsicherheiten zur statistischen Komponente hinzugerechnet.

deutliche Defizite auf, die sich insbesondere bei  $\sqrt{s} = 35 \text{ GeV}$  als signifikanter Exzess der Theorieerwartung in der 3-Jet-Region der Messverteilung zeigt. Mit der Datenstatistik des JADE-Experiments ist keine durchgehende Bevorzugung eines Vorhersagetyps oder Matchingschemas erkennbar.

Für die Bestimmung von  $\alpha_S$  gibt es eine Präferenz für  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen, da diese konsistentere  $\alpha_S$ -Resultate liefern und gegenüber den reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen eine deutlich reduzierte Skalenabhängigkeit um den durch die harte Prozessskala  $\sqrt{s}$  physikalisch ausgezeichneten Renormierungspunkt  $x_\mu = 1$  aufweisen (Abschnitt 6.7.3). Die experimentelle Optimierung der Skalenfaktoren liefert in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  für alle Schwerpunktsenergien durchgehend Werte  $x_\mu^{\text{opt}} \ll 1$ , wohingegen die entsprechenden  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Ergebnisse um  $\mathcal{O}(1)$  streuen. Diese Beobachtung wird auch durch diverse LEP-Befunde bestätigt und ist im Einklang mit der theoretischen Erwartung.

Die aus den Größen  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$  und  $C$  extrahierten  $\alpha_S$ -Werte sind für alle Energiepunkte innerhalb der statistischen und experimentellen Unsicherheiten konsistent. Die Resultate für  $B_W$  und  $y_{23}$  sind gegenüber diesen systematisch nach unten bzw. nach oben verschoben. Das charakteristische Streumuster der Einzelresultate um die gewichteten Mittelwerte (Abb. 6.14) wird üblicherweise als Hinweis auf fehlende Terme in der störungstheoretischen Vorhersage interpretiert. Der aufgespannte Wertebereich ist aber durch die definierten theoretischen Unsicherheiten (Abschnitt 6.8) gut wiedergegeben. Der dominante Fehlerbeitrag stammt von der Variation des Skalenfaktors  $x_\mu$ . Bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22 \text{ GeV}$  sind mit den alternativen Parametereinstellungen und Modellierungen der Hadronisierungsprozesse Messunsicherheiten von gleicher Größenordnung verbunden.

Mit den  $\alpha_S$ -Ergebnissen dieser Analyse und entsprechenden Resultaten von Experimenten bei LEP und anderen Beschleunigern kann das Laufen von  $\alpha_S(\sqrt{s})$  im Sinne der QCD-Erwartung im Energiebereich  $\sqrt{s} = 14 - 189 \text{ GeV}$  auf Basis von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen und gängigen Hadronisierungsmodellen überzeugend demonstriert werden (Abschnitt 6.10). Hierbei ist zu beachten, dass den zur Messung verwendeten analytischen Rechnungen und Monte-Carlo-Modellen die QCD-Struktur bereits aufgeprägt ist. Für die Zuverlässigkeit dieser Studie ist daher sowohl die weitgehend gute Übereinstimmung der perturbativen (Abschnitt 6.7.1) und phänomenologischen Vorhersagen (Abschnitt 5.5) mit den Daten als auch die Verwendung von mehreren möglichst alternativen Hadronisierungsmodellen essenziell.

Die Einzelergebnisse können mit Hilfe der QCD-Vorhersage für die Energieentwicklung von  $\alpha_S(\sqrt{s})$  zu einer repräsentativen Zahl,

$$\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1194^{+0.0082}_{-0.0068} \quad (\text{PETRA})$$

zusammengefasst werden, wobei der Fehler die Gesamtunsicherheiten angibt. Das Ergebnis ist in guter Übereinstimmung mit der direkten Messung bei LEP und einer entsprechenden Kombination aller LEP 2 Resultate [11],

$$\begin{aligned} \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.121 \pm 0.006 \quad (\text{LEP}) \\ \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.120 \pm 0.007 \quad (\text{LEP2}) . \end{aligned}$$

die ebenfalls auf  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen für Topologievariablen beruhen. Der Gesamtfehler der vorliegenden Messung ist durch die gegenüber den LEP-Analysen teilweise konservativere Abschätzung der Hadronisierungsunsicherheiten (JETSET 6.3(JADE) vs. PYTHIA 5.7(OPAL) als zusätzliche systematische Fehlerquelle) und den Beitrag der Ergebnisse bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22 \text{ GeV}$  etwas größer.



# Kapitel 7

## Test von Potenzkorrekturen für Topologievariablen bei $\sqrt{s} = 14 - 189 \text{ GeV}$

Tests der Quantenchromodynamik auf der Grundlage von topologischen Observablen für hadronische Endzustände erfordern ein hinreichendes Verständnis von nichtperturbativen Einflüssen auf die gemessene Ereignistopologie. Für die Zuverlässigkeit von  $\alpha_S$ -Bestimmungen ist eine detaillierte Modellierung des Confinement-Bereichs der Hadronisierung wesentlich, da sich hier der Übergang einer Partonkonfiguration, dem eigentlichen Gegenstand der Theorie, zu den experimentell beobachtbaren Teilchen vollzieht. Hierzu stehen alternative, teilweise seit Jahrzehnten bewährte phänomenologische Monte-Carlo-Modelle wie JETSET oder HERWIG (Abschnitt 2.4) zur Verfügung. Die Abschätzung von nichtperturbativen Effekten mit solchen Modellen ist jedoch mit zahlreichen parameter- und modellbedingten Unsicherheiten behaftet (Abschnitt 6.8.3).

In diesem Kapitel wird daher eine alternative Strategie zur Behandlung von Hadronisierungseffekten in  $\alpha_S$ -Messungen untersucht, so genannte *Energiepotenzkorrekturen*<sup>1</sup> für topologische Observablen. Hierbei wird die perturbative Vorhersage für eine Observable meist durch ein Polynom in der reziproken harten Prozessskala  $Q \equiv \sqrt{s}$  modifiziert. Bereits das einfache longitudinale Phasenraum-Modell [90, 91] (Abschnitt 2.3.3), welches im Wesentlichen eine Vereinfachung des in JETSET implementierten Stringfragmentationsmodells darstellt, macht potenzartige Korrekturen  $\propto 1/Q$  für die meisten der hier untersuchten Variablen plausibel. Für die Mehrzahl von  $e^+e^-$ -Observablen sind Hadronisierungseffekte mit  $1/Q^2$  oder in höherer Ordnung unterdrückt, so etwa der totale hadronische Wirkungsquerschnitt  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})$  mit einem führenden Korrekturterm  $\mathcal{O}(1/Q^4)$  [94]. Aufgrund ihrer charakteristischen Energieabhängigkeit spielen nichtperturbative Effekte bei weniger inklusiven Größen wie den Topologievariablen nicht nur bei PETRA-, sondern auch bei LEP-Energien  $Q = 91 - 209 \text{ GeV}$  eine große Rolle.

In den letzten Jahren wurde intensiv die Entwicklung von *analytischen* Verfahren vorangetrieben, um soviel Information wie möglich über die Hadronisierung von Seiten der perturbativen Theorie abzuleiten [43–45, 91, 95, 220–223]. Die Erweiterung des konventionellen störungstheoretischen Ansatzes —mit  $\alpha_S$  als Entwicklungsparameter— auf höhere Ordnungen  $n$  ist jedoch mit der Beobachtung verknüpft, dass die Koeffizienten der Störungsreihe mit  $n!$  wachsen und diese

---

<sup>1</sup>Engl. *Power Corrections*

daher divergiert. Bei kleinen Energieskalen, also im Regime der Hadronisierung, werden *infrarote Renormalons* als eine Quelle dieser Divergenzen ausgemacht [95]. Diese stellen eine Klasse von Feynmangraphen dar, in denen die Einschleifenkorrektur des Gluonpropagators durch eine sukzessiv aufgebaute Kette von virtuellen Quark-Antiquark-Paaren modifiziert ist. Es erweist sich, dass die Berechnung dieser Objekte mit Ambiguitäten in der Störungsreihe verknüpft ist, die mit Potenzen von  $\Lambda/Q$  oder  $\ln(Q/\Lambda)$  unterdrückt sind [220, 223]. Renormalonambiguitäten können durch den nichtperturbativen Teil des QCD-Matrixelements jedoch nur dann absorbiert werden, wenn sie dieselbe  $Q$ -Abhängigkeit aufweisen [223]. In diesem Sinne verhilft Störungstheorie in hoher Ordnung, bei QCD-Observablen potenzartige Korrekturen nichtperturbativen Ursprungs aufzuspüren.

Allgemein erwartet man für infrarotsichere Variablen eine Korrektur der perturbativen Vorhersage der Form [224]

$$\frac{\Delta\sigma^{\text{NP}}}{\sigma} \propto \frac{\ln^q Q}{Q^p} \quad (7.1)$$

aufgrund von nichtperturbativen Effekten im Confinementbereich. Die führenden Ordnungen  $(p, q)$  der Korrektur schätzen sich mit unterschiedlichen störungstheoretischen Methoden typischerweise zu  $(p, q) = (1, 0)$  für  $\mathcal{F} = 1 - T$ ,  $M_{\text{H}}^2$ ,  $B_{\text{T}}$ ,  $B_{\text{W}}$  und  $C$  sowie  $(p, q) = (2, 0)$  oder  $(p, q) = (2, 1)$  für  $\mathcal{F} = y_{23}$  [43] ab.

Schwerpunkt dieses Kapitels bildet ein analytischer Ansatz von Dokshitzer, Marchesini und Webber (DMW) [42–46] zur Beschreibung potenzartiger Korrekturen für die differentiellen Verteilungen von topologischen Observablen. Diese sind für die meisten Standardvariablen zur  $\alpha_{\text{S}}$ -Messung gerechnet worden. Vorhersagen für die Mittelwerte  $\langle \mathcal{F} \rangle$  von einigen „klassischen“ Observablen wie z.B.  $\langle 1 - T \rangle$  und  $\langle M_{\text{H}}^2 \rangle$  sind schon seit geraumer Zeit auf dem Markt und Gegenstand von zahlreichen Studien gewesen (z.B. [158, 225, 226]). Potenzkorrekturen für differentielle Verteilungen haben eine teilweise erheblich kompliziertere Struktur. So wurden erste Vorhersagen für die Jetbreiten  $B_{\text{T}}$  und  $B_{\text{W}}$  —nach anfänglichen Revisionen— erst unlängst präsentiert [46].

Für Tests des DMW-Modells finden neben den JADE-Daten aus Kapitel 5 auch publizierte Daten von Experimenten bei PETRA, LEP und anderen  $e^+e^-$ -Beschleunigern Anwendung, sodass in dieser Analyse insgesamt ein Energiebereich von  $\sqrt{s} = 14\text{--}189\text{ GeV}$  abgedeckt wird. Es wird der Frage nachgegangen, ob das analytische Modell mit der Monte-Carlo-Methode bei der Beschreibung der Messverteilungen konkurrieren kann. Darüber hinaus wird der Versuch einer konsistenten  $\alpha_{\text{S}}$ -Bestimmung auf der Grundlage von kombinierten  $\mathcal{O}(\alpha_{\text{S}}^2)$ +NLLA- und DMW-Vorhersagen unternommen.

## 7.1 Vorhersagen des DMW-Modells

Im DMW-Ansatz werden nichtperturbative Korrekturen für topologische Observablen durch den Beitrag niederenergetischer Gluonen in einem Energiebereich  $\mathcal{O}(\Lambda)$  verursacht, wo die perturbative Entwicklung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_{\text{S}}^{\text{PT}}(Q)$  divergiert. Die Position der Divergenz, der Landau-Pol, liegt im  $\overline{\text{MS}}$ -Schema bei  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}} \approx 200\text{ MeV}$ . Das DMW-Modell macht von der plausiblen Grundannahme Gebrauch, dass die Emission von Gluonen im Confinementbereich durch eine von der perturbativen Form  $\alpha_{\text{S}}^{\text{PT}}(Q)$  abweichende *endliche physikalische Kopplungskonstante*  $\alpha_{\text{S}}(Q)$  kontrolliert wird.

Im Kontext potenzartiger Korrekturen für das Laufen der starken Kopplung wurden explizite analytische Fortsetzungen für  $\alpha_S^{\text{PT}}(Q)$  formuliert (z.B. [227], Abb. 7.1), um den Landau-Pol zu beseitigen. Das DMW-Modell hingegen benutzt eine *Dispersionsrelation* [42]

$$\frac{\alpha_S(Q^2)}{Q^2} = \int_0^\infty d\mu^2 \frac{\alpha_{\text{eff}}(\mu^2)}{(\mu^2 + Q^2)^2}$$

als Darstellung für die physikalische Kopplung  $\alpha_S(Q)$ . Die Dispersionsvariable  $\mu^2$  ist die Manifestation virtueller Partonzwischenzustände des Gluons und kann als artifizielle Gluonmasse aufgefasst werden, durch die der Landau-Pol beseitigt werden kann, ohne die Renormierbarkeit der Theorie zu zerstören. Die effektive Kopplung  $\alpha_{\text{eff}}$  erscheint in diesem Bild als (endliche) Fortsetzung der physikalischen Kopplung  $\alpha_S(Q)$  in den nichtperturbativen Bereich verschwindender Gluonvirtualitäten ( $\mu^2 \rightarrow 0$ ).

In den Rechnungen für die Topologievariablen, die den dispersiven Ansatz benutzen, wird gewöhnlich eine Zerlegung des Problems in einen perturbativen (PT) und nichtperturbativen (NP) Anteil unternommen. Die Trennung erfolgt an einer Skala  $\mu_1$ , der *infraroten Matchingskala*, an der auch das obige Dispersionsintegral abgeschnitten wird. Die Vorhersage  $\mathcal{F}(Q)$  für eine Observable schreibt sich mit Hilfe der effektiven Kopplung  $\alpha_{\text{eff}}$  und einer die Variable charakterisierenden dimensionslosen Funktion  $f(\mu/Q)$  generisch wie folgt [42]:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(Q) &= \int_0^Q \frac{d\mu}{\mu} \alpha_{\text{eff}}(\mu) f\left(\frac{\mu}{Q}\right) \\ &\approx \frac{4}{\pi} \left[ \int_0^{\mu_1} \frac{d\mu}{\mu} \alpha_S(\mu) f\left(\frac{\mu}{Q}\right) + \int_{\mu_1}^Q \frac{d\mu}{\mu} \alpha_S^{\text{PT}}(\mu) f\left(\frac{\mu}{Q}\right) \right]. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Das erste Integral in (7.2) ist für nichtperturbative Beiträge verantwortlich, die näherungsweise nur für  $Q \leq \mu_1$  evaluiert werden in der Annahme, Hadronisierungseffekte im Confinementbereich zu erfassen. Für den Bereich  $\Lambda \ll \mu_1 \leq Q$  hingegen wird die Gültigkeit der perturbativen QCD unterstellt. Durch Sortieren der Beiträge,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(Q) &\approx \frac{4}{\pi} \left[ \int_0^{\mu_1} \frac{d\mu}{\mu} \alpha_S(\mu) f\left(\frac{\mu}{Q}\right) - \int_0^{\mu_1} \frac{d\mu}{\mu} \alpha_S^{\text{PT}}(\mu) f\left(\frac{\mu}{Q}\right) \right] \\ &\quad + \int_0^Q \frac{d\mu}{\mu} \alpha_S^{\text{PT}}(\mu) f\left(\frac{\mu}{Q}\right) \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$= \mathcal{F}^{\text{PC}}(Q) + \mathcal{F}^{\text{PT}}(Q), \quad (7.4)$$

kann der Gesamtbeitrag  $\mathcal{F}^{\text{PC}}(Q)$  im Confinementbereich (Ausdruck in eckigen Klammern von (7.3)) vom rein perturbativen Teil  $\mathcal{F}^{\text{PT}}(Q)$  separiert werden.  $f(\mu/Q)$  legt observablenspezifische

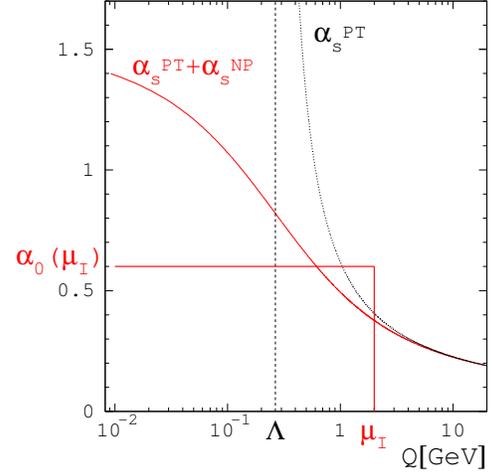


Abbildung 7.1: Physikalische Kopplungskonstante  $\alpha_S(Q)$  im nichtperturbativen Bereich als (symbolische) Summe eines perturbativen (PT) und eines nichtperturbativen (NP) Anteils. Die Darstellung geht auf ein analytisches Modell für  $\alpha_S(Q)$  zurück [227]. Im DMW-Modell sind nur Mittelwerte  $\alpha_0(\mu_1)$  und höhere Momente von  $\alpha_S(Q)$  relevant.

Details der Potenzkorrekturen fest, die letztlich als additive Korrektur zur perturbativen Vorhersage auftreten. Ihre Existenz beruht laut Gl. (7.3) auf der Abweichung der realen Kopplung  $\alpha_S$  von der perturbativen Kopplung  $\alpha_S^{\text{PT}}$ . Der Ausdruck in den eckigen Klammern ist aufgrund gegenseitiger Aufhebung der Divergenzen endlich und frei von Renormalisationsambiguitäten [224].

Die Auswertung von Gl. (7.3) ist für die Mittelwerte  $\langle \mathcal{F} \rangle$  sowie für die differentiellen Verteilungen  $d\sigma/d\mathcal{F}$  der topologischen Observablen möglich. Im DMW-Modell werden dabei die nichtperturbativen Details für  $Q \leq \mu_I$  in der Definition von Momenten

$$\alpha_{p-1}(\mu_I) \equiv \frac{p}{\mu_I^p} \int_0^{\mu_I} \frac{d\mu}{\mu} \mu^p \alpha_S(\mu) \quad (7.5)$$

der physikalischen Kopplungskonstanten  $\alpha_S(\mu)$  absorbiert. Üblicherweise wird  $\mu_I$  auf 2 GeV gesetzt [42]. Der Ansatz (7.4) lässt unschwer erkennen, dass sich für die Mittelwerte  $\langle \mathcal{F} \rangle$  eine additive Korrektur ergibt:

$$\langle \mathcal{F} \rangle = \langle \mathcal{F} \rangle^{\text{PT}} + \mathcal{D}_{\mathcal{F}} \mathcal{P}, \quad (7.6)$$

wobei  $\mathcal{P}$  eine universelle Funktion und  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$  einen observablenabhängigen Term bezeichnet. Die Rechnungen für die differentiellen Verteilungen sind an der in Abschnitt 6.2 erläuterten Resummationstechnik angelehnt. Analog zur Behandlung der führenden Logarithmen können auch die führenden Potenzkorrekturen teilweise in exponentierter Form dargestellt werden [44]. Als Folge wird die gesamte Verteilung auf spezifische Weise transformiert, die sich in führender Ordnung  $\mathcal{O}(1/Q)$  als additive Korrektur

$$\frac{d\sigma(\mathcal{F})}{d\mathcal{F}} = \frac{d\sigma^{\text{PT}}(\mathcal{F} - \mathcal{D}_{\mathcal{F}} \mathcal{P})}{d\mathcal{F}}. \quad (7.7)$$

in Form einer Verschiebung des perturbativen Spektrums um einen Betrag  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}} \mathcal{P}$  entpuppt. Die Funktion  $\mathcal{P}$  folgt unmittelbar aus (7.3). Dort kann das zweite Integral in eine Störungsreihe entwickelt und an einem Renormierungspunkt  $\mu_R$  in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  ausgewertet werden. Für viele Topologievariablen wie z.B.  $1-T$  und  $y_{23}$  findet man allgemein  $f(\frac{\mu}{Q}) = \mathcal{D}_{\mathcal{F}} \frac{C_F}{2\pi} (\frac{\mu}{Q})^p \ln^q(\frac{Q}{\mu})^2$  [224], sodass mit (7.5) folgt:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{\text{PC}}(Q) &= \mathcal{D}_{\mathcal{F}} \frac{4C_F}{\pi^2} \mathcal{M} \frac{1}{p} \left( \frac{\mu_I}{Q} \right)^p \ln^q \left( \frac{Q}{\mu_I} \right) \\ &\quad \times \left[ \alpha_{p-1}(\mu_I) - \alpha_S(\mu_R) - \beta_0 \frac{\alpha_S^2(\mu_R)}{2\pi} \left( \ln \frac{\mu_R}{\mu_I} + \frac{K}{\beta_0} + \frac{1}{p} \right) \right] \\ &\equiv \mathcal{D}_{\mathcal{F}} \mathcal{P}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Für die hier in Betracht kommenden Variablen (mit Ausnahme von  $y_{23}$ ) ist  $p = 1$ :

$$\mathcal{P} = \frac{4C_F}{\pi^2} \mathcal{M} \frac{\mu_I}{Q} \left[ \alpha_0(\mu_I) - \alpha_S(\mu_R) - \beta_0 \frac{\alpha_S^2(\mu_R)}{2\pi} \left( \ln \frac{\mu_R}{\mu_I} + \frac{K}{\beta_0} + 1 \right) \right]. \quad (7.9)$$

Der Faktor  $K = (67/18 - \pi^2/6)C_A - (5/9)n_f$  tritt hier als Folge der Benutzung des  $\overline{\text{MS}}$ -Schemas zur Renormierung in Erscheinung. Der *Milanfaktor*  $\mathcal{M}$  ist das Ergebnis aus einer Evaluierung der  $1/Q$ -Korrektur in Zweischleifennäherung [45, 228]. Nach einer Revision wird sein Wert in [229] zu

$$\mathcal{M} \approx 1 + \frac{1.575C_A - 0.104n_f}{4\pi\beta_0} \approx 1.490 \quad (n_f = 3) \quad (7.10)$$

$\mathcal{F}$	Ref.	$\mathcal{D}_{\mathcal{F}} = \mathcal{D}_{\mathcal{F}}(\alpha_S, \mathcal{F})$
$1 - T$	[45]	2
$M_H^2$	[45]	1
$C$	[45]	$3\pi$
$B_T$	[46]	$\ln(1/\mathcal{F}) + D_T(\mathcal{F}, \alpha_S(\mathcal{F}Q))$
$B_W$	[46]	$\frac{1}{2} \ln(1/\mathcal{F}) + D_1(\mathcal{F}, \alpha_S(\mathcal{F}Q))$

Tabelle 7.1: Die Koeffizienten  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$  der Potenzkorrekturen für die differentiellen Verteilungen von Topologievariablen  $\mathcal{F}$ . Die Funktionen  $D_1$  und  $D_T$  sind in [46] aufgeschlüsselt.

abgeschätzt. Es wird üblicherweise  $n_f = 3$  gesetzt, da die Produktion von schweren Quarks während der Hadronisierung stark unterdrückt ist.

Der Koeffizient  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$  der Potenzkorrektur ist für alle hier betrachteten Variablen (ausgenommen  $y_{23}$ ) gerechnet worden [45, 46]. Die Ergebnisse sind in Tab. 7.1 zusammengefasst. Offensichtlich wird im Falle von  $1 - T$ ,  $M_H^2$  und  $C$  das perturbative Spektrum um einen Betrag  $\propto \alpha_0/Q$  verschoben. Aus den ersten Rechnungen für die Jetbreiten  $B_T$  und  $B_W$  [45] folgte ebenfalls eine simple Verschiebung der Verteilungen, allerdings mit einer logarithmisch erweiterten Potenzkorrektur  $\propto \alpha_0 \ln Q/Q$ . In einer späteren Revision [46] wurde erkannt, dass eine Wechselwirkung von perturbativen und nichtperturbativen Effekten für diese Variablen berücksichtigt werden muss, um die in den ersten Näherungen enthaltene Verletzung von Impuls- und Energieerhaltung zwischen den Ereignishemisphären zu beseitigen. Als Konsequenz dieser Korrektur verursachen nichtperturbative Effekte zusätzlich zur Verschiebung eine komplizierte Deformation des perturbativen Spektrums, die nur numerisch ausgewertet werden kann (Funktionen  $\mathcal{D}_{B_T}$  und  $\mathcal{D}_{B_W}$  in Tab. 7.1). Parallel zur Revision der Vorhersagen wurde im Rahmen dieser Arbeit [155] auf die Notwendigkeit einer Stauchung der differentiellen Verteilungen zur Beschreibung der Daten hingewiesen. Für den Bereich nicht zu kleiner Werte für  $B_T$  und  $B_W$  erhält man näherungsweise

$$\mathcal{D}_{B_W} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{1}{B_W} + \eta_0, \quad (7.11)$$

$$\mathcal{D}_{B_T} \approx \ln \frac{1}{B_T} + \eta_0 + \frac{\pi}{2\sqrt{C_F \alpha_S^{\text{CMW}}(Q)}} + \frac{3}{4} - \frac{2\pi\beta_0}{3C_F} + \eta_0, \quad (7.12)$$

wobei  $\eta_0 \approx -0.6137$  eine Konstante und  $\alpha_S^{\text{CMW}} = \alpha_S(1 + K\alpha_S/(2\pi))$ . Die Vorhersage für  $B_T$  enthält gegenüber der  $B_W$ -Rechnung zusätzlich einen nichtperturbativen Beitrag von der Ereignishemisphäre, die frei von harter Gluonabstrahlung ist. Abb. 7.2 zeigt die (exakte) Theorieerwartungen für  $Q = 35 \text{ GeV}$  und  $Q = M_{Z_0}$  und vorgegebene Werte für  $\alpha_S$  und  $\alpha_0$ . Neben der typischen  $1/Q$ -Korrektur verursacht der logarithmische Term eine Stauchung der Verteilung, die bei niedrigeren Energien stärker ausgeprägt ist.

Die Vorhersage (7.7) kann bis weit in den 2-Jet-Bereich ausgewertet werden, solange die Bedingung  $\mathcal{F} \gg \Lambda/Q$  erfüllt ist. Für den perturbativen Teil  $d\sigma^{\text{PT}}/d\mathcal{F}$  empfehlen die Autoren in [46] die NLLA+ $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen nach dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching Gl. (6.12).

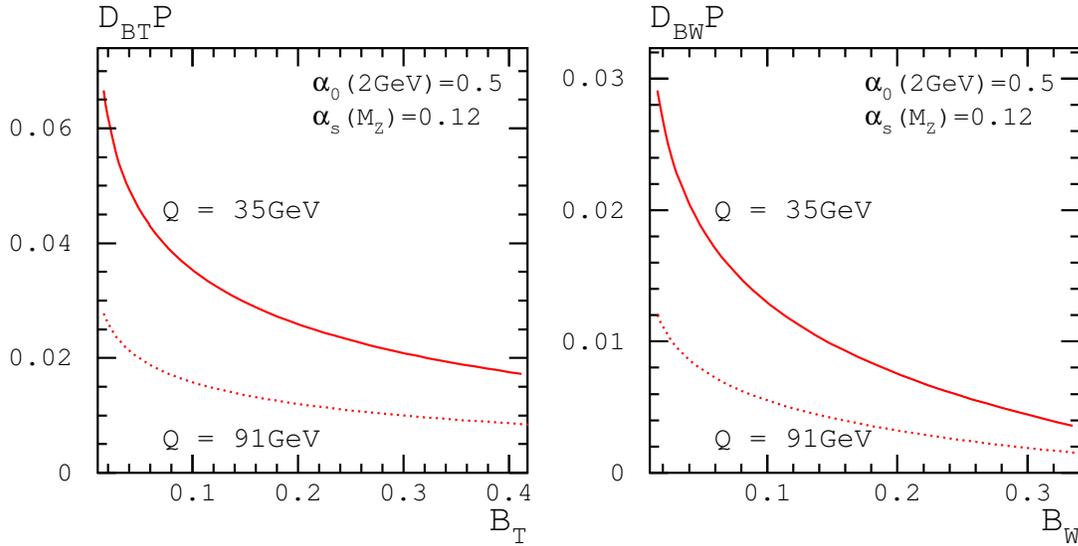


Abbildung 7.2: Potenzkorrekturen  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}\mathcal{P}$  für  $\mathcal{F} = B_T$  und  $B_W$  nach dem DMW-Modell für zwei ausgewählte Energiepunkte  $Q = \sqrt{s}$ .

### 7.1.1 Universalität von $\alpha_0(\mu_I)$

Ein wichtiges Konzept des DMW-Modells ist die *Universalität* der physikalischen Kopplungskonstanten  $\alpha_S(Q)$  im Confinementbereich. Das nullte Moment  $\alpha_0(\mu_I)$  von  $\alpha_S(Q)$ , der einzige freie Parameter der Theorie, darf somit nicht vom Typ der Observablen abhängen. Von dieser Forderung hängt die physikalische Aussagekraft des Modells und sein Anspruch, durch den dispersiven Ansatz etwas zum Verständnis über das Phänomen der Hadronisierung in der  $e^+e^-$ -Vernichtung und in anderen Prozessen beizutragen, ab. In Gl.(7.8) sind alle universellen Größen in  $\mathcal{P}$  zusammengefasst. Observablenspezifische Details drücken sich ausschließlich durch den Koeffizienten  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$  aus, der perturbativ berechnet werden kann [224].

Die Universalität von Potenzkorrekturen für Topologievariablen wurde lange Zeit kontrovers diskutiert und von einigen Theoretikern angezweifelt (z.B. [222]) mit dem Hinweis, dass Topologievariablen nicht vollständig inklusiv<sup>2</sup> sind. Dadurch bedingt sind Partonkonfigurationen in  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  und höherer Ordnung denkbar, die aufgrund der typischen Energieskala im Confinementbereich nicht mehr vernachlässigbar sind, jedoch möglicherweise die Größe der führenden Potenzkorrektur —abhängig von der Definition der Topologievariablen— beeinflussen [224]. In [45, 228, 230] wurde gezeigt, dass  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Effekte in  $1/Q$ -Korrekturen lediglich zu einer observablenunabhängigen Reskalierung der Einschleifenrechnung führen, die sich in Gl. (7.9) durch einen universellen Faktor  $\mathcal{M} \approx 1.490$  ausdrückt<sup>3</sup>. Für alle Observablen ist damit das Verhältnis der  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$ -Koeffizienten in  $\mathcal{O}(\alpha_S)$  und  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$  identisch. Die gerechnete Präzision des Milanfaktors ist  $\mathcal{O}(\alpha_S/\pi)$  und wird von den Autoren in [45] —bei den im Confinementbereich relevanten Skalen— zu 20% abgeschätzt. Eine der Zielsetzungen dieses Kapitels besteht darin, die Universalität der Potenzkorrekturen für  $e^+e^-$ -Observablen innerhalb dieser Unsicherheiten zu testen.

<sup>2</sup>Dieser Begriff spielt darauf an, dass aufgrund ihrer unterschiedlichen Richtungen der Beitrag sekundärer Partonen zu einer Topologiemessgröße abweichend vom Beitrag der Mutterpartonen sein kann. Die Eigenschaft der „Nicht-Inklusivität“ ist bei Variablen wie  $M_H$  und  $B_W$ , die sich in ihrer Definition nur auf eine Hemisphäre stützen, stärker ausgeprägt.

<sup>3</sup>In diesem Kontext kann auch eine intrinsische Ambiguität der  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Analyse, wie die effektive Gluonmasse aus dem dispersiven Ansatz in die Definition von Topologievariablen einzubeziehen ist, aufgelöst werden [230].

## 7.2 Datensätze für die Analyse

Die vorliegende Studie verwendet die im Anhang B tabellierten, auf Hadronniveau korrigierten Messverteilungen. Darüber hinaus fließen Datensätze aus anderen Experimenten der  $e^+e^-$ -Vernichtung ein, soweit diese publiziert sind. Für die Observablen  $1 - T$  und  $M_H$  existieren Messungen bei  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$ , die seinerzeit bei Experimenten an den Speicherringen PETRA, PEP und TRISTAN durchgeführt worden sind. Berücksichtigt werden Messungen an der  $Z^0$ -Resonanz, repräsentiert durch verschiedene Experimente bei LEP und SLC, sowie Beiträge der LEP-Kollaborationen für  $\sqrt{s} > M_{Z^0}$ . Eine Auflistung der experimentellen Quellen für jede der Observablen findet sich in Tab. 7.3. Die fremden Datenverteilungen sind wie die JADE-Daten auf Effekte begrenzter Auflösung und Akzeptanz der jeweiligen Detektoren korrigiert und zusammen mit statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten veröffentlicht. Für die Observablen  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$  bildet die JADE-Analyse den einzigen Beitrag für  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$ . Die Datensätze bei  $\sqrt{s} = 34.6 \text{ GeV}$  ('82) und  $\sqrt{s} = 35.0 \text{ GeV}$  ('86) werden für jede Variable zu repräsentativen Verteilungen für den Energiepunkt  $\sqrt{s} = 34.8 \text{ GeV}$  zusammengefasst. Hierzu werden aus den Zentralwerten und den systematischen Fehlern binweise gewichtete Mittelwerte gebildet, wobei die Gewichte aus den jeweiligen Gesamtmessfehlern ermittelt werden. Für die statistischen Fehler wird Gaußsche Fehlerfortpflanzung angenommen.

Tab. 7.2 gibt eine Übersicht über die in die Analyse einfließende Datenstatistik. Der Niederenergiebereich ist, je nach Observable, mit insgesamt 44000-100000 Ereignissen vertreten, während der Energiepunkt  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  mit einer Datenmenge  $\mathcal{O}(10^6)$  aufwarten kann. Der limitierende Faktor in der Präzision der Messungen ist in den meisten Fällen jedoch durch experimentelle systematische Unsicherheiten gegeben.

Beschleuniger	$\sqrt{s}$ [GeV]	$1 - T$	$M_H$	$B_T, B_W, C$
PETRA (JADE, TASSO)	12-47	102000		43700
PEP (HRS, MARK II)	29	28300		
TRISTAN (AMY)	55-58	1900		
LEP I (ADLO*)	91		$\mathcal{O}(10^6)$	
SLC (SLD)	91		37200	
LEP II (ADLO*)	133-189		15600	

Tabelle 7.2: Die in diese Studie eingehende Zahl multihadronischer Ereignisse für unterschiedliche Experimentengruppen und Bereiche von Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s}$  (\*= ALEPH, DELPHI, L3, OPAL).

## 7.3 Behandlung von $b\bar{b}$ -Ereignissen

Die Anwesenheit von Ereignissen des Typs  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$  führt, wie in Abschnitt 5.4.1 dargelegt, zu einer Verzerrung der Ereignistopologie aufgrund des elektroschwachen Zerfalls von b-Hadronen. Ferner besteht ein Missverhältnis zwischen den Vorhersagen für masselose Quarks und den realen Datenverteilungen. Wie bei der „konventionellen“  $\alpha_S$ -Analyse aus Kapitel 6 werden hier die auf den  $b\bar{b}$ -Anteil korrigierten JADE-Daten verwendet. Da in den Veröffentlichungen der anderen Experimente keine detaillierten Informationen über den Beitrag spezifischer Quarkflavours

$\sqrt{s}$ [GeV]	Experiment	$1 - T$	$M_H, M_H^2$	$B_T$	$B_W$	$C$
189	L3 [161]	0.025–0.30	0.03 – 0.18	0.06–0.26	0.03 – 0.195	0.10–0.65
	OPAL [217]	0.03 – 0.30	0.11 – 0.45	0.05–0.25	0.03 – 0.20	0.08–0.60
183	DELPHI [231]	0.03 – 0.28	0.02 – 0.20	0.05–0.21	0.03 – 0.20	0.08–0.72
	L3 [161]	0.025–0.30	0.03 – 0.18	0.06–0.26	0.03 – 0.195	0.10–0.70
	OPAL [217]	0.03 – 0.30	0.11 – 0.45	0.05–0.25	0.03 – 0.20	0.08–0.60
172	DELPHI [231]	0.04 – 0.32	0.04 – 0.20	0.06–0.21	0.04 – 0.17	0.08–0.64
	L3 [161]	0.025–0.30	0.03 – 0.18	0.06–0.26	0.045–0.195	0.10–0.70
	OPAL [217]	0.03 – 0.30	0.11 – 0.45	0.05–0.25	0.04 – 0.20	0.08–0.60
161	DELPHI [231]	0.04 – 0.32	0.04 – 0.20	0.06–0.21	0.04 – 0.17	0.08–0.64
	L3 [161]	0.05 – 0.30	0.03 – 0.18	0.06–0.26	0.045–0.195	0.10–0.70
	OPAL [203]	0.03 – 0.30	0.11 – 0.45	0.05–0.25	0.04 – 0.20	0.08–0.60
133	ALEPH [232]	0.04 – 0.30				
	DELPHI [231]	0.04 – 0.32	0.04 – 0.20	0.06–0.21	0.04 – 0.17	0.08–0.64
	L3 [161]	0.05 – 0.25	0.03 – 0.15	0.06–0.26	0.045–0.195	0.10–0.70
	OPAL [202]	0.03 – 0.30	0.11 – 0.45	0.05–0.25	0.04 – 0.20	0.08–0.60
91	ALEPH [233]	0.05 – 0.25	0.035– 0.16			0.16–0.64
	DELPHI [234]	0.05 – 0.20	0.05 – 0.16	0.09–0.21	0.06 – 0.17	0.16–0.64
	L3 [235]	0.045–0.33	0.039–0.183			0.16–0.64
	OPAL [17, 195, 201]	0.05 – 0.30	0.20 – 0.40	0.09–0.26	0.05 – 0.19	0.16–0.52
	SLD [20]	0.04 – 0.32	0.04 – 0.18	0.08–0.26	0.06 – 0.20	0.18–0.64
55	AMY [236]	0.10 – 0.30				
44	JADE [diese Analyse]	0.06 – 0.32	0.22 – 0.42	0.10–0.27	0.06 – 0.18	0.16–0.72
	TASSO [200]	0.06 – 0.32	0.06 – 0.20			
38	JADE [diese Analyse]	0.06 – 0.32	0.22 – 0.42	0.10–0.27	0.06 – 0.18	0.22–0.72
35	JADE [diese Analyse]	0.08 – 0.32	0.22 – 0.38	0.12–0.27	0.06 – 0.16	0.22–0.72
	TASSO [200]	0.06 – 0.32	0.06 – 0.18			
29	HRS [237]	0.10 – 0.30				
	MARK2 [238]	0.10 – 0.32				
22	JADE [diese Analyse]	0.10 – 0.32	0.26 – 0.42	0.14–0.27	0.08 – 0.18	0.28–0.72
	TASSO [200]	0.10 – 0.32	0.06 – 0.18			
14	JADE [diese Analyse]	0.12 – 0.32	0.30 – 0.46	0.22–0.34	0.10 – 0.18	0.40–0.72
	TASSO [200]	0.12 – 0.32	0.10 – 0.18			

Tabelle 7.3: Die experimentellen Quellen für die Messverteilungen der Observablen  $1 - T$ ,  $M_H$  bzw.  $M_H^2$ ,  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$ . Angegeben sind die Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s}$  der Datennahme und die Anpassungsbe-  
reiche für die DMW-Vorhersagen. Die Verteilungen der Jetmasse sind bei JADE und OPAL als  $M_H$ , bei  
den anderen Experimenten als  $M_H^2$  publiziert.

zu den Messverteilungen vorliegen, wird hier nachträglich eine auf Monte-Carlo-Simulationen  
basierte Korrektur der Daten vorgenommen. Hierzu werden zu jeder Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$   
Ereignisse mit dem JETSET 7.4-Programm und den Parametereinstellungen aus Tab. 2.2 gene-  
riert. Für jede Observable wird das Verhältnis der Verteilungen mit u-, d-, s- und c-Ereignissen  
zu jenen aller Flavour gebildet und binweise an die Datenverteilungen multipliziert. Die Kor-  
rektur wird für alle Verteilungen bei  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$  praktiziert.

## 7.4 Messprozedur

Die Standardanalyse basiert auf allen in Tab. 7.3 aufgelisteten Datensätzen zwischen  $\sqrt{s} = 14$  bis 189 GeV. Für den perturbativen Teil der Vorhersage werden die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen, kombiniert mit dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching Gl. (6.12) verwendet. Potenzkorrekturen werden gemäß Gl. (7.7) implementiert.

### 7.4.1 Methode

Für jede Observable wird eine simultane  $\chi^2$ -Anpassung der freien Parameter  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(\mu_I)$  an alle Datenverteilungen durchgeführt. Die starke Kopplungskonstante  $\alpha_S(M_{Z^0})$  wird mit Hilfe der Zweischleifennäherung Gl. (2.15) zum Renormierungspunkt  $\mu = x_\mu Q$  transformiert, wobei  $Q = \sqrt{s}$  die relevante Prozessskala einer gegebenen Messverteilung ist. Die  $\chi^2$ -Werte sind definiert durch

$$\chi^2 = \sum_k \sum_i \left[ \frac{\sigma_i^{(k)} - \sigma_i^{(k),\text{TH}}(\alpha_S(x_\mu Q^{(k)}), \alpha_0(\mu_I))}{\delta\sigma_i^{(k)}} \right]^2, \quad (7.13)$$

wobei  $\sigma_i^{(k)}$  der Messwert in Bin  $i$  der Verteilung  $k$ ,  $\sigma_i^{(k),\text{TH}}$  die korrespondierende theoretische Vorhersage und  $\delta\sigma_i^{(k)}$  der quadratisch addierte Gesamtfehler aus statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten des Messwertes  $\sigma_i^{(k)}$  ist. Korrelationen zwischen den Verteilungen werden nicht in Betracht gezogen. Für die Standardanpassung wird  $x_\mu = 1$  und  $\mu_I = 2 \text{ GeV}$  gewählt.

### 7.4.2 Anpassungsbereiche

Die Anpassungsbereiche für die Verteilungen werden individuell für jeden Energiepunkt so festgelegt, dass die 2-Jet-Region so weit wie möglich einbezogen ist. Folgende Kriterien müssen dabei erfüllt sein:

1. Die  $\chi^2$ -Werte der Bins an den Anpassungsgrenzen dürfen nicht dominant zum gesamten  $\chi^2$  einer Verteilung beitragen.
2. Die perturbative Theorie muss gültig und vernünftig evaluierbar sein.
3. Kinematische Bereiche, in denen die Potenzkorrekturen sehr groß sind und von Bin zu Bin stark variieren, werden ausgeschlossen.

Forderung 3 wird durch Inspektion der Verhältnisse der Theoriekurven ohne und mit Potenzkorrekturen mit den aus der Anpassung der resultierenden Werten für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  überwacht. Als Beispiel zeigt Abb. 7.11 die Verhältnisse für die Observablen bei  $\sqrt{s} = 35 \text{ GeV}$  (durchgezogene Linien), die in Abschnitt 7.9 näher diskutiert werden. Die letztendlich gewählten Anpassungsbereiche sind für jeden Datensatz in Tab. 7.3 aufgelistet.

## 7.5 Statistische und systematische Fehler

Individuelle statistische und experimentelle Messunsicherheiten der einzelnen Experimente sind definitionsbedingt Bestandteil des Anpassungsfehlers. Weitere systematische Effekte ergeben sich durch Änderungen in der Auswahl der Datenverteilungen. Daneben sind die üblichen theoretischen Unsicherheiten der perturbativen Theorie sowie zusätzliche Unsicherheiten von Seiten des DMW-Modells zu erwarten.

**Anpassungsfehler:** Die Anpassungsfehler für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(\mu_1)$  sind durch die Hauptdiagonalelemente der von MINUIT berechneten Fehlermatrix gegeben.

**Experiment:** Die Abhängigkeit der Messergebnisse von der Auswahl der Datenpunkte wird wie folgt berücksichtigt:

*Anpassungsbereich:* Die unteren und oberen Anpassungsgrenzen werden für alle Verteilungen einer gegebenen Observable variiert. Die größere der vier Abweichungen vom Standardergebnis trägt zum systematischen Fehler bei.

*Datensätze:* Die Messung wird wiederholt

1. ohne den LEP/SLC-Beitrag bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$ ,
2. nur mit Datenverteilungen bei  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$ ,
3. nur mit Datenverteilungen bei  $\sqrt{s} \geq M_{Z^0}$ .

Die größte Abweichung wird als Fehlerbeitrag definiert. Diese Gegenprobe ist nicht nur auf rein experimentelle Effekte, sondern auch auf mögliche nichtperturbative Beiträge höherer Ordnung in den Potenzkorrekturen sensitiv.

**Höhere Ordnungen:** Die Unsicherheiten der perturbativen Vorhersagen werden durch Variation der folgenden Analyseparameter quantifiziert, wobei der größere der genannten Beiträge in den Gesamtfehler eingeht:

*Renormierungsskala:* Variation des Renormierungsskalenfaktors  $x_\mu$  von 0.5 bis 2.0. Änderungen vom Ergebnis der Standardanalyse werden als asymmetrische Fehler definiert. Falls die Abweichungen dasselbe Vorzeichen haben, wird der größere der beiden als symmetrischer Fehler angegeben.

*Matchingschema:* Verwendung alternativer Matchingschemata für die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen. Die größte Abweichung der mit dem  $\ln(R)$ - und dem modifizierten  $R$ -Schema (Gln. (6.11) und (6.14)) erzielten Resultate von den Ergebnissen der Standardmessung wird als möglicher Fehlerbeitrag genommen<sup>4</sup>.

**Potenzkorrekturen:** Theoretische Unsicherheiten des DMW-Modells sind durch die willkürliche Festlegung der infraroten Matchingskala  $\mu_1$  sowie durch die berechnete Präzision des Milanfaktors  $\mathcal{M}$  bedingt. Die Skala  $\mu_1$  wird um  $\pm 1$  GeV, der Milanfaktor  $\mathcal{M}$  um  $\pm 20\%$  variiert und die jeweils damit einhergehenden Abweichungen der Ergebnisse vom Standardresultat als asymmetrische Fehlerbeiträge definiert. Änderungen in  $\alpha_0(\mu_1)$  aufgrund der  $\mu_1$ -Variation werden nicht dem Gesamtfehler von  $\alpha_0(\mu_1)$  zugerechnet, da ein veränderter Wert für  $\mu_1$  gleichbedeutend mit einer Umdefinition von  $\alpha_0(\mu_1)$  ist.

<sup>4</sup>Aufgrund der relativ schlechten Beschreibung der Daten wird das einfache  $R$ -Matching (6.13) hier nicht in Betracht gezogen.

**Fragmentation von b-Quarks:** Die  $b\bar{b}$ -Korrektur für die Datensätze bei  $\sqrt{s} \leq M_{Z^0}$  wird im Wesentlichen durch den Parameter  $\epsilon_b$  der Peterson-Fragmentationsfunktion (2.27) kontrolliert. Der Parameter wird um seinen Zentralwert innerhalb des in [106] dokumentierten Wertebereichs,  $\epsilon_b = 0.0038 \pm 0.0010$ , variiert und die Analyse mit einer modifizierten  $b\bar{b}$ -Korrektur für  $\sqrt{s} \leq M_{Z^0}$  erneut durchgeführt. Die resultierenden Abweichungen von der Standardanalyse bilden einen asymmetrischen Beitrag zum Gesamtfehler.

Als Gesamtfehler wird die quadratische Summe der so definierten Einzelfehler angegeben.

## 7.6 Ergebnisse

Die Datenverteilungen sind für alle Observablen in Abb. 7.3-7.7 dargestellt. Unterschiedliche Symbole kennzeichnen die Zugehörigkeit zu einem Experiment oder zu einer Energieskala. Zur besseren Unterscheidbarkeit sind die Datenverteilungen skaliert. Die korrespondierenden QCD-Vorhersagen sind als Kurven überlagert, wobei die Anpassungsbereiche durch durchgezogene Linien hervorgehoben sind.

### 7.6.1 Qualität der Theoriekurven

In Tab. 7.4 sind die zu den einzelnen Verteilungen korrespondierenden  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werte sowie summarische, nach  $\sqrt{s}$ -Bereichen sortierte Werte aufgelistet. Die theoretische Erwartung ist innerhalb der Anpassungsbereiche mit  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werten zwischen 0.71 (für  $1 - T$ ) und 0.87 (für  $B_W$ ) generell in guter Übereinstimmung mit den Daten. Auch die Extrapolation der Theoriekurven liefert in fast allen Fällen eine zufrieden stellende Beschreibung der Verteilungen bis weit in die 2-Jet-Regionen. Mit den globalen Ergebnissen für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  können die Daten aller Experimente für  $\sqrt{s} > M_{Z^0}$  gut reproduziert werden, unabhängig von der Observable. Bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  ist das Bild teilweise uneinheitlich. So passen die Vorhersagen für  $1 - T$ ,  $M_H$  und  $B_W$  besser zu den OPAL-Daten als zu den DELPHI-Daten<sup>5</sup>.

Bei Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$  stimmen die Vorhersagen für die Variablen  $1 - T$ ,  $B_T$  und  $C$  zufrieden stellend mit den Daten überein, jedoch funktioniert die Extrapolation in den 2-Jet-Bereich nicht mehr so gut wie bei höheren Energien. Bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  (Abb. 7.5) musste bei  $B_T$  die untere Anpassungsgrenze gegenüber der Messung bei  $\sqrt{s} = 22 \text{ GeV}$  deutlich angehoben werden. Die Autoren des DMW-Modells weisen jedoch auf eine untere Grenze für eine sinnvolle Evaluierung der Potenzkorrekturen hin. Für Thrust beispielsweise wird  $1 - T > \mu_1/\sqrt{s}$  angegeben [44], also 0.06 bei  $\sqrt{s} = 35 \text{ GeV}$  und 0.14 bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ .

Die theoretischen Rechnungen für  $1 - T$  und  $M_H^2$  bzw.  $M_H$  reproduzieren die JADE-Daten bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $35 \text{ GeV}$  schlechter als die entsprechenden TASSO-Messungen. Die Verteilungen beider Experimente sind zwar kompatibel, die vorliegende Analyse liefert jedoch generell kleinere Gesamtmessfehler<sup>6</sup>. Beim Vergleich mit den JADE-Daten schneidet die Theorieerwartung für  $M_H$  bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $35 \text{ GeV}$  mit  $\chi^2/\text{d.o.f.} > 5$  schlecht ab.

<sup>5</sup>Das geht nur zum Teil auf die höhere Datenmenge zurück, die den DELPHI-Messungen zugrunde liegt ( $\approx 750000$  Ereignisse bei DELPHI gegenüber  $\approx 340000$  bei OPAL [195, 234]). Die publizierten systematischen Unsicherheiten der DELPHI-Kollaboration sind teilweise erheblich kleiner als die der OPAL-Messungen. Zudem beruhen die hier verwendeten DELPHI-Daten ausschließlich auf rekonstruierte Spuren, während OPAL Spuren und elektromagnetische Cluster verwendet. Hieraus erwachsen möglicherweise systematische Effekte.

<sup>6</sup>Die Messverteilungen des TASSO-Experiments beruhen ausschließlich auf geladenen Teilchen [200].

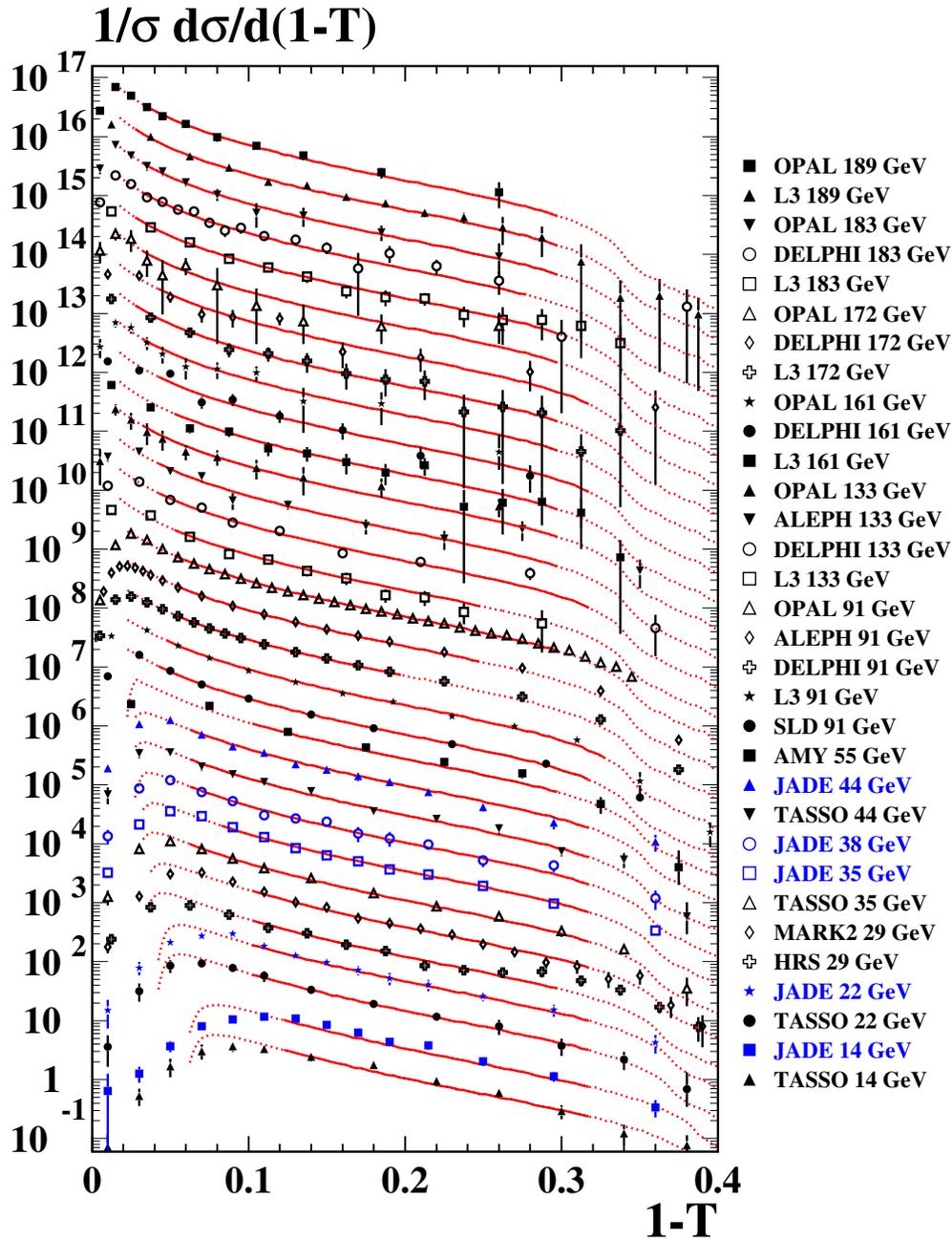


Abbildung 7.3: Skalierte Verteilungen für  $1 - T$  bei  $\sqrt{s} = 14-189$  GeV. Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen und experimentellen systematischen Gesamtfehler. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer globalen Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen mit dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching, kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells, mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  als freie universelle Parameter. Die gepunkteten Linien repräsentieren die Extrapolation der angepassten Vorhersagen.

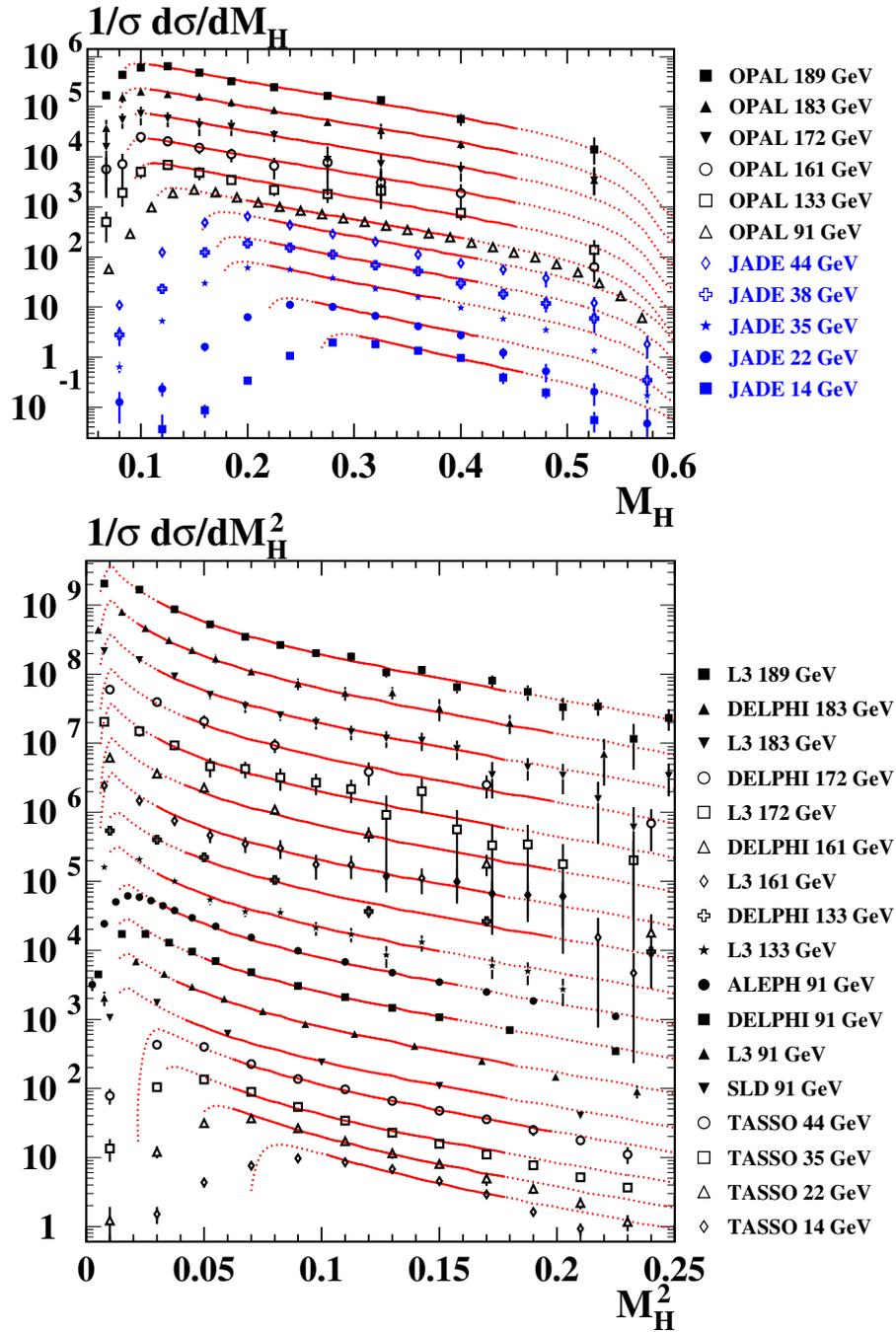


Abbildung 7.4: Skalierte Verteilungen für  $M_H$  und  $M_H^2$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{--}189$  GeV. Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen und experimentellen systematischen Gesamtfehler. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer gemeinsamen globalen Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen mit dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching an  $M_H$ - und  $M_H^2$ -Verteilungen, kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells, mit  $\alpha_S(M_{Z_0})$  und  $\alpha_0(2\text{ GeV})$  als freie universelle Parameter. Die gepunkteten Linien repräsentieren die Extrapolation der angepassten Vorhersagen.

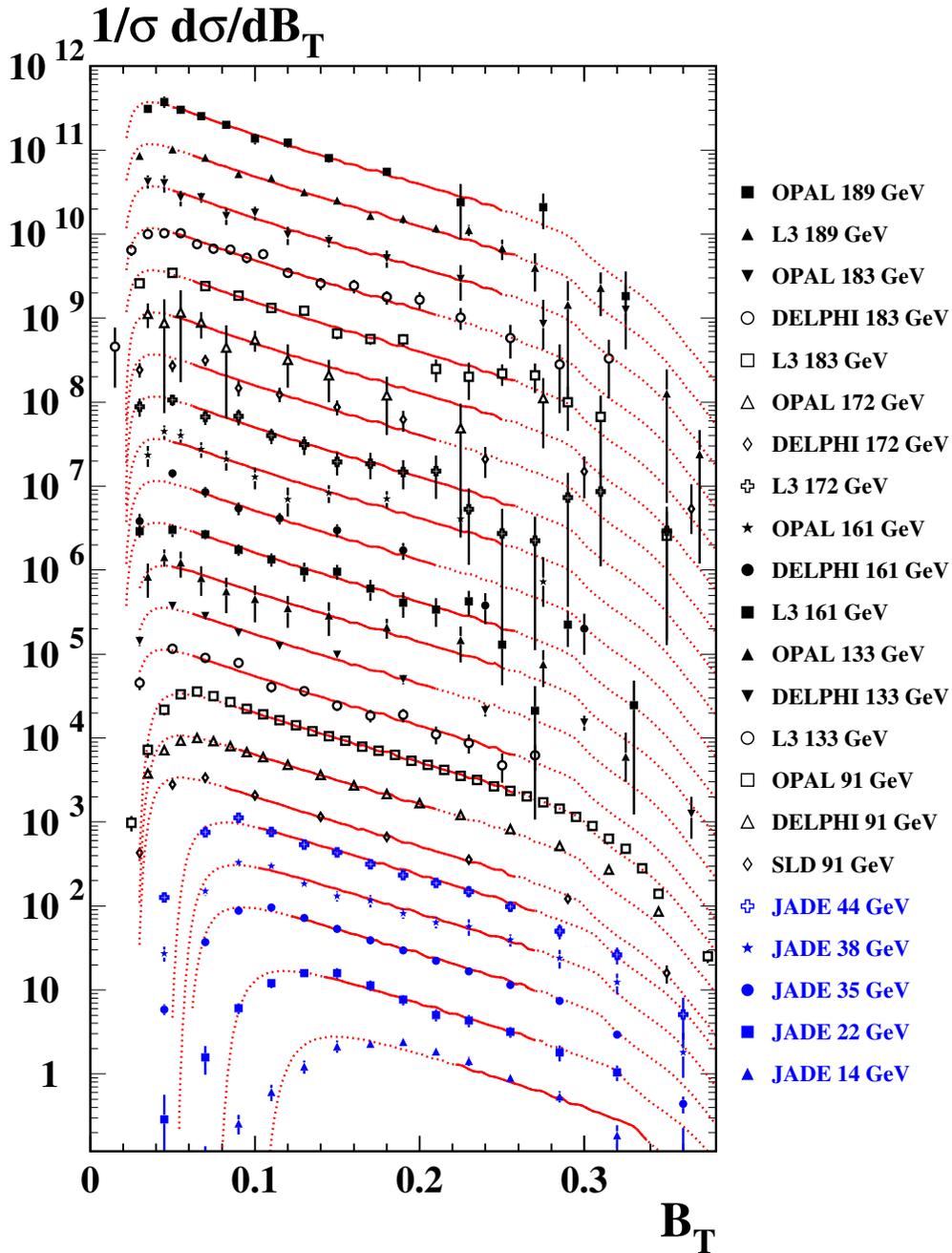


Abbildung 7.5: Skalierte Verteilungen für  $B_T$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{-}189$  GeV. Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen und experimentellen systematischen Gesamtfehler. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer globalen Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen mit dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching, kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells, mit  $\alpha_S(M_{Z_0})$  und  $\alpha_0(2\text{ GeV})$  als freie universelle Parameter. Die gepunkteten Linien repräsentieren die Extrapolation der angepassten Vorhersagen.

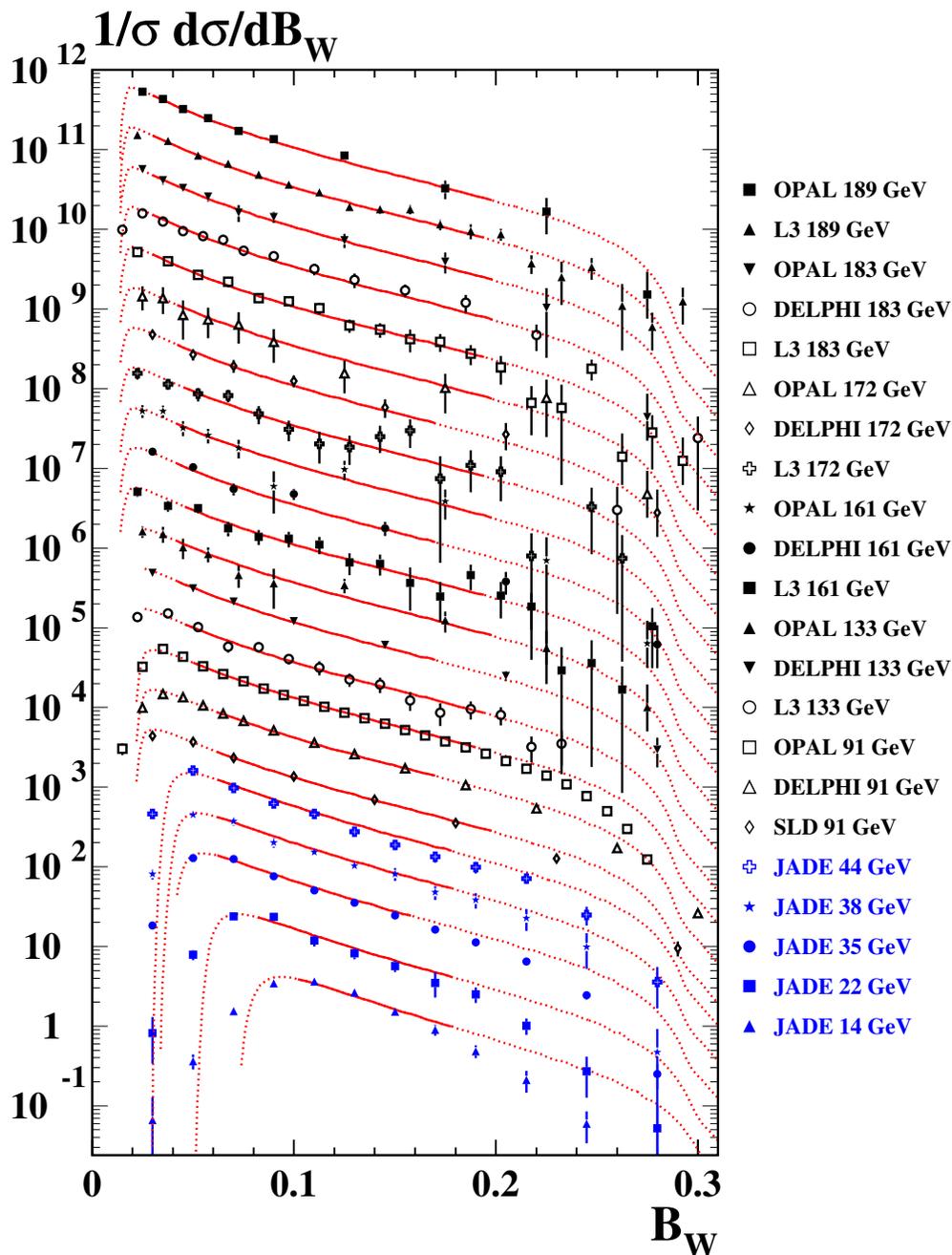


Abbildung 7.6: Skalierte Verteilungen für  $B_W$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{-}189\text{ GeV}$ . Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen und experimentellen systematischen Gesamtfehler. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer globalen Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen mit dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching, kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells, mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2\text{ GeV})$  als freie universelle Parameter. Die gepunkteten Linien repräsentieren die Extrapolation der angepassten Vorhersagen.

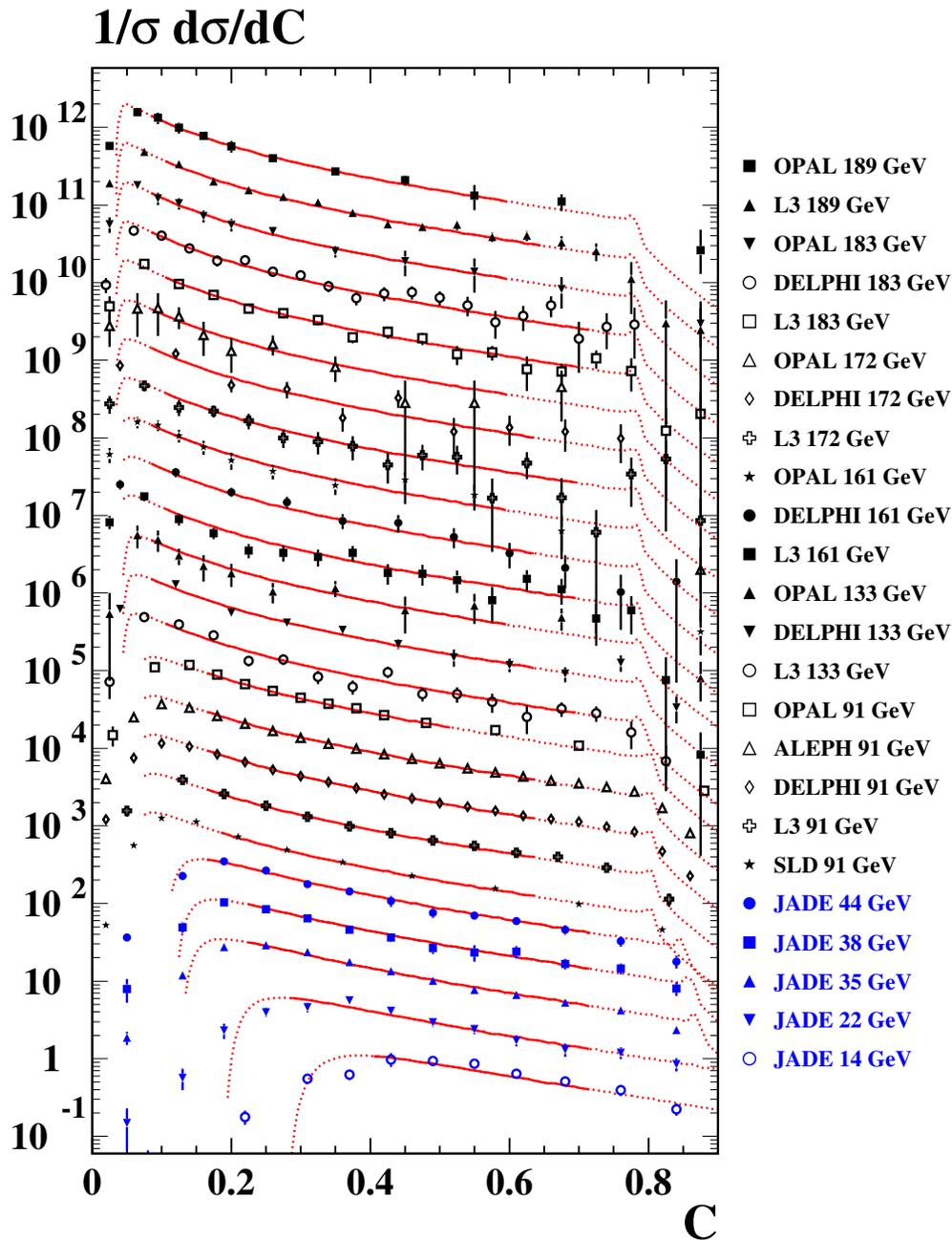


Abbildung 7.7: Skalierte Verteilungen für  $C$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{-}189$  GeV. Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen und experimentellen systematischen Gesamtfehler. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer globalen Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen mit dem  $\ln(R)$ -Matching, kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells, mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2\text{ GeV})$  als freie universelle Parameter. Die gepunkteten Linien repräsentieren die Extrapolation der angepassten Vorhersagen.

$\sqrt{s}$ [GeV]	Experiment	$1 - T$	$M_H, M_H^2$	$B_T$	$B_W$	$C$
189	L3	3.9/9	6.1/8	11.9/8	7.6/9	10.5/9
	OPAL	1.5/6	2.8/5	1.4/6	2.2/5	0.9/6
183	DELPHI	7.9/12	2.7/8	6.8/9	5.4/8	10.4/14
	L3	3.2/9	3.9/8	7.2/8	2.7/9	6.2/10
	OPAL	0.9/6	1.6/5	2.8/6	1.0/5	1.2/6
172	DELPHI	5.3/5	0.5/2	4.2/3	0.9/2	7.7/5
	L3	3.2/9	4.0/8	5.0/8	5.8/8	8.5/10
	OPAL	3.6/6	3.1/5	1.8/6	1.6/4	2.4/6
161	DELPHI	8.9/5	1.8/2	1.3/3	3.5/2	1.8/5
	L3	9.7/8	3.9/8	3.4/8	4.7/8	13.4/10
	OPAL	2.8/6	1.1/5	7.6/6	5.8/4	4.2/6
133	ALEPH	6.4/5				
	DELPHI	6.8/5	3.7/2	4.5/3	0.3/2	5.5/5
	L3	7.1/6	5.8/6	7.8/8	4.8/8	19.1/10
	OPAL	3.5/6	3.4/5	1.6/6	3.3/4	4.1/6
91	ALEPH	17.7/7	18.8/6			23.2/10
	DELPHI	18.6/8	20.7/4	4.5/5	11.4/4	12.4/10
	L3	5.5/7	5.2/5			3.7/6
	OPAL	10.9/23	11.8/8	4.1/15	6.6/12	9.3/6
	SLD	5.0/5	4.4/1	1.3/2	1.4/2	4.1/3
55	AMY	7.0/2				
44	JADE	5.3/8	7.6/3	6.7/6	19.1/4	3.7/7
	TASSO	7.4/6	0.6/5			
38	JADE	4.6/8	1.8/3	7.2/6	6.4/4	2.8/6
35	JADE	7.6/7	14.0/2	7.4/5	26.5/3	10.4/6
	TASSO	1.1/6	10.6/4			
29	HRS	10.2/6				
	MARK2	8.2/9				
22	JADE	0.8/6	1.6/2	3.7/4	8.8/3	8.6/5
	TASSO	0.5/4	3.3/4			
14	JADE	11.1/5	10.6/2	5.8/2	4.4/2	6.6/3
	TASSO	4.3/3	3.7/2			
Gesamt		201/285	159/182	108/175	134/154	181/216
$\sqrt{s} > M_{Z_0}$		74.8/131	44.3/103	67.3/114	49.7/104	95.8/134
$\sqrt{s} = M_{Z_0}$		57.6/58	61.0/32	9.9/26	19.5/22	52.7/43
$\sqrt{s} < M_{Z_0}$		68.2/92	53.9/43	30.7/31	65.2/24	32.1/35

Tabelle 7.4:  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  der globalen Anpassungen von  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ +NLLA-Vorhersagen (modifiziertes  $\ln(R)$ -Matching) mit Potenzkorrekturen.

Für  $\sqrt{s} < M_{Z_0}$  ist die Übereinstimmung der  $B_W$ -Vorhersage mit den Daten nicht so gut wie bei den anderen Observablen (Abb. 7.6). Der theoretische Wirkungsquerschnitt weist einen Exzess in der 3-Jet-Region auf, sodass der Anpassungsbereich relativ stark eingeschränkt werden musste, um die Kriterien aus Abschnitt 7.4.2 zu erfüllen. Ein Teil der Abweichung dürfte auf die in Abschnitt 6.7.1 festgestellten Defizite des perturbativen Teils der Vorhersage gehen. Ein ähnlicher Exzess kleineren Ausmaßes ist auch bei  $M_H$  bzw.  $M_H^2$  (Abb. 7.4) zu beobachten.

### 7.6.2 $\alpha_S(M_{Z^0})$ - und $\alpha_0(\mu_I)$ -Werte

Die Ergebnisse für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(\mu_I)$  aus der Standardmessung und den systematischen Studien sind in Tab. 7.5 zusammengefasst. Die Resultate für die Variablen  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$  und  $C$  sind mit Werten zwischen  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.111 - 0.117$  innerhalb der Gesamtfehler konsistent. Eine entsprechende Übereinstimmung der  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Resultate ist nur für  $1 - T$ ,  $B_T$  und  $C$  in einem Wertebereich  $\alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.48 - 0.58$  vorhanden, während sich mit  $M_H$  und  $B_W$  Werte zwischen  $\alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.72 - 0.80$  ergeben.

Der aus  $B_W$  extrahierte  $\alpha_S$ -Wert liegt 15% unter den Ergebnissen der anderen Observablen. Werden nur Daten  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$  für die Anpassung benutzt, sackt das Ergebnis für diese Variable um weitere 10% ab. Eine systematische Verschiebung von derselben Größenordnung ist auch bei  $B_T$  festzustellen. Diese Beobachtung ist möglicherweise ein Indiz dafür, dass die Energieabhängigkeit nichtperturbativer Effekte in den Rechnungen für die Jetbreiten nicht ausreichend modelliert ist. Zur Unterscheidung zwischen den perturbativen und nichtperturbativen Ursachen für die große Abweichung bei  $B_W$  ist es hilfreich, versuchsweise eine Anpassung der reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersage für  $B_W$  Gl.(6.1) kombiniert mit den Potenzkorrekturen gemäß Gl.(7.7) auszuprobieren, mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$ ,  $x_\mu$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  als freie Parameter. Das Ergebnis lautet  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.106 \pm 0.001$ ,  $x_\mu = 0.10 \pm 0.02$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.65 \pm 0.03$  mit  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 0.5$ , d.h. die  $\alpha_S$ -Werte sind weiterhin relativ klein und die  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Werte relativ groß. Offensichtlich tragen sowohl die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen als auch die Potenzkorrekturen zur systematischen Abweichung bei. Systematisch kleine  $\alpha_S$ -Werte für  $B_W$  werden auch in konventionellen Analysen mit resummierten Vorhersagen beobachtet (Kapitel 6 und [17, 19–21, 41, 154, 158]).

Der Fehler in der  $\alpha_S$ -Bestimmung wird durch Renormierungsskalenunsicherheiten dominiert (Tab. 7.5). Bei  $B_W$  führt das Auswechseln des Matchingschemas zu Effekten von gleicher Größenordnung wie die Variation von  $x_\mu$ . Mit Ausnahme von  $B_T$  und  $B_W$  sind Effekte aufgrund der Auswahl der Datensätze moderat. Unsicherheiten in der Berechnung der Potenzkorrekturen haben praktisch keinen Einfluss auf das Ergebnis für  $\alpha_S(M_{Z^0})$ . Die größte Unsicherheit in der Bestimmung von  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  stammt naturgemäß von der Variation des Milanfaktors  $\mathcal{M}$ , der offenkundig mit  $\alpha_0(\mu_I)$  in führender Ordnung streng antikorreliert ist (Gl. (7.9)). Bei  $B_T$  und  $B_W$  hat die Wahl des Matchingschemas einen größeren Effekt auf den Wert für  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  als die Veränderung des Renormierungspunktes. Perturbative Einflüsse auf das Ergebnis von  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  sind nicht vernachlässigbar, aber den Unsicherheiten des DMW-Modells untergeordnet. Insgesamt ist festzustellen, dass  $\alpha_S(M_{Z^0})$  fast ausschließlich durch die perturbative Struktur der Vorhersage festgelegt ist, während der Parameter  $\alpha_0$  überwiegend durch die Potenzkorrekturen determiniert ist.

### 7.6.3 Korrelationen zwischen $\alpha_S(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$

Aufgrund der Struktur der Potenzkorrekturen Gl. (7.9) sind die Parameter  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(\mu_I)$  antikorreliert. Die Korrelationskoeffizienten der Einzelanpassungen betragen typischerweise  $\rho_{\text{fit}} \simeq -80\%$ , siehe Tab. 7.6. Auch bei den systematischen Variationen in Tab. 7.5 weisen die entsprechenden Veränderungen für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0$  —sofern sie statistisch signifikant sind— ein entgegengesetztes Vorzeichen auf. Eine wichtige Ausnahme stellt die Variation des Renormierungsskalenfaktors  $x_\mu$  dar.

Die Gesamtkorrelationskoeffizienten werden für jede Observable wie folgt berechnet. Für jede der in Abschnitt 7.5 definierten Fehlergruppen wird eine Kovarianzmatrix mit Hilfe der systematischen Einzelabweichungen und eines Korrelationskoeffizienten  $\rho_{\text{sys}}$  berechnet, wobei die

	$\alpha_S(M_{Z^0})$					$\alpha_0(2 \text{ GeV})$				
	$1 - T$	$M_H, M_H^2$	$B_T$	$B_W$	$C$	$1 - T$	$M_H, M_H^2$	$B_T$	$B_W$	$C$
	<b>0.1173</b>	<b>0.1113</b>	<b>0.1161</b>	<b>0.0998</b>	<b>0.1127</b>	<b>0.492</b>	<b>0.796</b>	<b>0.579</b>	<b>0.717</b>	<b>0.481</b>
Fitfehler	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0008$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0005$	$\pm 0.007$	$\pm 0.010$	$\pm 0.011$	$\pm 0.013$	$\pm 0.005$
$\ln(R)$	-0.0010	-0.0004	-0.0038	-0.0015	-0.0005	+0.011	+0.010	+0.050	+0.048	+0.036
mod. $R$	-0.0005	-0.0004	-0.0013	-0.0012	-0.0014	+0.002	-0.002	-0.005	-0.002	-0.004
$x_\mu = 0.5$	-0.0042	-0.0022	-0.0043	-0.0009	-0.0035	-0.010	-0.021	-0.009	-0.037	-0.013
$x_\mu = 2.0$	+0.0055	+0.0037	+0.0056	+0.0022	+0.0048	+0.008	+0.014	+0.006	+0.025	+0.009
$\mathcal{M} - 20\%$	+0.0003	+0.0002	+0.0003	+0.0001	+0.0002	+0.064	+0.141	+0.087	+0.135	+0.067
$\mathcal{M} + 20\%$	-0.0003	-0.0002	-0.0003	-0.0001	-0.0003	-0.043	-0.094	-0.059	-0.090	-0.045
$\mu_I = 1 \text{ GeV}$	+0.0007	+0.0005	+0.0006	+0.0001	+0.0005					
$\mu_I = 3 \text{ GeV}$	-0.0006	-0.0004	-0.0005	-0.0001	-0.0004					
$\epsilon_b \pm 1\sigma$	$\pm 0.0001$	$< 0.0001$	$< 0.0001$	$< 0.0001$	$\pm 0.0001$	$\pm 0.002$	$\pm 0.002$	$\pm 0.001$	$< 0.001$	$< 0.001$
$\sqrt{s} \geq M_{Z^0}$	+0.0015	-0.0018	-0.0003	-0.0001	+0.0013	-0.027	+0.069	+0.011	+0.026	-0.018
$\sqrt{s} < M_{Z^0}$	-0.0031	-0.0032	-0.0116	-0.0110	-0.0032	+0.034	+0.002	+0.059	+0.062	+0.021
$\sqrt{s} \neq M_{Z^0}$	-0.0030	-0.0029	-0.0034	-0.0043	-0.0032	+0.032	+0.001	+0.011	+0.011	+0.021
Fitbereich	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0011$	$\pm 0.0016$	$\pm 0.0015$	$\pm 0.0007$	$\pm 0.007$	$\pm 0.008$	$\pm 0.027$	$\pm 0.048$	$\pm 0.005$
<b>Gesamt</b>	<b>+0.0062</b> <b>-0.0050</b>	<b>+0.0048</b> <b>-0.0037</b>	<b>+0.0126</b> <b>-0.0121</b>	<b>+0.0112</b> <b>-0.0111</b>	<b>+0.0057</b> <b>-0.0047</b>	<b>+0.073</b> <b>-0.055</b>	<b>+0.157</b> <b>-0.117</b>	<b>+0.119</b> <b>-0.100</b>	<b>+0.163</b> <b>-0.128</b>	<b>+0.079</b> <b>-0.061</b>

Tabelle 7.5: Ergebnisse für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -NLLA-Rechnungen kombiniert mit Potenzkorrekturen aus dem DMW-Modell für  $1 - T$ ,  $M_H$  bzw.  $M_H^2$ ,  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$ . Aufgelistet sind statistische und systematische Unsicherheiten. Einzelbeiträge hierzu sind als Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse angegeben.

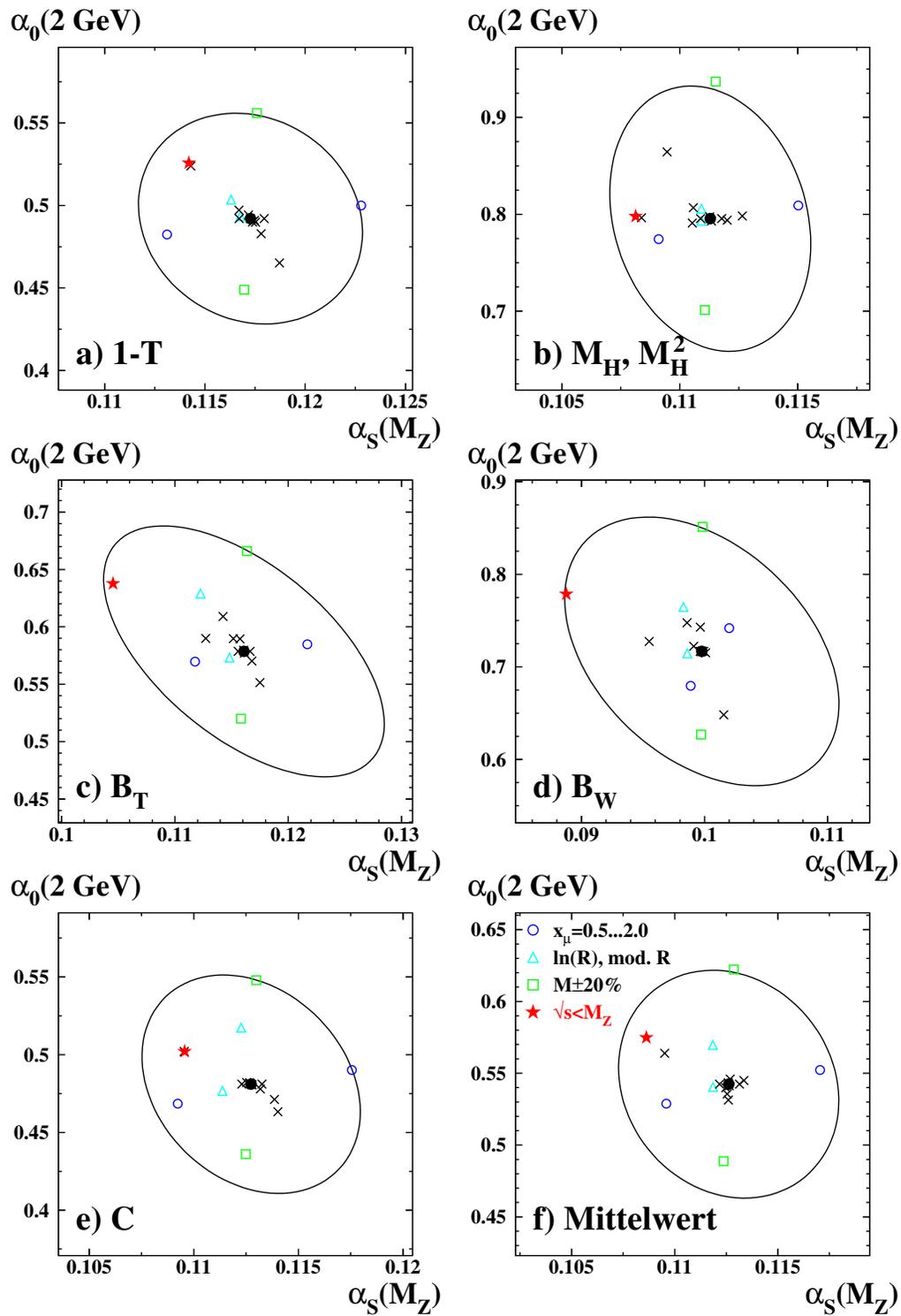


Abbildung 7.8: Gesamtfehlerellipsen in der  $(\alpha_s, \alpha_0)$ -Ebene für die Observablen  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$  und für den gewichteten Mittelwert. Systematische Einzelabweichungen sind durch unterschiedliche Symbole dargestellt, wobei die wichtigsten Unsicherheiten hervorgehoben sind.

Fehler gegebenenfalls symmetrisiert werden. In den Fällen, wo die Korrelation der systematischen Abweichung dasselbe Vorzeichen hat wie  $\rho_{\text{sys}}$ , wird ein Durchschnitt  $\bar{\rho}_{\text{fit}}$  der entsprechenden statistischen Korrelationskoeffizienten gebildet und  $\rho_{\text{sys}} = \bar{\rho}_{\text{fit}}$  gesetzt. In der Regel gilt  $\rho_{\text{sys}} \approx \rho_{\text{fit}}$ . Sind die entsprechenden Vorzeichen entgegengesetzt, wie im Falle der  $x_\mu$ -Variationen, wird  $\rho_{\text{sys}} = +1$  oder  $-1$  definiert, wobei das Vorzeichen der Korrelation der systematischen Variation genommen wird. Die resultierenden Kovarianzmatrizen werden für jede Observable addiert. Hieraus leiten sich die in Tab. 7.6 aufgelisteten Gesamtkorrelationen ab. In Abb. 7.8 sind die entsprechenden Fehlerellipsen in der  $(\alpha_S, \alpha_0)$ -Ebene sowie die systematischen Einzelabweichungen dargestellt. Offensichtlich werden die Messstreuungen adäquat durch die Fehlerellipsen wiedergegeben.

	$1 - T$	$M_H, M_H^2$	$B_T$	$B_W$	$C$
Fitkorrelation	-0.87	-0.74	-0.88	-0.80	-0.84
Gesamtkorrelation	-0.23	-0.18	-0.49	-0.30	-0.19

Tabelle 7.6: Korrelationskoeffizienten der Standardmessung und Gesamtkorrelationen.

## 7.7 Erweiterte Potenzkorrekturen

Für die meisten Observablen besteht eine gute Übereinstimmung des DMW-Modells mit den Daten, sodass davon auszugehen ist, dass die Energieevolution von nichtperturbativen Effekten im Wesentlichen durch den führenden Korrekturterm  $\propto 1/Q$  erfasst ist ( $Q \equiv \sqrt{s}$ ). Die beobachtete signifikante Energieabhängigkeit der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ - und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Ergebnisse für  $B_T$  und  $B_W$  sowie die bei niedrigen Schwerpunktsenergien zunehmend schlechtere Qualität der  $B_W$ -Vorhersage lässt vermuten, dass Potenzkorrekturen höherer Ordnung für diese Variablen nicht vernachlässigbar sind bzw. die führende Ordnung noch nicht vollständig gerechnet ist. Um mögliche Beiträge höherer Ordnung zu quantifizieren, wird zur Verschiebung  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}\mathcal{P}}$  des perturbativen Spektrums in Ansatz (7.8) versuchsweise ein Term

$$\mathcal{A}_{pq} \cdot \frac{(\ln Q)^q}{Q^p} \quad (7.14)$$

addiert, mit  $(p, q) = (1, 0)$ ,  $(1, 1)$  und  $(2, 1)$ , und jeweils Anpassungen an den Standarddatensatz mit  $\mathcal{A}_{pq}$  als zusätzlichem freien Parameter durchgeführt.

Die Ergebnisse sind in Tab. 7.7 zusammengefasst. Die Einbeziehung von Korrekturtermen mit  $p = 2$  führt vereinzelt zu einer verbesserten Beschreibung des Daten, insbesondere für  $1 - T$  und  $C$  bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  und  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ . Die Defizite der kombinierten  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA+DMW-Vorhersagen für die Observablen  $M_H$  und  $B_W$  werden auch nach Einführung dieser Terme nicht kompensiert, teilweise wird bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  sogar eine schlechtere Übereinstimmung mit den Daten beobachtet. Die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ - und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Werte sind in allen Fällen mit dem Ergebnis des unmodifizierten DMW-Modells kompatibel. Auf Basis der Anpassungsfehler für  $\mathcal{A}_{20}$  und  $\mathcal{A}_{21}$  ergeben sich bei  $1 - T$  und  $C$  Beiträge höherer Ordnung mit einer Signifikanz von  $3 - 4\sigma$ . Bei den anderen Observablen spielen  $p = 2$ -Beiträge eine geringe Rolle, mit Werten für  $\mathcal{A}_{20}$  und  $\mathcal{A}_{21}$ , die mit Null verträglich sind.

	$1 - T$	$M_H, M_H^2$	$B_T$	$B_W$	$C$
$\alpha_S(M_{Z^0})$	$0.1187 \pm 0.0006$	$0.1101 \pm 0.0007$	$0.1158 \pm 0.0008$	$0.0993 \pm 0.0005$	$0.11357 \pm 0.0005$
$\alpha_0(2 \text{ GeV})$	$0.452 \pm 0.012$	$0.848 \pm 0.021$	$0.588 \pm 0.014$	$0.750 \pm 0.017$	$0.459 \pm 0.009$
$A_{20}[\text{GeV}^2]$	$3.8 \pm 0.9$	$-1.9 \pm 0.7$	$-1.1 \pm 1.2$	$-2.6 \pm 0.9$	$13.1 \pm 3.9$
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	182/284	151/281	107/174	126/153	170/215
$\alpha_S(M_{Z^0})$	$0.1188 \pm 0.0007$	$0.1098 \pm 0.0007$	$0.1156 \pm 0.0005$	$0.0994 \pm 0.0005$	$0.1136 \pm 0.0006$
$\alpha_0(2 \text{ GeV})$	$0.440 \pm 0.015$	$0.872 \pm 0.026$	$0.594 \pm 0.008$	$0.768 \pm 0.019$	$0.450 \pm 0.011$
$A_{21}[\text{GeV}^2]$	$1.6 \pm 0.4$	$-0.91 \pm 0.29$	$-0.59 \pm 0.42$	$-1.2 \pm 0.35$	$5.4 \pm 1.6$
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	183/284	150/281	106/174	122/153	170/215
$\alpha_S(M_{Z^0})$	$0.1187 \pm 0.0007$	$0.1096 \pm 0.0007$	$0.1194 \pm 0.0009$	$0.1175 \pm 0.0021$	$0.1137 \pm 0.0006$
$\alpha_0(2 \text{ GeV})$	$0.604 \pm 0.028$	$0.653 \pm 0.043$	$0.711 \pm 0.022$	$1.48 \pm 0.073$	$0.57 \pm 0.029$
$A_{11}[\text{GeV}]$	$-0.100 \pm 0.025$	$0.071 \pm 0.021$	$-0.18 \pm 0.027$	$-0.60 \pm 0.062$	$-0.35 \pm 0.11$
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	184/284	148/281	101/174	77/153	170/215

Tabelle 7.7: Ergebnisse der Anpassung des DMW-Modells mit erweiterten Potenzkorrekturen der Form  $\mathcal{A}_{20}/Q^2$ ,  $\mathcal{A}_{11} \ln(Q)/Q$  und  $\mathcal{A}_{21} \ln(Q)/Q^2$ . Angegeben sind auch die statistischen Unsicherheiten.

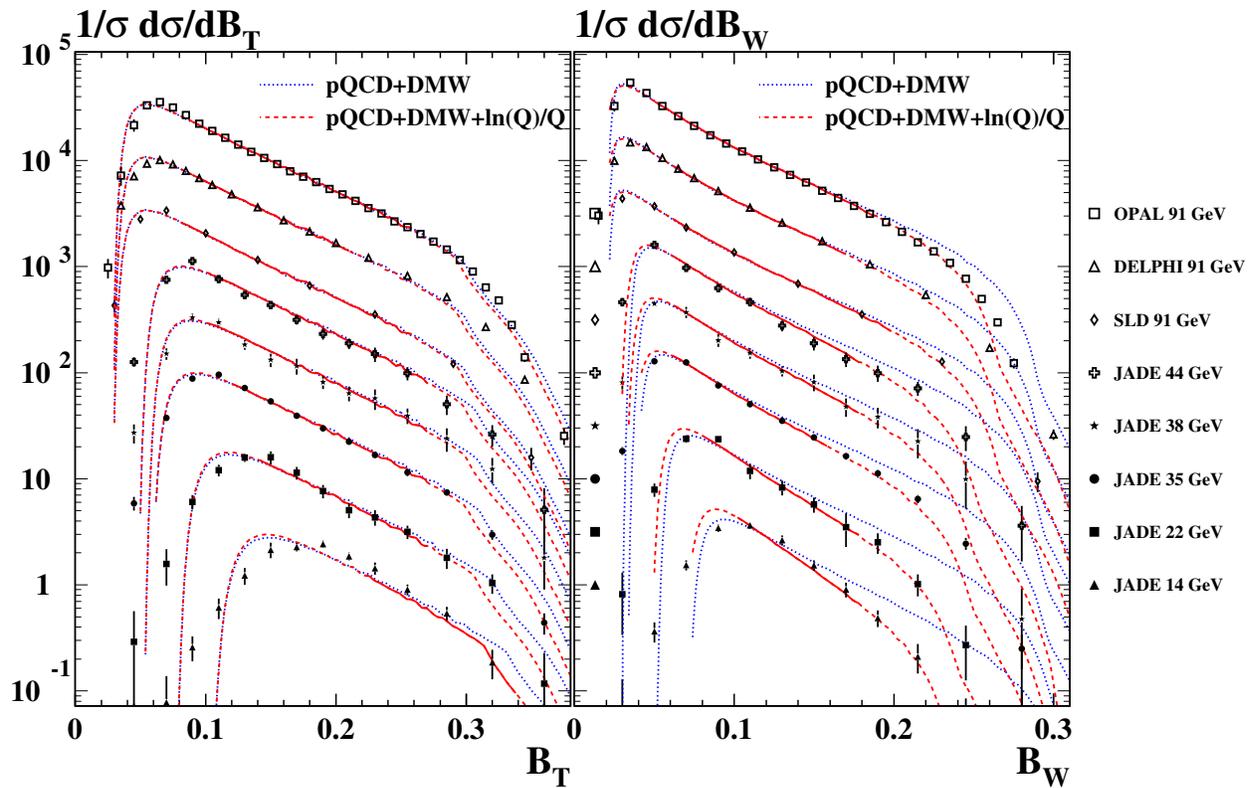


Abbildung 7.9: Skalierte Verteilungen für  $B_T$  und  $B_W$  bei  $\sqrt{s} = 14-91 \text{ GeV}$ . Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen und experimentellen systematischen Gesamtfehler. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer gemeinsamen globalen Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching kombiniert mit DMW-Rechnungen ohne (gepunktete Linien) und mit logarithmisch erweiterten Potenzkorrekturen (durchgezogene Linien), mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  und  $\mathcal{A}_{11}$  als freie Parameter.

Hingegen führt der logarithmische Korrekturterm  $\propto \ln Q/Q$  bei dem Jetbreiten  $B_T$  und  $B_W$  zu einer verbesserten Wiedergabe der JADE-Daten. Die  $\ln Q/Q$ -Koeffizienten für diese Observablen weichen sieben bzw. zehn Standardabweichungen von Null ab. Für  $B_W$  ergibt sich ein Gesamtwert für  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  von 22.2/23 gegenüber 65.5/24 aus der Anpassung ohne ( $q = 1$ )-Term. Aus Abb. 7.9 ist zu ersehen, dass der Exzess der Theorieerwartung im 3-Jet-Bereich mit Hilfe des zusätzlichen Terms deutlich reduziert wird. Die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Ergebnisse aus den Jetbreiten liegen dementsprechend systematisch über den DMW-Resultaten und sind im besseren Einklang mit den  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werten aus Abschnitt 6.9.1, während die aus den anderen Observablen extrahierten Werte praktisch unverändert sind. Es ist allerdings zu beachten, dass die beobachtete starke Korrelation zwischen  $\mathcal{A}_{11}$  und  $\alpha_S(M_{Z^0})$  einerseits ( $\approx -0.94$ ) und  $\mathcal{A}_{11}$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  andererseits ( $\approx -0.97$ ) die Interpretation für diesen Effekt bei den Jetbreiten erschwert (die Korrelation zwischen  $\alpha_S$  und  $\alpha_0$  ist hierbei positiv: für  $B_W$  beträgt sie  $+0.85$ ). Aufgrund der Struktur der Vorhersage Gl. (7.7) und (7.9) könnte der logarithmische Energieterm lediglich zu einer impliziten Umdefinition der Renormierungspunktes, an der die perturbative Rechnung ausgewertet wird, führen. Um dieses zu überprüfen, wird versuchsweise eine Anpassung der DMW-Vorhersage an den Standarddatensatz für  $B_W$  durchgeführt, wobei  $x_\mu$  als zusätzlicher freier Parameter der Anpassung behandelt wird. Das Ergebnis lautet  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1062 \pm 0.0013$ ,  $\alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.492 \pm 0.026$  und  $x_\mu = 0.137 \pm 0.008$ , mit  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 99/153$ . Der Wert für  $x_\mu$  stimmt gut mit den experimentell optimierten Werten der konventionellen  $\alpha_S$ -Analyse für  $B_W$  überein (Tab. 6.4). Die Datenpunkte bei  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$  werden nun in der Tat besser beschrieben, jedoch ist der Gesamtwert für  $\chi^2/\text{d.o.f.}$  aus den Datensätzen bei  $\sqrt{s} = 35$  und  $44 \text{ GeV}$  von  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 2.7$  schlechter als das entsprechende Ergebnis  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 1.6$  aus der Anpassung der modifizierten DMW-Vorhersage mit  $x_\mu = 1$ . Mit der erweiterten  $\ln(Q)/Q$ -Korrektur scheinen daher auch energieabhängige nichtperturbative Effekte besser modelliert zu sein<sup>7</sup>.

## 7.8 Potenzkorrekturen für $y_{23}$

Für die Variable  $y_{23}$  gibt es keine detaillierten Vorhersagen im Rahmen des DMW-Ansatzes. Nichtperturbative Beiträge werden hier erst ab  $\mathcal{O}(1/Q^2)$  erwartet [43]. Um dieses zu testen, wird zunächst die reine perturbative Rechnung (6.12) an die in Tab. 7.8 aufgelisteten Datensätze angepasst und die Anpassungsbereiche entsprechend den Vorgaben aus Abschnitt 7.4.2 optimiert (Spalte I). Im nächsten Schritt werden Terme der Form  $\mathcal{A}_{10}/Q$ ,  $\mathcal{A}_{20}/Q^2$  bzw.  $\mathcal{A}_{10}/Q + \mathcal{A}_{20}/Q^2$  analog Gl. (7.7) zur perturbativen Vorhersage addiert und jeweils Anpassungen mit  $\mathcal{A}_{10}$  und/oder  $\mathcal{A}_{20}$  als freie Parameter durchgeführt. Tab. 7.9 gibt die gefundenen  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte und die Ergebnisse für die Koeffizienten der Potenzkorrekturen wieder. Den unter (I) und (II) aufgeführten Resultaten liegen die entsprechend bezeichneten Anpassungsbereiche aus Tab. 7.8 zugrunde.

In Abb. 7.10 ist sowohl die reine  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersage (gepunktete Linien) sowie ihre Kombination mit  $1/Q^2$ -Korrekturen (durchgezogene Linien) zusammen mit den Datenpunkten dargestellt. Für Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} > 22 \text{ GeV}$  passt bereits das perturbative Spektrum relativ gut zu den Daten, im Einklang mit der Erwartung. Der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Wert ist kompatibel mit den Resultaten der anderen Observablen. Die Anpassungsintervalle sind bei LEP-Energien großzügig wählbar, bei kleiner werdenden PETRA-Energien setzen jedoch anwachsende nicht-

<sup>7</sup>Es sei angemerkt, dass der ursprüngliche DMW-Ansatz für die Jetbreiten [45] ebenfalls eine logarithmisch erweiterte Korrektur enthält. Ferner konnten in einer kürzlich durchgeführten Studie [239] logarithmisch erweiterte Korrekturterme teilweise mit Masseneffekten in Potenzkorrekturen assoziiert werden.

$\sqrt{s}$ [GeV]	Experiment	I	II
189	OPAL [217]	0.00075 - 0.235	0.00075 - 0.235
183	OPAL [217]	0.00075 - 0.235	0.00075 - 0.235
172	OPAL [217]	0.00075 - 0.235	0.00075 - 0.235
161	OPAL [203]	0.00080 - 0.130	0.00080 - 0.130
133	OPAL [202]	0.00080 - 0.235	0.00080 - 0.235
91	DELPHI [234]	0.020 - 0.200	0.020 - 0.200
	OPAL [17]	0.005 - 0.170	0.005 - 0.170
44	JADE [diese Analyse]	0.010 - 0.200	0.010 - 0.200
38	JADE [diese Analyse]	0.010 - 0.200	0.010 - 0.200
35	JADE [diese Analyse]	0.020 - 0.200	0.014 - 0.200
22	JADE [diese Analyse]	0.030 - 0.200	0.014 - 0.200
14	JADE [diese Analyse]	0.060 - 0.200	0.020 - 0.200

Tabelle 7.8: Die experimentellen Quellen der Messverteilungen für  $y_{23}$ . Angegeben sind die Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s}$  der Datennahme und die Anpassungsbereiche für die Vorhersage exklusive (I) und inklusive (II) Potenzkorrekturen.

perturbative Effekte harte untere Grenzen auf den Messbereich. Ein Blick auf Tab. 7.9 verrät, dass die Einbindung von Potenzkorrekturen in die Vorhersagen zu einer verbesserten Beschreibung der 2-Jet-Region führt. Gemessen am  $\chi^2$  sind Korrekturen mit  $p = 2$  bevorzugt. Die simultane Anpassung von  $\alpha_S(M_{Z^0})$ ,  $\mathcal{A}_{10}$  und  $\mathcal{A}_{20}$  liefert einen mit Null verträglichen Wert für  $\mathcal{A}_{10}$ , wohingegen der  $1/Q^2$ -Koeffizient deutlich von Null verschieden ist.

Um diese Beobachtung zu untermauern, werden systematische Einflüsse auf das Ergebnis untersucht, wobei in Betracht gezogen wird: die Abhängigkeit von der Variation des Renormierungsskalenfaktors  $x_\mu$  zwischen  $x_\mu = 0.5$  und  $2.0$  und der Wahl des Matchingschemas ( $\ln(R)$  (6.11),  $\ln(R)$  modifiziert (6.12),  $R$  modifiziert (6.14)), die Abhängigkeit von der Parametrisierung der  $b\bar{b}$ -Korrektur, der Einfluss der Variation der Datensätze ( $\sqrt{s} < M_{Z^0}$ ,  $\sqrt{s} \neq M_{Z^0}$ ) und der Anpassungsbereiche. Es wird eine Fehlerrechnung analog Abschnitt 7.5 durchgeführt. Das Endergebnis,

$$\begin{aligned}
\alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1128 \pm 0.0007 \text{ (Fit)} \begin{matrix} +0.0059 \\ -0.0060 \end{matrix} \text{ (Syst.)}, \\
\mathcal{A}_{10}(y_{23}) &= 0.018 \pm 0.014 \text{ (Fit)} \begin{matrix} +0.024 \\ -0.014 \end{matrix} \text{ (Syst.) GeV}, \\
\mathcal{A}_{20}(y_{23}) &= 1.94 \pm 0.31 \text{ (Fit)} \begin{matrix} +0.34 \\ -0.24 \end{matrix} \text{ (Syst.) GeV}^2,
\end{aligned} \tag{7.15}$$

bestätigt die Existenz eines  $1/Q^2$ -Beitrags auf Basis der Gesamtunsicherheiten aus Anpassungsfehler („Fit“) und systematischen Unsicherheiten („Syst.“). Der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Wert ist mit den Ergebnissen für die Observablen  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$  und  $C$  (Tab.7.5) konsistent. Logarithmisch erweiterte Potenzkorrekturen für  $y_{23}$  mit  $(p, q) = (1, 1)$  wurden hier ebenfalls untersucht, sie führen jedoch zu einer schlechteren Beschreibung der Daten.

## 7.9 DMW-Modell vs. MC-Methode

Gemessen am  $\chi^2$  der  $\alpha_S$ -Messungen gibt es weder für den analytischen Ansatz des DMW-Modells noch für die „konventionelle“ Monte-Carlo-Methode zur Korrektur nichtperturbativer Effekte

		$\alpha_S(M_{Z^0})$	$\mathcal{A}_{10}[\text{GeV}]$	$\mathcal{A}_{20}[\text{GeV}^2]$	$\chi^2/\text{d.o.f.}$
I	pQCD	$0.1147 \pm 0.0005$	—	—	59.7/100
	pQCD	$0.1152 \pm 0.0005$	—	—	151/107
II	pQCD+ $\mathcal{A}_{10}/Q$	$0.1124 \pm 0.0006$	$0.062 \pm 0.008$	—	98.2/106
	pQCD+ $\mathcal{A}_{20}/Q^2$	$0.1133 \pm 0.0005$	—	$2.25 \pm 0.18$	71.2/106
	pQCD+ $\mathcal{A}_{10}/Q + \mathcal{A}_{20}/Q^2$	$0.1128 \pm 0.0007$	$0.018 \pm 0.014$	$1.94 \pm 0.31$	69.7/105

Tabelle 7.9:  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte und Koeffizienten  $\mathcal{A}_{pq}$  der Potenzkorrekturen für die Observable  $y_{23}$ . Die mit „pQCD“ bezeichneten Reihen enthalten das Ergebnis aus der Anpassung der reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA Vorhersage (modifiziertes  $\ln(R)$ -Matching), in den anderen Reihen sind die Resultate aus der perturbativen Vorhersage kombiniert mit Korrekturen der Form  $1/Q$  und/oder  $1/Q^2$  aufgelistet. Die Bezeichnungen I und II beziehen sich auf die Anpassungsbereiche in Tab. 7.8.

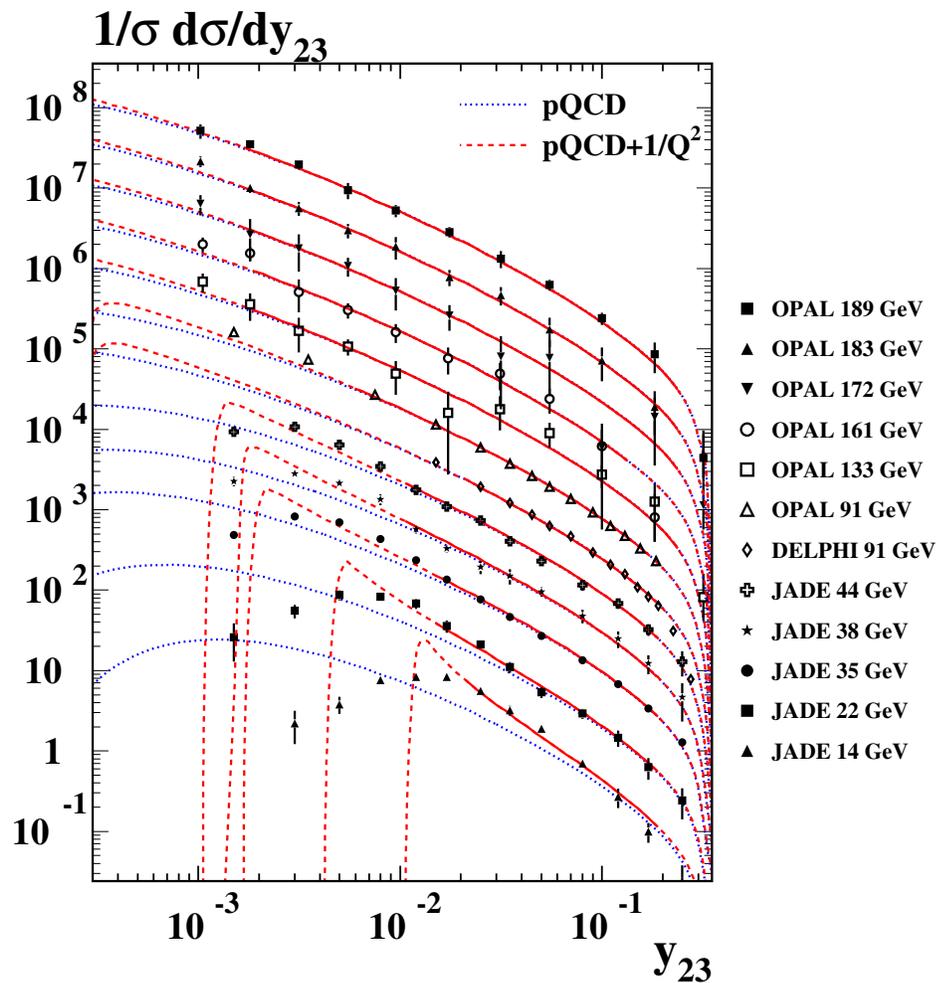


Abbildung 7.10: Skalierte Verteilungen für  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} = 14\text{-}189$  GeV. Die Fehlerbalken bezeichnen die statistischen und experimentellen systematischen Gesamtfehler. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer gemeinsamen globalen Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem modifizierten  $\ln(R)$ -Matching ohne (gepunktete Linien) und mit Potenzkorrekturen  $\propto 1/Q^2$  (gestrichelte und durchgezogene Linien), mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\mathcal{A}_{20}$  als freie universelle Parameter.

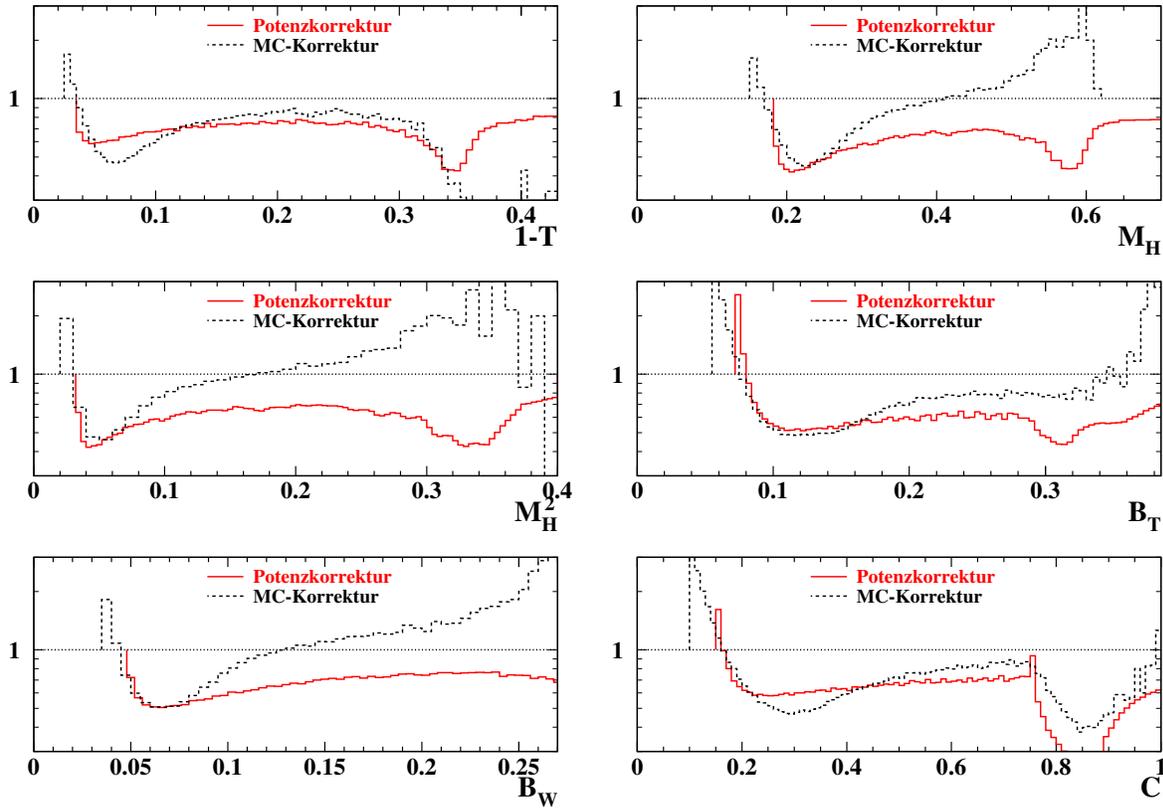


Abbildung 7.11: Hadronisierungskorrekturen des DMW-Modells (durchgezogene Linien) im Vergleich zum JETSET Monte-Carlo-Modell (gestrichelte Linien) bei  $\sqrt{s} = 35$  GeV. Die Korrekturfaktoren aus dem DMW-Modell sind als binweises Verhältnis der Vorhersagen exklusive und inklusive Potenzkorrekturen definiert, basierend auf den jeweils angepassten Werten für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ . Die MC-Korrektur ist durch das Verhältnis der generierten Verteilungen auf Parton- und Hadronniveau gegeben.

eine klare Präferenz. Die extremen 2-Jet-Bereiche der Verteilungen außerhalb der Anpassungsintervalle lassen sich mit der konventionellen Methode teilweise besser beschreiben, insbesondere bei kleinen Schwerpunktsenergien. Hier sei aber nochmals auf den Gültigkeitsbereich des DMW-Modells hingewiesen.

Generell ist festzustellen, dass die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte aus der Anpassung mit Potenzkorrekturen systematisch kleiner sind als die Resultate, die mit  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen kombiniert mit phänomenologischen Hadronisierungsmodellen erzielt worden sind [17, 19–21, 41, 154, 158]. Der Anpassungsmechanismus liefert eine einfache Erklärung für diese Beobachtung [155]. Die Hadronisierungssimulation bewirkt eine Verschiebung der Maximumsposition der perturbativen Vorhersage in Richtung größerer Variablenwerte, die stets mit einer Stauchung des Kurvenverlaufs verknüpft ist, sprich steiler werdenden Flanken des differentiellen Wirkungsquerschnitts auf beiden Seiten des Maximums. Hingegen sagen die Potenzkorrekturen Gl. (7.7) für  $1-T$ ,  $M_H$  und  $C$  lediglich eine Verschiebung des Spektrums voraus. Die aktuellen Rechnungen für  $B_T$  und  $B_W$  enthalten eine Stauchung, die aber nicht so ausgeprägt ist wie in der Monte-Carlo-Korrektur. Als Folge liegt für alle Observablen der mit Potenzkorrekturen berechnete theoretische Wirkungsquerschnitt in der 3-Jet-Region systematisch über der Vorhersage der MC-Methode, wo er auch zudem flacher abfällt, gleiche perturbative Vorhersagen mit gleichem Eingabewert für

$\alpha_S(M_{Z^0})$  vorausgesetzt. Für die Anpassung an ein und dieselbe Datenverteilung bedeutet dies, dass die Vorhersage mit Potenzkorrekturen systematisch kleinere  $\alpha_S$ -Werte wählt, um diesen Exzess zu kompensieren.

Nichtsdestotrotz ist für  $1 - T$  und  $C$  eine akzeptable qualitative Übereinstimmung der DMW-Vorhersage mit der MC-gefalteten Rechnung für gleiche Werte von  $\alpha_S(M_{Z^0})$  festzustellen, die bei zunehmenden Schwerpunktsenergien immer besser wird. Abb. 7.11 zeigt für jede Observable bei  $\sqrt{s} = 35 \text{ GeV}$  das binweise Verhältnis der reinen perturbativen Rechnung zur jeweiligen Vorhersage inklusive Hadronisierungseffekte. Bei  $1 - T$  und  $C$  sind die jeweils vorhergesagten Korrekturen relativ ähnlich, während die Modellvorhersagen für die anderen Observablen stärker voneinander abweichen. Dementsprechend sind die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Ergebnisse für  $1 - T$  und  $C$  aus dem DMW-Ansatz verträglicher mit den entsprechenden Resultaten der MC-Methode.

Die revidierten Rechnungen für  $B_T$  und  $B_W$  führen gegenüber den experimentellen Tests der ursprünglichen Vorhersagen [155] zu einer wesentlichen Annäherung der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte an die Ergebnisse für die anderen Observablen<sup>8</sup>. Die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte der weniger inklusiven Observablen  $B_W$  und  $M_H$  liegen allerdings weit unter den entsprechenden Resultaten konventioneller  $\alpha_S$ -Studien, was anzeigt, dass die notwendige Stauchung der differentiellen Verteilung größtenteils durch den perturbativen Teil der Vorhersage übernommen wird. Die damit einhergehende Verschiebung der perturbativen Spektrums zurück zu kleineren Variablenwerten muss durch entsprechend große Werte für  $\alpha_0$  kompensiert werden, damit die Verteilung auf Hadronniveau noch gut zu den Daten passt. Entsprechend fallen die  $\alpha_0$ -Werte für die Observablen  $M_H$  und  $B_W$  besonders hoch aus (Tab. 7.5).

## 7.10 Kombination der Einzelresultate

Die individuellen Ergebnisse für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aus dem DMW-Ansatz für  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$ ,  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  werden jeweils mit der in Abschnitt 6.9.1 beschriebenen Methode kombiniert. Mit Hilfe der reziproken Quadrate der Gesamtfehler aus Tab. 7.5 werden für alle Observablen Gewichte bestimmt und mit diesen sowohl für die Standardresultate als auch für die systematischen Tests gewichtete Mittelwerte berechnet. Die Prozedur berücksichtigt Korrelationen zwischen den systematischen Fehlern. Das Ergebnis ist in Abb. 7.8 f) dargestellt. Mit den so gewonnenen systematischen Abweichungen der kombinierten Werte für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  bzw.  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  vom kombinierten Ergebnis der Standardanalyse wird eine Fehlerrechnung wie bei den individuellen Resultaten (Abschnitt 7.5) durchgeführt. Die kombinierten Zentralwerte und Fehler für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  sind in Tab. 7.10 zusammengefasst. Das Endergebnis lautet

$$\begin{aligned} \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1126 \begin{array}{l} +0.0058 \\ -0.0048 \end{array} \\ \alpha_0(2 \text{ GeV}) &= 0.542 \begin{array}{l} +0.090 \\ -0.068 \end{array}, \end{aligned} \quad (7.16)$$

wobei der angegebene Gesamtfehler durch theoretische Unsicherheiten dominiert ist.

Ebenso wird für jeden systematischen Test ein gewichteter Korrelationskoeffizient bestimmt, wobei die Gewichte aus dem Produkt der symmetrisierten Einzelfehler für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$

<sup>8</sup>Mit den alten Rechnungen ergeben sich folgende Werte mit statistischen Fehlern:  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.095 \pm 0.001$  ( $\chi^2/\text{d.o.f.} = 159/141$ ) für  $B_T$  und  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.085 \pm 0.001$  ( $\chi^2/\text{d.o.f.} = 112/108$ ) für  $B_W$  [155].

	Anpassung	Experiment	Theorie	Gesamt	Korrelation
$\alpha_S(M_{Z^0})=$	0.1126	$\pm 0.0005$	$\pm 0.0037$	+0.0044 -0.0030	+0.0058 -0.0048
$\alpha_0(2 \text{ GeV})=$	0.542	$\pm 0.005$	$\pm 0.032$	+0.084 -0.060	+0.094 -0.068

Tabelle 7.10: Gewichtete Mittelwerte für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aus der Anpassung von DMW-Vorhersagen an die differentiellen Verteilungen von  $1 - T$ ,  $M_H$  bzw.  $M_H^2$ ,  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$ .

bestimmt werden, und ein Gesamtkorrelationskoeffizient analog Abschnitt 7.6.3 berechnet. Dieser bestimmt sich zu

$$\rho = -0.22 .$$

Trotz der großen Antikorrelation der Einzelanpassungen ist die Gesamtkorrelation zwischen  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aufgrund der Korrelationen der systematischen Variationen klein.

Wie erwartet liegt der kombinierte  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Wert insbesondere aufgrund der Beiträge von  $M_H$  und  $B_W$  unter den Resultaten der konventionellen Analyse (Tab. 6.14). Die Kombinationsprozedur ist im Hinblick auf das  $B_W$ -Ergebnis etwas unbefriedigend, da der entsprechende  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Wert nicht innerhalb seines Gesamtfehlers mit den Ergebnissen der anderen Observablen kompatibel ist. Wird  $B_W$  bei der Kombination nicht berücksichtigt, ergibt sich

$$\begin{aligned} \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1134 \begin{matrix} +0.0059 \\ -0.0048 \end{matrix} \\ \alpha_0(2 \text{ GeV}) &= 0.528 \begin{matrix} +0.085 \\ -0.064 \end{matrix} . \end{aligned}$$

Der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Wert ist damit in etwas besserer Übereinstimmung mit dem Weltmittelwert [11], ohne dass sich das Ergebnis für  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  wesentlich ändert.

In Abb. 7.12 a) sind die Einzelergebnisse und die gewichteten Mittelwerte grafisch dargestellt, wobei die Fehlerellipsen auf symmetrisierten Fehlern beruhen. Auf Basis der Gesamtfehler besteht eine Übereinstimmung der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ - und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Resultate auf einem Niveau von ein bis zwei Standardabweichungen.

## 7.11 DMW-Resultate für Mittelwerte von Topologievariablen

Zur Vervollständigung der Darstellung über Potenzkorrekturen soll auch das Ergebnis aus [92, 159] vorgestellt werden, in dem DMW-Vorhersagen für die Mittelwerte  $\langle 1 - T \rangle$ ,  $\langle M_H^2 \rangle$ ,  $\langle B_T \rangle$ ,  $\langle B_W \rangle$ ,  $\langle C \rangle$  der Observablen getestet werden. Die theoretischen Rechnungen hierzu beruhen auf dem Ansatz Gl. (7.6) und  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen Gl. (6.4) für den perturbativen Teil, wobei die dortigen differentiellen Ausdrücke  $1/\sigma \cdot d\sigma/d\mathcal{F}$ ,  $dA/d\mathcal{F}$  und  $dB/d\mathcal{F}$  durch die entsprechenden Mittelwerte  $\langle \sigma \rangle$ ,  $\langle dA/d\mathcal{F} \rangle$  und  $\langle dB/d\mathcal{F} \rangle$  zu ersetzen sind. Die Mittelwerte der  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ - und  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Koeffizienten sind der Referenz [92] entnommen.

Die Messung ist weniger sensitiv auf die genaue Form des differentiellen Spektrums einer topologischen Observablen und damit weitgehend von den in Abschnitt 7.6.1 beobachteten Besonderheiten und Defiziten der Vorhersagen für die Verteilungen unberührt, z.B. von der Notwendigkeit

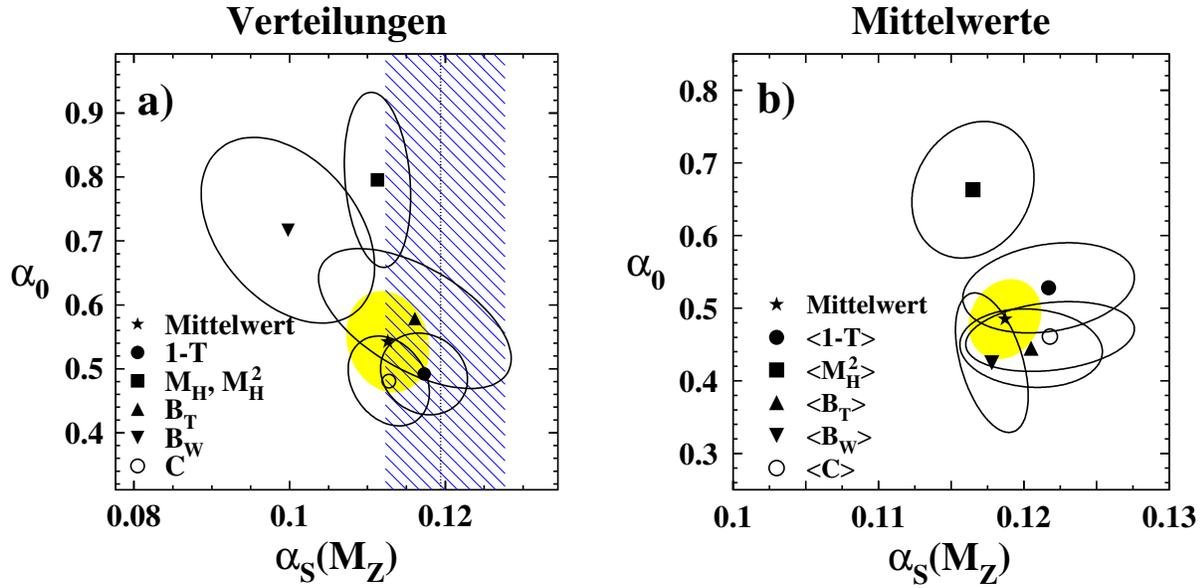


Abbildung 7.12: Ergebnisse für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2\text{ GeV})$  aus Anpassungen von perturbativen Vorhersagen kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells a) an die differentiellen Verteilungen (diese Arbeit) und b) an die Mittelwerte [92, 159] von  $1 - T$ ,  $M_H$  or  $M_H^2$ ,  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$ . Die Fehlerellipsen entsprechen einem Konfidenzniveau der Messungen von 38%. Zum Vergleich ist in a) das kombinierte  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Ergebnis der „konventionellen“ Analyse aus Kapitel 6 als senkrechte Linie (Zentralwert) und schraffiertes Band (Gesamtfehler) dargestellt.

zur Einschränkung der Anpassungsbereiche. Als Folge sind andersartige systematische Effekte zu erwarten. Durch die komplementären Ansätze ist die Möglichkeit einer gegenseitigen Verifikation der Ergebnisse beider Studien gegeben.

Es werden im Wesentlichen die in Tab 7.3 aufgelisteten Datensätze benutzt<sup>9</sup>. Die Vorhersagen werden für jede Observable mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2\text{ GeV})$  als simultane freie Parameter an die Daten angepasst. Es werden auch die in Abschnitt 7.5 aufgelisteten systematischen Unsicherheiten untersucht, soweit sie für den vorliegenden Typ von Rechnungen in Betracht gezogen werden können<sup>10</sup>. Die Fehlerrechnung und die Kombination der Einzelresultate ist analog zur Analyse der differentiellen Verteilungen.

Die Anpassungen liefern eine gute Beschreibung der Daten mit  $\chi^2/\text{d.o.f.} \simeq 1$ . Die Korrelationskoeffizienten liegen bei  $\rho \simeq -90\%$ . In Abb. 7.13 sind die gemessenen Mittelwerte und die Erwartungen des DMW-Modells (durchgezogene Linien) als Funktion der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  dargestellt<sup>11</sup>. Gleichzeitig sind die rein perturbativen Vorhersagen mit den angepassten

<sup>9</sup>Die zitierte Analyse der Mittelwerte verwendet veröffentlichte JADE-Datensätze bei  $\sqrt{s} = 35$  und  $44\text{ GeV}$  aus den Studien in [154, 158] und nicht die aktualisierten Messverteilungen dieser Arbeit. Zusätzlich fließen auch LEP-Messungen [161] mit radiativen Ereignissen reduzierter Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$  in die Analyse ein ( $\approx 10000$  Ereignisse, verteilt auf sechs Energiebins zwischen  $\sqrt{s} = 30 - 86\text{ GeV}$ ).

<sup>10</sup>Um Konvergenz der Anpassungen zu gewährleisten, ist stets die Einbeziehung der Daten bei  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$  notwendig. Abweichend von Abschnitt 7.5 wird daher bei den Mittelwerten als „experimenteller“ Fehler nur die Abweichung definiert, die aus der Messung ohne Einbeziehung der Daten bei  $\sqrt{s} \simeq M_{Z^0}$  resultiert.

<sup>11</sup>In Abb. 7.13 ist auch eine Anpassung der perturbativen Vorhersage für die Variable  $\langle y_{23} \rangle$  zu sehen. Wie bei der differentiellen Vorhersage zeigen die Daten auch hier keine Evidenz für Potenzkorrekturen  $\propto 1/Q$ . Beiträge höherer Ordnung der Form  $1/Q^2$ ,  $(\ln Q)/Q$  oder  $(\ln Q)/Q^2$  konnten mit den in die Mittelwertanalyse verwendeten Datensätzen nicht signifikant nachgewiesen werden [92, 159].

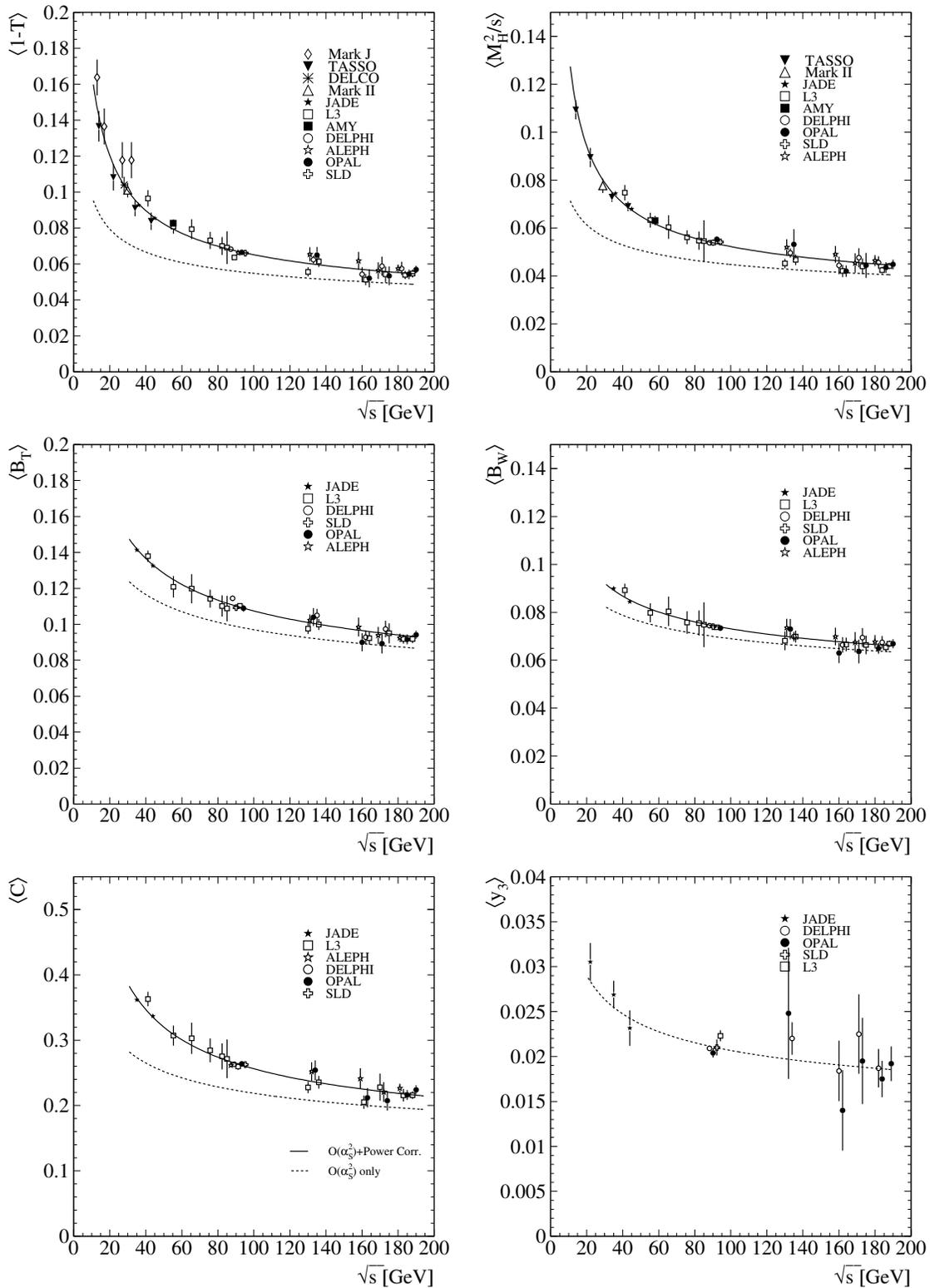


Abbildung 7.13: Momente der Topologievariablen  $\langle 1-T \rangle$ ,  $\langle M_H^2 \rangle$ ,  $\langle B_T \rangle$ ,  $\langle B_W \rangle$ ,  $\langle C \rangle$  und  $\langle y_{23} \rangle$  als Funktion der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$ . Die durchgezogenen Kurven sind das Ergebnis einer Anpassung [92, 159] von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells. Die gestrichelten Linien geben den rein perturbativen Beitrag wieder.

	$\langle 1 - T \rangle$	$\langle M_H^2 \rangle$	$\langle B_T \rangle$	$\langle B_W \rangle$	$\langle C \rangle$
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	50.1/41	24.0/35	23.7/28	10.4/29	18.4/26
$\alpha_S(M_{Z^0})$	$0.1217^{+0.0065}_{-0.0054}$	$0.1165^{+0.0047}_{-0.0038}$	$0.1205^{+0.0054}_{-0.0044}$	$0.1178^{+0.0025}_{-0.0025}$	$0.1218^{+0.0064}_{-0.0053}$
$\alpha_0(2 \text{ GeV})$	$0.528^{+0.074}_{-0.051}$	$0.663^{+0.111}_{-0.078}$	$0.445^{+0.063}_{-0.045}$	$0.425^{+0.131}_{-0.063}$	$0.461^{+0.056}_{-0.040}$

Tabelle 7.11: Ergebnisse für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  und Gesamtfehler aus der Anpassung von  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen kombiniert mit Potenzkorrekturen nach dem DMW-Modell für  $\langle 1 - T \rangle$ ,  $\langle M_H^2 \rangle$ ,  $\langle B_T \rangle$ ,  $\langle B_W \rangle$  und  $\langle C \rangle$  [92, 159].

$\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werten der Standardmessung gegenübergestellt (gestrichelte Linien). Die individuellen Ergebnisse für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  (Tab. 7.11) und die kombinierten Werte (Tab. 7.12) sind in Abb. 7.12 b) grafisch dargestellt.

Die Resultate für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aus den Mittelwerten sind im Rahmen der Gesamtfehler konsistent. Gegenüber der Analyse der differentiellen Verteilungen wird eine bessere Übereinstimmung der Einzelergebnisse beobachtet. Dieses trifft insbesondere für die Variablen  $M_H^2$  und  $B_W$  zu. Die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte aus den Mittelwerten liegen generell über den Ergebnissen aus Tab. 7.5. Das kombinierte Ergebnis mit Gesamtfehler,

$$\begin{aligned} \alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1187^{+0.0031}_{-0.0021} \\ \alpha_0(2 \text{ GeV}) &= 0.485^{+0.066}_{-0.045}, \end{aligned} \quad (7.17)$$

ist dennoch innerhalb von ein bis zwei Standardabweichungen mit dem Ergebnis aus den differentiellen DMW-Vorhersagen verträglich. Der Gesamtfehler ist durch theoretische Unsicherheiten dominiert (Tab. 7.12). Der Gesamtkorrelationskoeffizient schätzt sich zu  $\rho = +0.17$  ab. Auch hier ist der Wert aufgrund der Korrelationen der systematischen Effekte klein.

	Anpassung	Experiment	Theorie	Gesamt	Korrelation
$\alpha_S(M_{Z^0})=$	0.1187	$\pm 0.0014$	$\pm 0.0001$	$+0.0028$ $-0.0015$	$+0.0031$ $-0.0021$
$\alpha_0(2 \text{ GeV})=$	0.485	$\pm 0.013$	$\pm 0.001$	$+0.065$ $-0.043$	$+0.066$ $-0.045$

Tabelle 7.12: Gewichtete Mittelwerte für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aus der Anpassung von DMW-Vorhersagen für die Mittelwerte  $\langle 1 - T \rangle$ ,  $\langle M_H^2 \rangle$ ,  $\langle B_T \rangle$ ,  $\langle B_W \rangle$  und  $\langle C \rangle$  [92, 159].

## 7.12 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden Potenzkorrekturen nach dem DMW-Modell für die differentiellen Verteilungen der Observablen  $1 - T$ ,  $M_H$  bzw.  $M_H^2$ ,  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$  untersucht. Hierzu wurden neben den Messverteilungen dieser Analyse auch Daten von Experimenten bei LEP und anderen Beschleunigern verwendet, sodass ein Energiebereich  $Q \equiv \sqrt{s} = 14 - 189 \text{ GeV}$  abgedeckt werden konnte. Für  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$  liefern die JADE-Daten den einzigen Beitrag für  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$ .

Zum Test des DMW-Modells wurden die Vorhersagen mit  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -NLLA-Rechnungen für den perturbativen Teil kombiniert und an die Messverteilungen global angepasst, mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  als freie Parameter. In der Tat gelingt eine eindrucksvolle Beschreibung des Großteils des gesamten Datenspektrums, mit  $\chi^2/\text{d.o.f.} \simeq 1$  (Abschnitt 7.6). Dieser Befund bestätigt die Dominanz  $1/Q$ -artiger Korrekturen nichtperturbativen Ursprungs für topologische Observablen. Zum selben Ergebnis gelangt auch eine Studie [92,159] über Mittelwerte der Observablen  $\langle 1-T \rangle$ ,  $\langle M_H^2 \rangle$ ,  $\langle B_T \rangle$ ,  $\langle B_W \rangle$  und  $\langle C \rangle$ , beruhend auf einem vergleichbaren Datensatz.

Bei Schwerpunktsenergien zwischen  $\sqrt{s} = 14-44 \text{ GeV}$  werden die differentiellen Verteilungen für  $M_H$  und  $B_W$  durch die Theorie wesentlich schlechter reproduziert als die Verteilungen der anderen Variablen. Bei  $B_W$  kann durch Einführung eines zusätzlichen logarithmischen Korrekturterms  $\propto \ln Q/Q$  eine verbesserte Beschreibung der Daten erzielt werden. Diese Beobachtung kann als Hinweis auf die Struktur von fehlenden Beiträgen in den gegenwärtigen DMW-Rechnungen interpretiert werden (Abschnitt 7.7).

Für die differentielle 2-Jet-Rate  $y_{23}$  wurde ein einfacher Ansatz für Potenzkorrekturen getestet, da für diese Variable keine detaillierte Vorhersage existiert. Mit Hilfe der JADE-Daten bei  $\sqrt{s} = 14$  und  $22 \text{ GeV}$  kann für diese Observable ein von Null verschiedener Koeffizient  $\mathcal{O}(1/Q^2)$  signifikant nachgewiesen werden (Abschnitt 7.8). Dieser bestimmt sich zu

$$\mathcal{A}_{20} = 1.94 \pm 0.42 \text{ GeV}^2$$

wobei der Fehler statistische und systematische Unsicherheiten enthält. Hingegen ist der  $\mathcal{O}(1/Q)$ -Beitrag mit Null verträglich. Die  $1/Q^2$ -Korrektur ist im Einklang mit der Erwartung [43] für diese Variable. Aufgrund des Beitrags der Daten bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  deutet sich auch für die Variablen  $1-T$  und  $C$  eine zusätzliche  $1/Q^2$ -Korrektur an.

Die aus den differentiellen Verteilungen für  $1-T$ ,  $M_H$ ,  $C$  und  $B_T$  extrahierten  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte stimmen innerhalb der Gesamtfehler überein, das  $B_W$ -Ergebnis hingegen fällt deutlich kleiner aus (Abschnitt 7.6.2). Nichtsdestotrotz ist durch Verwendung der revidierten Rechnungen für  $B_T$  und  $B_W$  die Konsistenz der Messungen gegenüber dem Ergebnis einer früheren Studie [155] erheblich verbessert worden. Mit den Observablen  $1-T$ ,  $B_T$  und  $C$  werden übereinstimmende  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Werte erzielt, während die Werte für  $M_H$  und  $B_W$  um etwa 25% darüber liegen. Dieses ist möglicherweise ein Hinweis auf einen gemeinsamen systematischen Effekt der weniger inklusiven Observablen.

Anders als bei der Analyse der Mittelwerte sind die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte aus den differentiellen Verteilungen systematisch kleiner als die auf Hadronisierungsmodellen basierenden Resultate. Je größer die Abweichung ist, desto größer fällt auch das Ergebnis für  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aus. Für diesen Effekt sind charakteristische Unterschiede in der Deformation des perturbativen Spektrums verantwortlich (Abschnitt 7.9).

Die Bestimmung des einzigen nichtperturbativen Parameters  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  des DMW-Modells ist angesichts der theoriespezifischen Unsicherheiten nur mit einer Präzision von 10-20% möglich. Die Streuung der  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Werte für  $1-T$ ,  $B_T$  und  $C$  ist durch die von den Autoren in [45] angegebene Unsicherheit des Milanfaktors  $\mathcal{M}$  abgedeckt. In der Tat kann die für den DMW-Ansatz wesentliche Universalität von  $\alpha_0$  für alle Observablen auf einem Niveau von rund zwei Standardabweichungen der Gesamtfehler bestätigt werden (Abschnitt 7.10).

Die Ergebnisse aus der Analyse der differentiellen Verteilungen (7.16) können mit dem Ergebnis der Mittelwertanalyse (7.17) zu einem gemeinsamen Resultat zusammengefasst werden. Hierzu werden gewichtete Mittelwerte, basierend auf symmetrisierten Gesamtfehlern gebildet. Als

Fehler des Endergebnisses wird der kleinere der Einzelfehler genommen. Es ergibt sich

$$\begin{aligned}\alpha_S(M_{Z^0}) &= 0.1175^{+0.0031}_{-0.0021} \\ \alpha_0(2 \text{ GeV}) &= 0.503^{+0.066}_{-0.045} .\end{aligned}$$

in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus dieser Studie Abschnitt 6.11 und früherer Studien [92, 158, 240] sowie dem Weltmittelwert  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1184 \pm 0.0031$  [11] für die starke Kopplungskonstante.



# Kapitel 8

## Fazit und Ausblick

Die vorliegende Arbeit hatte im Wesentlichen drei Zielsetzungen zum Inhalt: die Aufbereitung von Daten und die Reaktivierung der originalen Simulations- und Analysesoftware des JADE-Experiments, eine  $\alpha_S$ -Analyse basierend auf topologischen Observablen bei PETRA-Energien, die dem Stand der Technik aktueller  $\alpha_S$ -Messungen bei LEP entspricht, und eine experimentelle Studie über neue theoretische Ansätze zur Beschreibung von nichtperturbativen Effekten in Ereignistopologien. Die wichtigsten Ergebnisse sollen im Folgenden zusammengefasst werden.

### 8.1 Zusammenfassung

Die Hauptmotivation für die Reaktivierung der JADE-Software ist die Bereitstellung von  $e^+e^-$ -Daten im Hinblick auf die Ausweitung heute aktueller QCD-Studien auf kleinste Vernichtungsenergien. Anstrengungen hierzu betrafen drei größere Programmpakete: eine detaillierte Detektorsimulation, die „Offline“-Rekonstruktionsanalyse und das interaktive Ereignisgrafikprogramm. Der ursprünglich in den 1970er und 1980er Jahren u.a. an den Großrechnern des DESY-Rechenzentrums entwickelte Programmcode konnte erfolgreich an heute gängige Rechnerplattformen adaptiert werden. Die Funktionalität der Programme wurde anhand simulierter Detektorereignisse bei allen relevanten Schwerpunktsenergien zwischen  $\sqrt{s} = 14$ -44 GeV und für verschiedene Detektorkonfigurationen getestet. Die gesamte Software zeigt sich in einem zufrieden stellenden Zustand. Insbesondere überzeugt die größtenteils gute Übereinstimmung von simulierten und gemessenen Teilchenspektren und physikalischen Observablen.

Die funktionierende Detektorsimulation ist eine der Grundvoraussetzungen für eine solide Messung von Ereignistopologien mit den JADE-Daten. In dieser Arbeit wurden die differenziellen Wirkungsquerschnitte der topologischen Observablen  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$ ,  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  bei  $\sqrt{s} \simeq 14, 22, 35, 38$  und 44 GeV gemessen. Für  $B_T$ ,  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  konnten so erstmals Messpunkte bei Vernichtungsenergien weit unterhalb der  $Z^0$ -Massenskala geschaffen werden. Die Messprozedur und die Entfaltung der Daten von Akzeptanz- und Auflösungseffekten ist für alle betrachteten Energiepunkte mit kontrollierbaren experimentellen systematischen Unsicherheiten verbunden. Die korrigierten Messverteilungen demonstrieren eindrucksvoll die Energieevolution von  $e^+e^-$ -Ereignistopologien, wie sie in dieser Deutlichkeit nur bei PETRA-Energien zu sehen ist. Die relativ sphärische Ereignisform bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV geht bei wachsenden Schwerpunktsenergien erkennbar in eine 2-Jet-artigere Topologie über, im Einklang mit der zu erwartenden Dynamik von perturbativen und nichtperturbativen Effekten auf den hadronischen Endzustand.

Diese Beobachtung wird auch quantitativ durch verschiedene phänomenologische Hadronisierungsmodelle wiedergegeben. Hierzu wurden die QCD-Ereignisgeneratoren PYTHIA 5.7/JETSET 7.4, HERWIG 5.9 und ARIADNE 4.08 betrachtet, mit ihren an LEP-Daten bei  $\sqrt{s} = M_{Z^0}$  angepassten Parametern, sowie JETSET 6.3 in einer JADE-optimierten Version. PYTHIA und JETSET 6.3 (LLA-Partonschauer + Stringfragmentation) erweisen sich als tauglich zur Beschreibung von  $e^+e^-$ -Ereignistopologien bis hinab zu  $\sqrt{s} = 14$  GeV. Es bestehen jedoch erhebliche Unterschiede zwischen den jeweiligen Einstellungen der wichtigsten Modellparameter, welche in erster Linie auf die unterschiedlichen Werte von *ad hoc* eingeführten Parametern —z.B. für die Modellierung von  $L=1$ -Mesonmultipletts— zurückzuführen sind. Hingegen ist die Übereinstimmung von ARIADNE (Farbdipolformalismus + Stringfragmentation à la JETSET) und HERWIG (MLLA-Partonschauer + Clusterfragmentation) mit den Daten am unteren Ende der Energieskala moderater. Das COJETS-Modell (LLA-Partonschauer + unabhängige Fragmentation), das Kohärenzeffekte zwischen den Partonen vernachlässigt, ist mit den LEP-abgestimmten Parametern nicht in der Lage, die Daten zu beschreiben. Gleichwohl ist eine Annäherung der Qualität aller Generatoren bei steigenden Schwerpunktsenergien festzustellen, mit Ausnahme des JETSET 6.3-Modells, das zunehmend von den Daten abweicht. Insgesamt gelingt mit dem in PYTHIA/JETSET realisierten Konzept der Stringfragmentation in der LEP-optimierten Version eine erfolgreiche Beschreibung von verschiedenen Aspekten in hadronischen Endzuständen der  $e^+e^-$ -Vernichtung mit einem für unterschiedliche Energiebereiche universell gültigen Satz von Parametern, während bei den anderen Modellen im Bereich kleiner Schwerpunktsenergien ein Nachjustieren erforderlich ist.

Die gemessenen Ereignistopologien sind die Grundlage für die Bestimmung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S$ . Hierzu wurden —separat für jede Schwerpunktsenergie— resummierte  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen für die Observablen mit Hadronisierungskorrekturen gefaltet und an die Messverteilungen angepasst, mit  $\alpha_S$  als freiem Parameter. Der Zentralwert für  $\alpha_S$  wurde jeweils mit Hilfe des  $\ln(R)$ -Matchings für den perturbativen Teil und PYTHIA für die Hadronisierungssimulation bestimmt. Zum besseren Vergleich mit den für masselose Partonen gerechneten Vorhersagen wurde aus den Messverteilungen der „Untergrund“ aus  $b\bar{b}$ -Ereignissen subtrahiert, da diese die Ereignistopologie insbesondere bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV durch elektroschwache Effekte verzerren. Für systematische Untersuchungen kamen auch die anderen Kombinationsschemata ( $R$ -Matching und die modifizierten Varianten des  $R$ - und  $\ln(R)$ -Schemas) sowie die alternativen Hadronisierungsmodelle ARIADNE, HERWIG und JETSET 6.3 zum Einsatz.

Mit abnehmenden Schwerpunktsenergien werden nichtperturbative Effekte auf die Messung immer bedeutsamer. Insbesondere beim Übergang von  $\sqrt{s} = 35$  GeV zu 22 GeV nehmen Hadronisierungseinflüsse überproportional zu, mit Korrekturfaktoren von teilweise 50-100%. Nichtsdestotrotz erweist sich die binweise Entfaltungsmethode in Bereichen flacher Korrekturen als sinnvoll, wie ein Vergleich mit der einfachen Matrixentfaltung zeigt. Bedingt durch Hadronisierungseffekte, besteht bei  $\sqrt{s} = 14$  und 22 GeV eine erheblich reduzierte Sensitivität der Vorhersage auf  $\alpha_S$ . Die  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen geben die Messverteilungen im Allgemeinen sehr gut wieder, mit  $\chi^2/\text{d.o.f.}$ -Werten zwischen 0.2 und 2.0. Am Energiepunkt  $\sqrt{s} \simeq 35$  GeV mit der größten Datenmenge liefert das  $R$ -Matching —bedingt durch die bekannten theoretischen Mängel dieses Schemas— eine signifikant schlechtere Beschreibung der Daten als die übrigen Matchingschemata. Die Datenstatistik lässt ansonsten keine durchgängige Bevorzugung eines Matchingschemas erkennen. Auffällig sind die Defizite der Vorhersagen für die Variable  $B_W$ , die auch in diversen LEP-Studien festgestellt worden sind (z.B. [17, 195]).

Zum Vergleich wurden auch reine  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen an die Daten angepasst. Die Verteilungen werden hier mit akzeptabler Qualität wiedergegeben, da die entsprechenden Messbereiche nicht

den von 2-Parton-Konfigurationen mit infraroter und kollinearer Gluonabstrahlung dominierten kinematischen Bereich enthalten. Eine Präferenz für  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen zum Zwecke von  $\alpha_S$ -Messungen ist durch die deutlich reduzierte Variabilität der  $\alpha_S$ -Resultate um den durch die harte Prozessskala  $\sqrt{s}$  ausgezeichneten Renormierungspunkt  $x_\mu \equiv \mu/\sqrt{s} = 1$  gegeben. Ferner streuen die experimentell optimierten Skalenfaktoren um  $x_\mu = \mathcal{O}(1)$ , wohingegen die reinen  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen eine deutliche Bevorzugung für kleine Werte  $x_\mu \ll 1$  erkennen lassen. Diese Beobachtung ist im Einklang mit den Befunden bei LEP/SLC [17, 19–21, 41].

Mit Hilfe der  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen ergibt sich ein konsistentes Bild von Einzelmessungen bei allen Schwerpunktsenergien. Für  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$  und  $C$  besteht Übereinstimmung innerhalb der statistischen und experimentellen Unsicherheiten. Alle Einzelresultate streuen innerhalb von zwei bis drei Standardabweichungen der statistischen Fehler nach einem bei allen Energien ungefähr gleichem Muster, was als Hinweis auf observablenspezifische Effekte fehlender Terme in höherer Ordnung  $\alpha_S$  zu interpretieren ist. Zur besseren Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen bei höheren Energien erfolgte die Abschätzung systematischer Unsicherheiten in vielen Punkten den Konventionen der zitierten LEP/SLC-Studien, ergänzt um experimentspezifische Aspekte. Die Genauigkeit der  $\alpha_S$ -Messungen ist hauptsächlich durch die Unvollständigkeit der perturbativen Rechnungen gegeben, welche konservativ durch Variation des Skalenfaktors von  $x_\mu = 0.5$ -2.0 quantifiziert wurde. Die Hadronisierungsunsicherheiten ergeben sich im Wesentlichen durch den Vergleich der  $\alpha_S$ -Ergebnisse aus der Standardanalyse mit der OPAL-abgestimmten PYTHIA-Version [106] als Fragmentationsmodell und den entsprechenden Ergebnissen, die mit JETSET 6.3 in der JADE-optimierten Version [110, 111] einerseits und HERWIG andererseits erzielt werden. Bei  $\sqrt{s} = 14$  und 22 GeV sind die Hadronisierungsunsicherheiten in der Größenordnung der Renormierungsskalenunsicherheiten.

Die individuellen Resultate wurden mit Hilfe der Methode des gewichteten Mittelwerts zu repräsentativen Werten  $\alpha_S(\sqrt{s})$  für jeden Energiepunkt  $\sqrt{s}$  kombiniert. Die Endergebnisse mit Gesamtfehlern lauten

$$\begin{aligned} \alpha_S(14.0 \text{ GeV}) &= 0.1704_{-0.0171}^{+0.0206}, & \alpha_S(22.0 \text{ GeV}) &= 0.1513_{-0.0121}^{+0.0144}, \\ \alpha_S(34.8 \text{ GeV}) &= 0.1431_{-0.0096}^{+0.0118}, & \alpha_S(38.3 \text{ GeV}) &= 0.1397_{-0.0087}^{+0.0108} \\ && \text{und } \alpha_S(43.8 \text{ GeV}) &= 0.1306_{-0.0080}^{+0.0096}. \end{aligned}$$

Mit diesen Ergebnissen lässt sich die Energieevolution von  $\alpha_S$  in einem deutlich erweiterten Energiebereich auf Basis einer einheitlichen Analysetechnik für ein und denselben physikalischen Prozess testen. Eine Anpassung der QCD-Erwartung in  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$  an die  $\alpha_S$ -Werte dieser Arbeit und publizierten Ergebnissen [11] bei höheren Schwerpunktsenergien, die ebenfalls auf  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen für topologische Observablen basieren, liefert  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1210 \pm 0.0006$  und  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 7.6/11$ , entsprechend einem Konfidenzniveau von 75%. Hierbei sind wegen der Korrelationen der theoretischen systematischen Unsicherheiten nur die statistischen und experimentellen Fehler berücksichtigt worden. Hingegen ist die unphysikalische Hypothese  $\alpha_S = \text{const.}$  durch Hinzunahme der JADE-Daten bei  $\sqrt{s} = 14$  und 22 GeV mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99.999% auf Basis der Gesamtfehler inklusive theoretischer Unsicherheiten ausgeschlossen. Die  $\alpha_S$ -Ergebnisse dieser Analyse lassen sich zu einer Zahl

$$\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1194_{-0.0068}^{+0.0082}$$

für die starke Kopplungskonstante aus PETRA-Ereignistopologien zusammenfassen, wobei der angegebene Fehler die Gesamtunsicherheiten bezeichnet. Das Ergebnis ist in Übereinstimmung mit dem derzeitigen Weltmittelwert  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1184 \pm 0.0031$  [11].

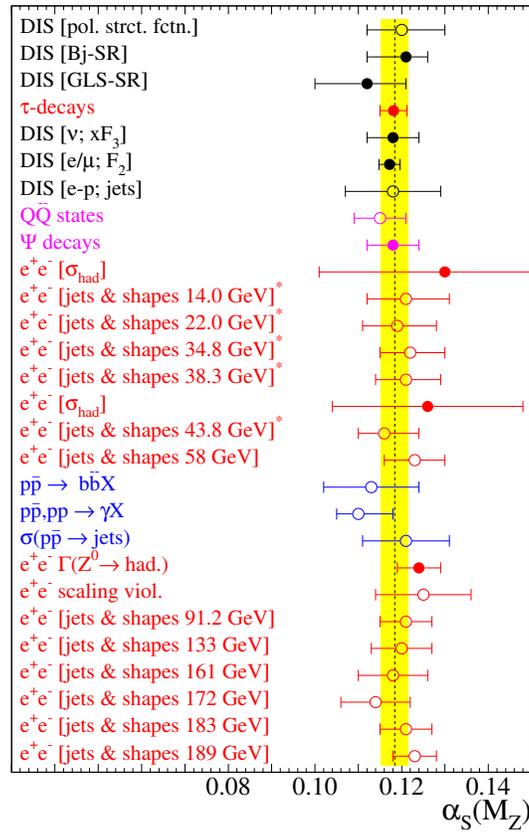


Abbildung 8.1:  $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Ergebnisse dieser Arbeit (\*) im Vergleich mit der Zusammenstellung von  $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werten aus anderen Analysen (entnommen aus [11]). Die vertikale Linie und das schattierte Band repräsentieren den derzeitigen Weltmittelwert  $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1184 \pm 0.0031$  [11].

In Abb. 8.1 sind die Ergebnisse dieser Arbeit den  $\alpha_s$ -Resultaten aus Experimenten mit  $e^+e^-$ - und  $p\bar{p}$ -Kollisionen und tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuungen gegenübergestellt. Es liegt eine bemerkenswerte Konsistenz aller  $\alpha_s$ -Messungen vor, ungeachtet der unterschiedlichen experimentellen und theoretischen Ansätze (siehe [11] für Details). Die Messgenauigkeit dieser Analyse ist trotz der konservativen Fehlerabschätzungen in etwa vergleichbar mit der Genauigkeit der Messungen mit topologischen Observablen bei LEP/SLC ( $\sqrt{s} = M_{Z^0}$ ) und LEP2 ( $\sqrt{s} = 133$ -209 GeV). Die  $\alpha_s$ -Werte sind im Einklang mit den Ergebnissen einer experimentellen Studie über Jetraten mit reanalysierten JADE-Daten bei  $\sqrt{s} = 35$  und 44 GeV [157] und einer (vorläufigen) Studie der TPC/Two-Gamma-Kollaboration bei  $\sqrt{s} = 29$  GeV [241]. Sie werden ferner durch LEP-Experimente mit radiativen Ereignissen reduzierter Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s'}$  verifiziert (siehe z.B. eine Studie [161] der L3-Kollaboration mit topologischen Observablen gemessen bei  $\sqrt{s'} = 30$ -50 GeV). Die statistischen und experimentellen Unsicherheiten dieser Arbeit sind jedoch deutlich kleiner als in [161, 241]. Das Ergebnis ist ferner konsistent mit dem alten PETRA-Gesamtergebnis bei  $\sqrt{s} \approx 35$  GeV [9], basierend auf  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Rechnungen für Ereignistopologien, wobei der frühere Gesamtfehler mehr als halbiert werden konnte.

Die bisher präzisesten  $\alpha_s$ -Werte beruhen nicht auf Ereignistopologien der  $e^+e^-$ -Vernichtung, sondern auf Messungen des hadronischen Verzweungsverhältnisses von  $\tau$ -Zerfällen und Momenten der Proton-Strukturfunktion  $F_2$ , welche jeweils auf  $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ -Niveau berechnet sind [11]. Die Unvollständigkeit der perturbativen Rechnungen ab  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$  und der Einfluss nichtperturba-

tiver Effekte auf den hadronischen Endzustand sind zur Zeit die wichtigsten Einschränkungen für genauere  $\alpha_S$ -Bestimmungen mit topologischen Observablen.

Als viel diskutierte Alternative zu den phänomenologischen Hadronisierungsmodellen, die in „konventionellen“  $\alpha_S$ -Analysen zur Abschätzung von nichtperturbativen Effekten eingesetzt werden, wurden auch Energiepotenzkorrekturen für die differentiellen Verteilungen von  $1 - T$ ,  $M_H$  bzw.  $M_H^2$ ,  $B_T$ ,  $B_W$  und  $C$  nach einem analytischen Ansatz von Dokshitzer, Marchesini und Webber (DMW) untersucht. Hierbei tritt neben  $\alpha_S(M_{Z^0})$  nur ein einziger zusätzlicher freier Parameter auf, das nullte Moment  $\alpha_0(\mu_I)$  der physikalischen starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S(\mu)$  in der Energieregion  $\mu = 0 \dots \mu_I$  um den Landaupol. Die infrarote Matchingskala  $\mu_I$  wird üblicherweise auf  $\mu_I = 2 \text{ GeV}$  gesetzt. Im DMW-Modell verursachen nichtperturbative Effekte bei der vorgegebenen Prozessskala  $Q = \sqrt{s}$  im Wesentlichen eine Verschiebung des perturbativen Spektrums  $\propto 1/Q$ , die im Falle der Jetbreiten  $B_T$  und  $B_W$  von einer zusätzlichen Stauchung  $\propto \ln(1/B_{T,W})$  überlagert ist. Für experimentelle Tests wurden neben den JADE-Daten auch publizierte Messverteilungen anderer Experimente bei LEP und anderen Beschleunigern verwendet, sodass der Energiebereich  $\sqrt{s} = 14 - 189 \text{ GeV}$  abgedeckt werden konnte.  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -NLLA-Vorhersagen wurden mit den Potenzkorrekturen kombiniert und global an das gesamte Datenspektrum angepasst, mit  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  als simultane freie Parameter. Das modifizierte  $\ln(R)$ -Matching ist hierbei die bevorzugte perturbative Rechnung.

Das DMW-Modell kann erfolgreich den Großteil des Datenspektrums reproduzieren, mit Gesamtwerten für  $\chi^2/\text{d.o.f.} \simeq 1.0$ . Diese Beobachtung bestätigt die Dominanz  $1/Q$ -artiger Korrekturen für topologische Observablen. Für  $\sqrt{s} \geq M_{Z^0}$  ist die Übereinstimmung mit den Daten für alle Observablen in etwa gleich gut. Im Energiebereich  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$ , wo die Ereignistopologie deutlicher durch Hadronisierungseffekte geprägt ist, wird die Qualität der Theoriekurven für die weniger inklusiven Variablen  $M_H$  und  $B_W$  erheblich schlechter, während die Übereinstimmung mit den Daten für die anderen Variablen weiterhin akzeptabel ist. Gleichzeitig liegen die aus  $M_H$  und  $B_W$  extrahierten  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Werte mit  $\alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.72 - 0.80$  deutlich über dem von den anderen Variablen aufgespannten Wertebereich  $\alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.48 - 0.58$ .  $B_W$  fällt ferner mit einem  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Wert von  $0.0998$  gegenüber  $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1113 - 0.1173$  für die anderen Observablen aus dem Rahmen.

In Anpassungen mit separaten Datensätzen wird eine deutliche Energieabhängigkeit der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Resultate für die Jetbreiten beobachtet. Dieses ist als ein Indiz für die Unvollständigkeit der Rechnungen in  $\mathcal{O}(1/Q)$  oder für nicht vernachlässigbare Korrekturen höherer Ordnung zu werten. Eine logarithmisch erweiterte Korrektur  $\propto \ln Q/Q$  führt zu einer deutlich verbesserten Beschreibung der Daten und zu konsistenteren  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werten, sodass hierdurch ein Hinweis auf die Struktur der fehlenden Beiträge gegeben ist. Allerdings ist die Interpretation durch die ebenfalls logarithmische Renormierungsskalenabhängigkeit der perturbativen Vorhersage erschwert. Die JADE-Daten bei  $\sqrt{s} < 35 \text{ GeV}$  geben ferner einen Hinweis auf  $1/Q^2$ -Beiträge für die Variablen  $1 - T$  und  $C$ . Diese Beobachtung steht im Einklang mit einem ähnlichen Befund einer L3-Studie [161].

Für die Variable  $y_{23}$  existieren keine detaillierten Vorhersagen im Rahmen des DMW-Ansatzes. Potenzartige Korrekturen werden hier erst ab  $\mathcal{O}(1/Q^2)$  erwartet. Diese Hypothese wurde mit Hilfe einer einfachen additiven Korrektur  $-(\mathcal{A}_{10}/Q + \mathcal{A}_{20}/Q^2)$  zur perturbativen Vorhersage getestet. Die simultane Anpassung der Koeffizienten und  $\alpha_S(M_{Z^0})$  ergibt

$$\mathcal{A}_{10} = 0.018 \pm 0.024 \text{ GeV}, \quad \mathcal{A}_{20} = 1.94 \pm 0.42 \text{ GeV}^2 \quad \text{und} \quad \alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1128 \pm 0.006,$$

mit  $\chi^2/\text{d.o.f.} = 0.67$ , wobei die Fehler statistische und systematische Unsicherheiten enthalten. Durch Hinzunahme der JADE-Daten bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  kann in der Tat ein von Null verschiedener

$1/Q^2$ -Koeffizient mit einer Signifikanz von etwa fünf Standardabweichungen — auf Basis der Gesamtunsicherheiten — verifiziert werden, wohingegen der  $1/Q$ -Beitrag vernachlässigbar ist. Experimentelle Hinweise für  $1/Q^2$ -Korrekturen für den Mittelwert  $\langle y_{23} \rangle$  liefert auch eine H1-Studie [196, 225].

Bedingt durch den Anpassungsmechanismus sind die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte aus dem DMW-Ansatz im Vergleich zu den Ergebnissen konventioneller  $\alpha_S$ -Analysen systematisch kleiner (z.B. [17, 19–21, 41]). Die Potenzkorrekturen führen zu einer gegenüber der Hadronisierungssimulation mit Monte-Carlo-Modellen geringeren Stauchung des perturbativen Spektrums, bzw. es wird — im Falle von  $1-T$ ,  $M_H$  und  $C$  — nur eine Verschiebung vorhergesagt. Als Folge wählt die Anpassung systematisch kleinere Werte für  $\alpha_S(M_{Z^0})$ , um den aus den Potenzkorrekturen resultierenden Exzess der Vorhersage im 3-Jet-Bereich zu kompensieren. Dieser Effekt ist für die Variable  $B_W$  besonders stark ausgeprägt. Im Rahmen einer hier durchgeführten experimentellen Studie [155] mit den alten Vorhersagen für die Jetbreiten wurde auf die Notwendigkeit der Stauchung des perturbativen Spektrums zur Beschreibung von Hadronisierungseffekten für diese Variablen hingewiesen. In der Tat führen die revidierten DMW-Vorhersagen für  $B_T$  und  $B_W$  aufgrund der eingebauten  $\ln(1/B_{T,W})$ -Deformation der Verteilungen zu einer erheblich verbesserten Konsistenz der  $\alpha_S(M_{Z^0})$ - und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Werte gegenüber dem Ergebnis mit den alten Rechnungen. Gleichwohl ist die Situation für  $B_W$  immer noch unbefriedigend. Für einen Teil dieser Defizite ist auch die perturbative Rechnung verantwortlich.

Ein wichtiger Aspekt des Modells ist die Universalität von  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ , da nicht zuletzt hiervon die physikalische Aussagekraft des DMW-Modells abhängt und sein Anspruch, etwas über das Phänomen der Hadronisierung zu vermitteln. Die Einzelmessung von  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  ist in erster Linie durch die theoretische Präzision des Milanfaktors  $\mathcal{M}$  von  $\pm 20\%$  begrenzt. Im Falle von  $B_T$ ,  $B_W$  und  $M_H$  ist die Energieabhängigkeit der Ergebnisse ein zusätzlicher limitierender Faktor. Die  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ -Werte für  $1-T$ ,  $B_T$  und  $C$  stimmen innerhalb von  $\pm 9\%$  und die Ergebnisse für alle Observablen innerhalb von  $\pm 25\%$  überein, d.h. es besteht Konsistenz innerhalb der theoriespezifischen Unsicherheiten.

Die Einzelresultate für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  wurden mit der Methode des gewichteten Mittelwerts kombiniert. Das Endergebnis mit Gesamtfehler lautet

$$\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1126_{-0.0048}^{+0.0058}, \quad \alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.542_{-0.068}^{+0.090} \quad (\text{Verteilungen}).$$

Eine komplementäre JADE-Studie über DMW-Vorhersagen [92, 159] für die Mittelwerte der hier untersuchten Topologievariablen liefert

$$\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1187_{-0.0021}^{+0.0031}, \quad \alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.485_{-0.045}^{+0.066} \quad (\text{Mittelwerte})$$

als Endresultat. Die Ergebnisse beider Studien sind innerhalb der angegebenen Gesamtfehler kompatibel und können zu einem gemeinsamen Resultat

$$\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.1175_{-0.0021}^{+0.0031}, \quad \alpha_0(2 \text{ GeV}) = 0.503_{-0.045}^{+0.066} \quad (\text{kombiniert})$$

zusammengefasst werden. Auf Basis der Gesamtunsicherheiten kann die Universalität von  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  auf einem Niveau von ein bis zwei Standardabweichungen verifiziert werden.

Abb. 8.2 fasst die Einzelergebnisse für  $\alpha_S(M_{Z^0})$  und  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  aus dieser Arbeit und der Mittelwertstudie [92, 159] sowie die entsprechenden Resultate anderer Kollaborationen bei LEP und HERA [225, 242–244] zusammen. Die  $\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte aus den differenziellen Verteilungen einer gegebenen Observable (Symbole mit durchgezogenen Fehlerbalken) sind generell systematisch

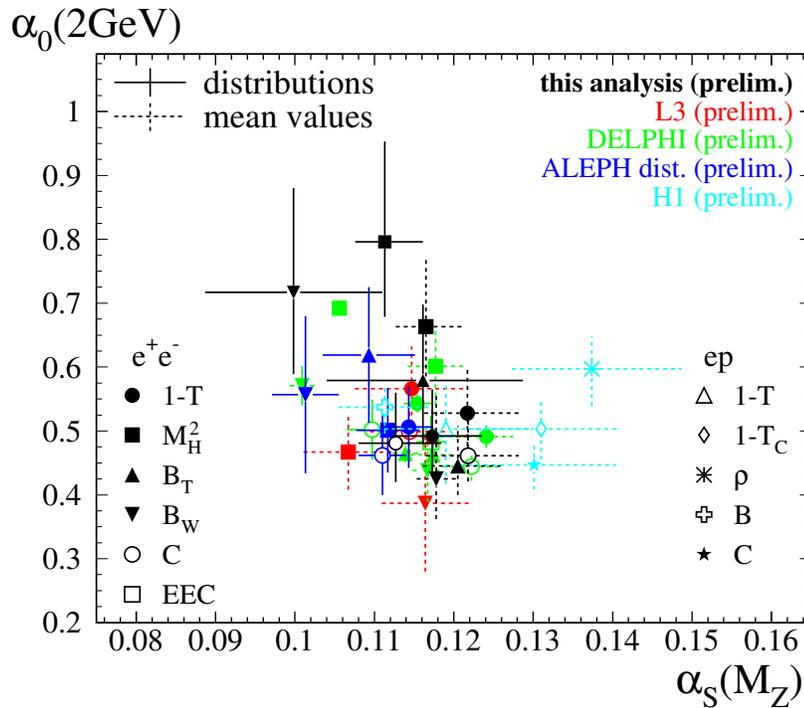


Abbildung 8.2: Zusammenstellung von  $(\alpha_s(M_{Z^0}), \alpha_0(2 \text{ GeV}))$ -Resultaten aus differentiellen Verteilungen (durchgezogene Fehlerbalken) und Mittelwerten von topologischen Observablen (gestrichelte Fehlerbalken). Die Messungen stammen von verschiedenen Experimenten der  $e^+e^-$ -Vernichtung (diese Analyse und [92, 159, 242–244]) und der tiefinelastischen ep-Streuung [225].

kleiner als die aus ihren Mittelwerten gewonnenen Werte (Symbole mit gestrichelten Fehlerbalken). Observablenspezifische systematische Unterschiede werden teilweise auch in den anderen Analysen beobachtet, allerdings sind strenge Vergleiche nur bedingt möglich. So weichen die Ergebnisse für  $M_H$  und  $B_W$  aus dieser Arbeit und einer entsprechenden DELPHI-Studie [243] aufgrund der dortigen Berücksichtigung von Masseneffekten in den Potenzkorrekturen ab [239]. Ferner ist bei der H1-Analyse [225] zu beachten, dass es experimentsspezifische Abweichungen in der Definition der Observablen gibt. Nichtsdestotrotz ergibt sich ein konsistentes Bild von Messungen. Potenzkorrekturen scheinen insgesamt eine viel versprechende Alternative zur Beschreibung von Hadronisierungseffekten zu sein, zumal dieser Ansatz aufgrund der kleinen Anzahl freier Parameter fundamentaler ist als phänomenologische Modelle.

## 8.2 Ausblick

Die Reanalyse der JADE-Daten stellt zusammen mit den bei LEP durchgeführten Studien einen großen Hebelarm für Tests der Quantenchromodynamik bereit und ermöglicht eine effizientere Unterscheidung zwischen der perturbativen  $\ln(Q)$ -Evolution und der  $1/Q$ -Evolution von Hadronisierungseffekten. Daraus haben sich weiter gehende JADE-Studien motiviert, die durch die Aufbereitung neuer Daten in der vorliegenden Arbeit profitieren können:

- Eine erste Messung des longitudinalen ( $\sigma_L$ ) und transversalen Wirkungsquerschnitts ( $\sigma_T$ ) bei  $\sqrt{s} = 35$ -44 GeV [160]. Im Hinblick auf Untersuchungen zur Energieevolution von  $\sigma_L$  und von potenzartigen Korrekturen für diese Größe schafft die Analyse einen zusätzlichen Stützpunkt für  $\sqrt{s} < M_{Z^0}$ . Die Präzision der Messung ist insbesondere durch die dürftige Menge vorprozessierter simulierter Detektorereignisse, die zum Zeitpunkt der Analyse verfügbar war, statistisch noch sehr limitiert, könnte aber mit Hilfe der neu generierten Monte-Carlo-Statistik unter Verwendung aktueller Ereignisgeneratoren erheblich gesteigert werden.
- Messung des  $\xi$ -Spektrums geladener Teilchen [245] ( $\xi \equiv \ln(1/x_p)$ , wobei  $x_p$  der auf die Strahlenergie normierte Impulsanteil eines Teilchens ist) bei  $\sqrt{s} = 22, 35$  und 44 GeV. NLLA-Vorhersagen zur Energieevolution charakteristischer Messgrößen dieser Verteilung, etwa ihre Maximumsposition  $\xi_0$ , können bis hin zu kleinsten Schwerpunktsenergien detailliert getestet werden. Die Messung stellt eine wichtige Ergänzung zu entsprechenden LEP-Studien dar.
- Bestimmung der QCD-Farbfaktoren aus den differenziellen Verteilungen von Topologievariablen zwischen  $\sqrt{s} = 14$ -189 GeV [64]. Die Analyse nutzt die bekannte Farbstruktur der in der vorliegenden Arbeit verwendeten perturbativen Rechnungen und Potenzkorrekturen aus. Sie ist komplementär zur Korrelationsanalyse von 4-Jet-Ereignissen bei LEP (z.B. [246, 247]) und ermöglicht eine Bestimmung der Farbfaktoren mit vergleichbarer Präzision. Das Konvergenzverhalten der Anpassungen einiger Variablen könnte durch Hinzunahme der neuen Messverteilungen bis  $\sqrt{s} = 14$  GeV verbessert werden.
- Untersuchungen zur Energieevolution von höheren Momenten von topologischen Observablen [248]. Hierbei werden auch Konstruktionen von Momenten wie etwa Varianzen  $\sigma_{\mathcal{F}}^2 = \langle \mathcal{F}^2 \rangle - \langle \mathcal{F} \rangle^2$  studiert, bei denen die führende Potenzkorrektur unterdrückt sein sollte. Gleichwohl ist die perturbative Korrektur solcher Konstrukte —sprich der  $\mathcal{O}(\alpha_S)$ -Koeffizient der Vorhersage— für einige Variablen klein. Für signifikante Messungen ist daher —wie bei der Analyse der Mittelwerte— die Einbeziehung der JADE-Daten bei kleinsten Schwerpunktsenergien unerlässlich.

Darüber hinaus bieten sich weitere Studien mit JADE-Daten an, z.B.:

- Analyse von topologischen Observablen in  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ . Für einige Observablen mit besonderer Sensitivität auf 4-Parton-Konfigurationen (z.B.  $D$ -Parameter oder Thrust-Minor) sind  $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ -Korrekturen vollständig bekannt [73]. Erste experimentelle Untersuchungen der perturbativen Struktur solcher Observablen werden bereits in ersten Ansätzen in Rahmen einer kombinierten OPAL/JADE-Analyse durchgeführt [207].
- Tests von neuen resummierten Rechnungen und Potenzkorrekturen. Mit den theoretischen Weiterentwicklungen jüngster Zeit [249–252] kann das DMW-Konzept und die Universalität des nichtperturbativen Parameters  $\alpha_0(2 \text{ GeV})$  auf Basis einer anderen Klasse von Observablen in Ereignissen mit 3-Jet-Topologien getestet werden.
- Studium von Masseneffekten in  $e^+e^-$ -Ereignistopologien. In [71, 72] wurden Partonmassen in theoretischen Rechnungen für die 3-Jet-Rate auf  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Niveau berücksichtigt. Mit diesen wurde bei LEP die (renormierte) b-Quarkmasse  $m_b(M_{Z^0})$  gemessen und durch Vergleich mit dem Ergebnis  $m_b(m_b)$  an der  $b\bar{b}$ -Resonanz das Laufen der b-Quarkmasse

$m_b(\sqrt{s})$  demonstriert (z.B. [253]). Mit den JADE-Daten könnte die Messlücke im intermediären Energiebereich ausgefüllt werden. Allerdings setzt eine solche Analyse ein effizientes b-Tagging voraus, was eine Reanalyse der Rohdaten unter Verwendung der Vertexkammerinformation des JADE-Experiments erforderlich macht.

- Mit der reanimierten JADE-Software ist im Prinzip eine Reanalyse der Rohdaten machbar. Damit lassen sich die bisherigen QCD-Studien weiter verfeinern, aber auch andere Aspekte der  $e^+e^-$ -Vernichtung wie z.B. Zwei-Photon-Wechselwirkungen bei PETRA-Energien mit dem Wissensstand von heute untersuchen.

Die Ergebnisse der Analyse bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  lassen vermuten, dass die hier angewendeten perturbativen und nichtperturbativen Methoden teilweise auch auf  $e^+e^-$ -Daten aus Experimenten bei noch kleinerer Vernichtungsenergien übertragbar sind, z.B. CLEO [254], BaBar [255], oder Belle [256], die auch im Kontinuumsbereich um die  $\Upsilon$ -Resonanzen bei  $\sqrt{s} \simeq 10 \text{ GeV}$  betrieben werden. Mit ihrer Datenstatistik von  $\mathcal{O}(10^6 - 10^7)$  Ereignissen lassen sich weitere präzise Stützstellen für QCD-Studien schaffen.

Insgesamt bleibt festzustellen, dass die Daten im unteren Energiebereich des  $e^+e^-$ -Kontinuums auch künftig interessante und aussagekräftige Tests der Theorie der starken Wechselwirkung versprechen.

---

Vorstudien zu dieser Arbeit wurden auf folgenden Konferenzen vorgestellt:

- QCD '97, Montpellier, Frankreich, 3.-9. Juli 1997 [257],
- QCD '98, Montpellier, Frankreich, 2.-8. Juli 1998 [155],
- XXXVII<sup>th</sup> Rencontres de Moriond, QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, Frankreich, 16.-23. März 2002 [258],
- ICHEP '02, Amsterdam, Niederlande, 24.-31. Juli 2002,

und sind auszugsweise in folgenden Journalen veröffentlicht:

- Eur.Phys.J. [154, 159],
- Phys.Lett. [158].



# Anhang A

## Vergleich der JADE-Daten mit der Detektorsimulation

Dieser Abschnitt soll einen Eindruck von der Qualität der reaktivierten Detektorsimulation und Rekonstruktionsanalyse des JADE-Experiments vermitteln. Hierzu werden unkorrigierte Messverteilungen zurate gezogen, die charakteristisch für Jetkammer, Bleiglaskalorimeter und den Detektor als Ganzen sind. Für die Ereignisgenerierung werden die QCD-Modelle PYTHIA 5.7, ARIADNE 4.08 und HERWIG 5.9 mit den Parametereinstellungen aus einer Anpassung dieser Generatoren an OPAL-Daten [105–107] bei  $\sqrt{s} = 91$  GeV sowie JETSET 6.3 in einer JADE-abgestimmten Version [110,111] verwendet (siehe Abschnitt 2.4 für Details). Es werden integrale Energie- und Impulsantworten des Detektors sowie eine Auswahl inklusiver Teilchenspektren untersucht. Für einen entsprechenden Vergleich der Messverteilungen von topologischen Observablen, wie sie für die QCD-Studien dieser Arbeit relevant sind, sei auf Abschnitt 5.3 (Abb. 5.2-5.3) verwiesen. Reale und simulierte Daten wurden derselben multihadronischen Selektionsprozedur unterworfen (Abschnitt 3.5).

### A.1 Definition der Messgrößen

Die im Folgenden definierten Verteilungen berechnen sich u.a. aus den Impulsen  $\vec{p}_i$  und Energien  $E_i$  rekonstruierter Spuren und Cluster. Aus Spuren bzw. Clustern separat abgeleitete Quantitäten sind gegebenenfalls mit dem Index „(ch)“ bzw. „(neu)“ markiert. Für einige Größen wird die *Sphärizitätsachse* benötigt. Sie ist definiert als die zum größten Eigenwert des Impulstensors

$$T_{\alpha\beta} = \frac{\sum_i p_i^\alpha p_i^\beta}{\sum_i p_i^2}$$

korrespondierende Hauptachse. Diese spannt mit der zweiten Hauptachse die *Ereignisebene* auf. Der Impulstensor wird hier separat für Spuren und Cluster evaluiert.

#### Jetkammer-Observablen

- Die Anzahl assoziierter Messpunkte je Spur („Hits“) in der  $r$ - $\phi$ -Projektion auf die Ebene senkrecht zur Strahlachse und in der  $r$ - $z$ -Projektion auf eine Ebene, die die Strahlachse enthält.

- Der minimale radiale Abstand  $R_{\min}$  der rekonstruierten Spuren vom Ereignisvertex.  $R_{\min}$  ist mit einem Vorzeichen  $+1$  oder  $-1$  versehen, je nachdem, ob der Kreuzungspunkt der Spur mit der „Jetachse“ in der gleichen oder entgegengesetzten Hemisphäre wie der Jet liegt. Die Ereignishemisphären sind durch die Ebene senkrecht zu dieser Jetachse gegeben.
- $N^{(\text{ch})}$ , die Anzahl aller rekonstruierten Spuren (*geladene Teilchen*) pro Ereignis.
- $E_{\text{vis}}^{(\text{ch})} = \sum_i E_i^{(\text{ch})}$ , die sichtbare Gesamtenergie aller geladenen Teilchen pro Ereignis.
- $p_{\text{tot}}^{(\text{ch})} = \left| \sum_i \vec{p}_i^{(\text{ch})} \right|$ , der Gesamtimpuls aller geladenen Teilchen pro Ereignis.
- $x_{\text{p}}^{(\text{ch})} = 2 \cdot p_i^{(\text{ch})} / \sqrt{s}$ , der auf die Strahlenergie normierte Impulsanteil des geladenen Teilchens  $i$ .
- $N(\Theta^{(\text{ch})})$  und  $N(\Theta^{(\text{ch})}) \cdot E(\Theta^{(\text{ch})})$ , der Teilchenfluss und der energiegewichtete Teilchenfluss für geladene Teilchen.  $\Theta^{(\text{ch})}$  ist der Winkel zwischen Sphärizitätsachse und Flugrichtung des Teilchens.
- $p_{\text{t}}^{(\text{ch})}$ , die Impulskomponente des geladenen Teilchens  $i$  transversal zur Sphärizitätsachse.
- $p_{\text{t}}^{(\text{ch}),\text{in}}$  und  $p_{\text{t}}^{(\text{ch}),\text{out}}$ , die Projektionen von  $p_{\text{t}}^{(\text{ch})}$  koplanar und senkrecht zur Ereignisebene.

### Kalorimeter-Observablen

- Die Zahl der angesprochenen Bleiglasblöcke pro Cluster  $N^{(\text{Blöcke})}$  abzüglich der Zahl der assoziierten Spuren  $N^{(\text{assoz.Spuren})}$ .
- Die Schauerenergiesumme in beiden Endkappen  $E^{(\text{Endk.})}$  und im Zylinderbereich  $E^{(\text{Zyl.})}$ .
- Die Zahl der Cluster  $N_{\gamma}$  mit —auf assoziierte Spuren— korrigierter Schauerenergie von mindestens 150 MeV (*Photonkandidaten*) sowie die entsprechende Energiesumme  $E_{\gamma}$  pro Ereignis.
- $p_{\text{tot}}^{(\text{neu})} = \left| \sum_i \vec{p}_i^{(\text{neu})} \right|$ , der aus den Schauerenergien berechnete Gesamtimpuls pro Ereignis ( $|\vec{p}_i^{(\text{neu})}| = E_i^{(\text{neu})}$ ).
- $x_{\text{p}}^{(\text{neu})} = 2 \cdot p_i^{(\text{neu})} / \sqrt{s}$ , der auf die Strahlenergie normierte Impulsanteil des schauernden Teilchens  $i$ .
- $N(\Theta^{(\text{neu})})$  und  $N(\Theta^{(\text{neu})}) \cdot E(\Theta^{(\text{neu})})$ , der Teilchenfluss und der energiegewichtete Teilchenfluss für schauernde Teilchen.  $\Theta^{(\text{neu})}$  ist der Winkel zwischen Sphärizitätsachse und der Flugrichtung des Teilchens.
- $p_{\text{t}}^{(\text{neu})}$ , die Impulskomponente des schauernden Teilchens  $i$  transversal zur Sphärizitätsachse.
- $p_{\text{t}}^{(\text{neu}),\text{in}}$  und  $p_{\text{t}}^{(\text{neu}),\text{out}}$ , die Projektionen von  $p_{\text{t}}^{(\text{neu})}$  koplanar und senkrecht zur Ereignisebene.

### Multihadronische Selektionsvariablen

- Die Anzahl der Spuren pro Ereignis aus der Vertexregion  $N_{\text{V}}^{(\text{ch})}$ , einem zylindrischen Bereich um den Wechselwirkungspunkt mit 30 mm Radius und 700 mm Länge, und Zahl „guter“ Spuren  $N_{\text{L}}^{(\text{ch})}$  mit mindestens 24 Messpunkten und einem Transversalimpuls von je mindestens 500 MeV/c.

- $E_{\text{vis}} = \sum_i E_i$ , die sichtbare Gesamtenergie aller geladenen Teilchen und Photonkandidaten pro Ereignis.
- $p_{\text{bal}} = \left| \sum_i p_z^{(i)} \right| / E_{\text{vis}}$ , die auf die sichtbare Energie normierte Summe der Longitudinalimpulse  $p_z^{(i)}$  bezüglich der Strahlachse.
- $p_{\text{tot}} = \left| \sum_i \vec{p}_i \right|$ , der Gesamtimpuls pro Ereignis.
- $|\cos \theta_T|$ , der Polarwinkel der Thrustachse<sup>1</sup> bezüglich der Strahlachse pro Ereignis.

## A.2 Vergleiche mit den Daten

In Abb. A.1-A.10 sind die simulierten Verteilungen der oben definierten Messgrößen den *vorprozessierten* JADE-Daten der Version 9/87 für die Detektorkonfigurationen der Jahre 1981, 1982, 1985 und 1986 gegenübergestellt (siehe Abschnitt 3.2 für Details). Hierdurch sind die Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 14, 35$  und  $44$  GeV vertreten. Entsprechende Vergleiche bei  $\sqrt{s} = 22$  GeV führen im Wesentlichen zu den gleichen Befunden wie bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV und werden daher im Folgenden nicht eigens ausgewiesen. Integrale Impulse und Energien sind in den Darstellungen stets auf die jeweilige Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  normiert.

Die Zahl der Messpunkte pro Spur wird uneinheitlich reproduziert. Die Rekonstruktionsanalyse in der  $r$ - $\phi$ -Ebene findet bei den realen Daten durchschnittlich mehr Jetkammerhits, die zu einer Spur assoziiert werden können, als bei den simulierten Jetkammersignalen (Abb. A.1). Hierfür sind vermutlich Unterschiede zwischen den aktivierten Spurfindungsalgorithmen in der Neusimulation und der Rekonstruktionsprozedur bei den Daten verantwortlich. Die frühere Spurrekonstruktion bei den Daten wurde durch zusätzliche Analyseschritte —wie etwa in [150, 185–188] dokumentiert— verfeinert (siehe auch Abschnitt 4.4). Des Weiteren können Untergrundprozesse im realen Detektor (z.B. Synchrotronstrahlung) zusätzliche Jetkammerhits erzeugen, die assoziiert werden konnten, aber in der Simulation unzureichend berücksichtigt sind. Die Spurrekonstruktion in der  $r$ - $z$ -Ebene —mit der gegenüber der Messung der  $r$ - $\phi$ -Koordinate um zwei Größenordnungen schlechteren Ortsauflösung— liefert für die Detektorkonfigurationen der Jahre 1981-1985 eine zwischen Daten und Simulation vergleichbare Anzahl assoziierter Messpunkte pro Spur. Für die 1986er Konfiguration bestehen allerdings Diskrepanzen.

Die  $R_{\text{min}}$ -Verteilungen simulierter Spuren geben den Zentralbereich der entsprechenden Datenverteilungen gut wieder, jedoch werden die Ausläufer für große Werte für  $|R_{\text{min}}|$  unterschätzt. Vermutlich sind in der Simulation Teilchenzerfälle und Sekundärwechselwirkungen mit dem Detektormaterial (z.B. Vielfachstreuung) nicht realistisch genug beschrieben<sup>2</sup>, sodass entsprechende Verschmierungseffekte bei der Spurrekonstruktion zu klein ausfallen.

Die Gesamtzahl rekonstruierter Spuren eines Ereignisses wird für alle Datennahmeperioden gut reproduziert (Abb. A.2). Nur bei der auf JETSET 6.3 basierenden Simulation wird —bedingt durch die höhere Teilchenmultiplizität auf Generatorniveau— eine systematisch größere Spurzahl beobachtet. Die aus den Spuren berechneten Gesamtenergien und -impulse werden für alle Datensätze zufrieden stellend wiedergegeben (Abb. A.2), ebenso die inklusiven Teilchenspektren (Abb. A.3-A.4). Die JETSET 6.3-Simulation freilich liefert ein zu weiches  $x_p^{(\text{ch})}$ -Spektrum, beschreibt aber im Regelfall die anderen Impulsspektren gut. Bei  $\sqrt{s} = 35$  GeV liegen die mit

<sup>1</sup>Zur Definition siehe Abschnitt 5.1.

<sup>2</sup>Z.B. werden nukleare Wechselwirkungen in Strahlröhre, Vertexkammer und Jetkammer überhaupt nicht simuliert.

PYTHIA 5.7 und JETSET 6.3 simulierten Transversalimpulsverteilungen für große Werte für  $p_t^{(\text{ch})}$ ,  $p_t^{(\text{ch}),\text{in}}$  und  $p_t^{(\text{ch}),\text{out}}$  unter den entsprechenden Datenverteilungen, während ARIADNE 4.08 und HERWIG 5.9 bessere Resultate liefern.

Die Impulsspektren realer und simulierter Daten besitzen jeweils einen Peak bei  $x_p^{(\text{ch})} = 0.5$ , der mit wachsender Schwerpunktsenergie immer ausgeprägter wird (Abb. A.3). Hierbei handelt es sich lediglich um ein Artefakt der Rekonstruktionsanalyse besonders hochenergetischer Teilchen: Falls der aus der Spurkrümmung bestimmte Impuls das durch die Strahlenergie vorgegebene kinematische Limit übersteigt, wird der Teilchenimpuls auf die Hälfte der Strahlenergie gesetzt.

Einige Details zur Rekonstruktion elektromagnetischer Schauer sind in Abb. A.5-A.8 dargestellt. Offensichtlich wird der Anteil räumlich ausgedehnter Cluster mit hoher Blockzahl in der Bleiglassimulation bei wachsenden Schwerpunktsenergien deutlich unterschätzt (Abb. A.5). Möglicherweise ist dafür zum Teil die eindimensionale Näherung der simulierten Schauerprofile verantwortlich (siehe Abschnitt 4.2.1). Die simulierte Schauerenergiesumme in den Endkappen ist systematisch kleiner als bei den Daten. Im Zentralbereich des Kalorimeters hingegen ist die Übereinstimmung wesentlich besser, wenngleich auch hier die simulierten Werte im Durchschnitt unter den gemessenen liegen. Insgesamt ist sowohl die Zahl als auch die Gesamtenergiedeposition der Photonkandidaten kleiner als im Experiment beobachtet (Abb. A.6). Nichtsdestotrotz gelingt eine akzeptable Reproduktion der  $x_p^{(\text{neu})}$ -Verteilungen und Energieflüsse (Abb. A.7). Der Teilchenfluss allerdings ist in der Simulation sphärischer als im Experiment. Entsprechend sind die simulierten Transversalimpulsspektren weicher (Abb. A.8).

Die wichtigsten Variablen zur multihadronischen Selektion sind in Abb. A.9-A.10 gezeigt. Die Zahl der simulierten und gemessenen Spuren aus der Vertexregion stimmen gut überein, hingegen wird die Multiplizität guter Spuren teilweise unterschätzt. Dieses dürfte u.a. mit den in Abb. A.1 beobachteten Diskrepanzen bei der Assoziation von Jetkammerhits zu Spuren zusammenhängen. Die simulierte sichtbare Energie eines Ereignisses liegt im Durchschnitt etwas unter den gemessenen Werten, die anderen Selektionsgrößen werden aber gut reproduziert.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Simulation trotz einzelner Schwächen im Detail eine zufrieden stellende Beschreibung der Impuls- und Energieantworten des JADE-Detektors bei allen relevanten Schwerpunktsenergien liefert. Einige Defizite —etwa in der Modellierung von Schauerenergien im Bleiglas— sind auch in früheren JADE-Studien (z.B. [150]) dokumentiert. Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Messungen von Ereignistopologien sind weniger sensitiv auf diese Diskrepanzen, da die hierzu verwendeten topologischen Observablen auf sichtbare Energien bzw. Impulse normiert sind.

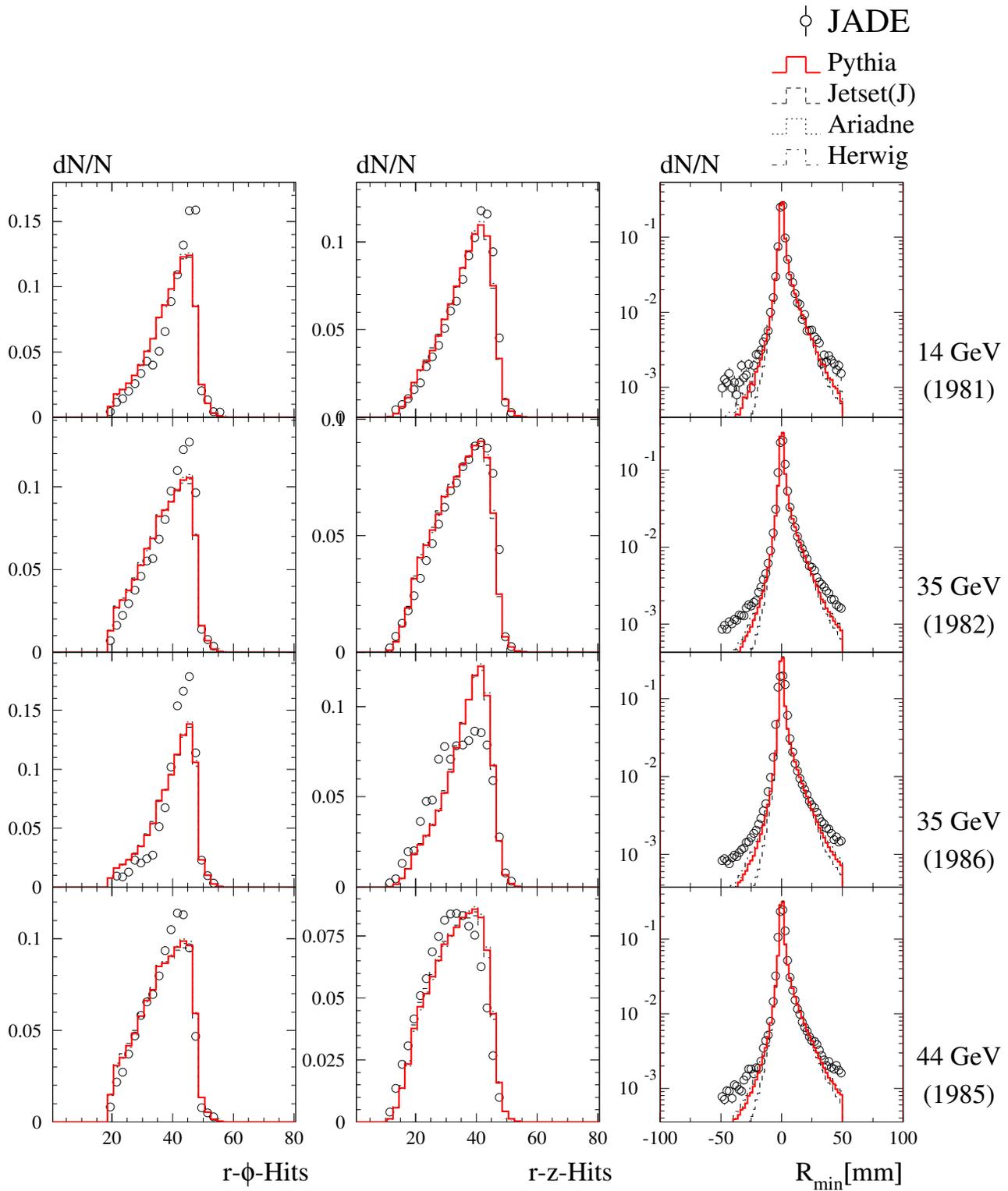


Abbildung A.1: *Jetkammer-Observablen (I)*. Zahl der Messpunkte pro Spur in der  $r-\phi$ - und der  $r-z$ -Projektion und die Größe  $R_{\min}$  bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  ('81),  $35 \text{ GeV}$  ('82 und '86) und  $44 \text{ GeV}$  ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

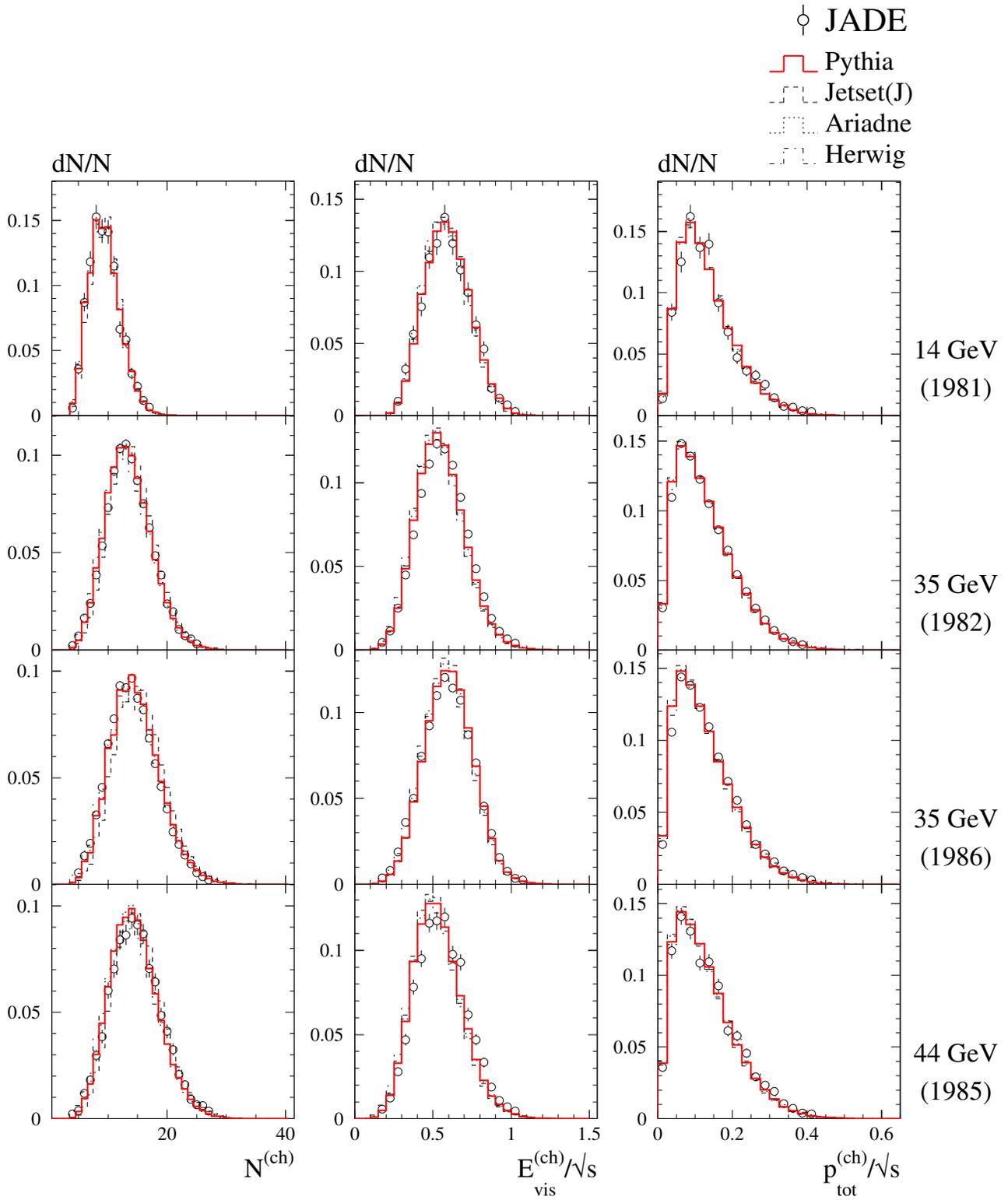


Abbildung A.2: *Jetkammer-Observablen (II)*. Spurmultiplicität  $N^{(ch)}$ , sichtbare Energie  $E_{vis}^{(ch)}$  und Gesamtimpuls  $p_{tot}^{(ch)}$  geladener Teilchen bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV ('81), 35 GeV ('82 und '86) und 44 GeV ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene Ereignisgeneratoren.

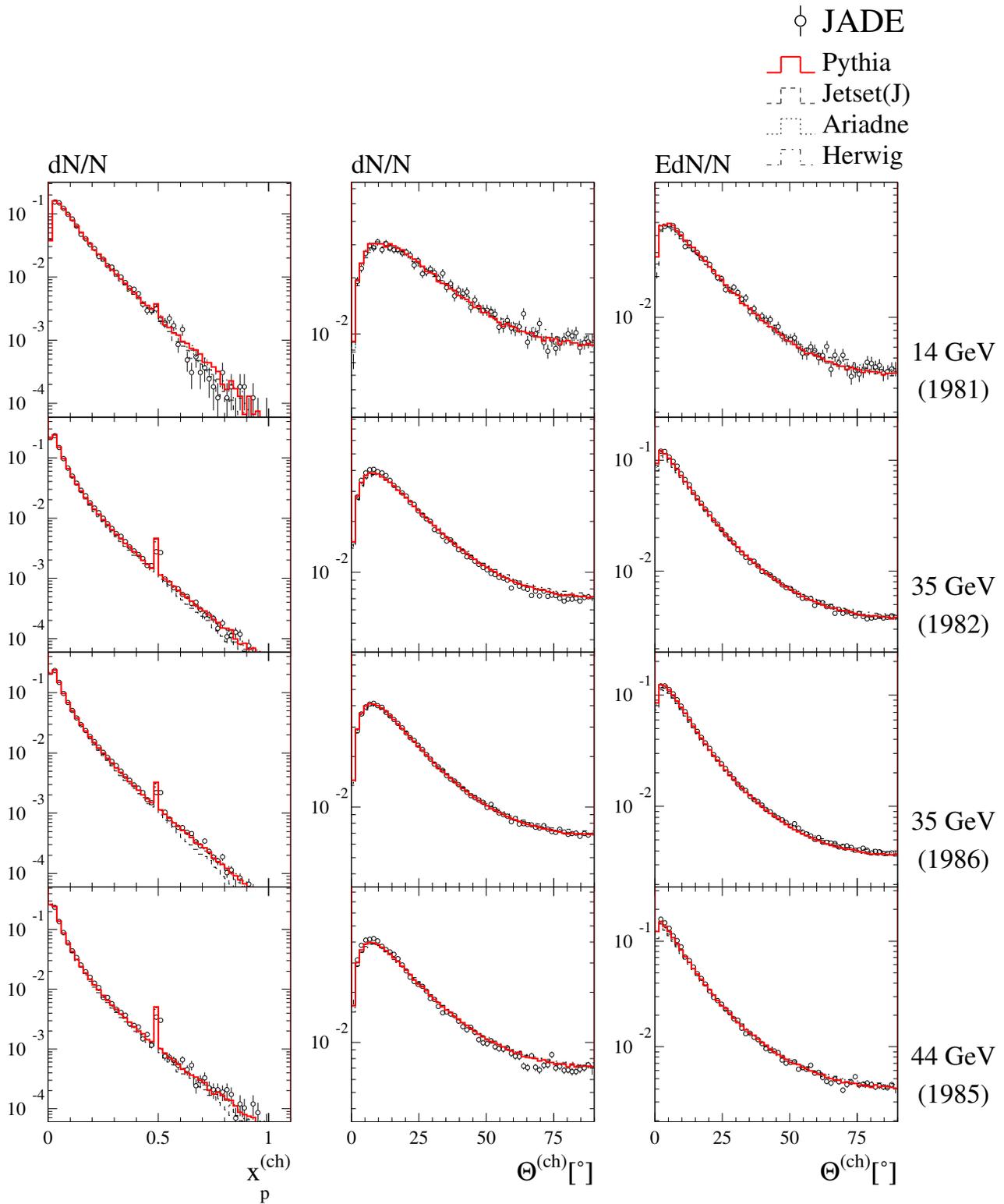


Abbildung A.3: *Jetkammer-Observablen (III)*. Impulsbruchteil  $x_p^{(\text{ch})}$ , Teilchenfluss  $N(\Theta^{(\text{ch})})$  und Energiefluss  $E(\Theta^{(\text{ch})}) \cdot N(\Theta^{(\text{ch})})$  für geladene Teilchen relativ zur Sphärizitätsachse bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  ('81),  $35 \text{ GeV}$  ('82 und '86) und  $44 \text{ GeV}$  ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

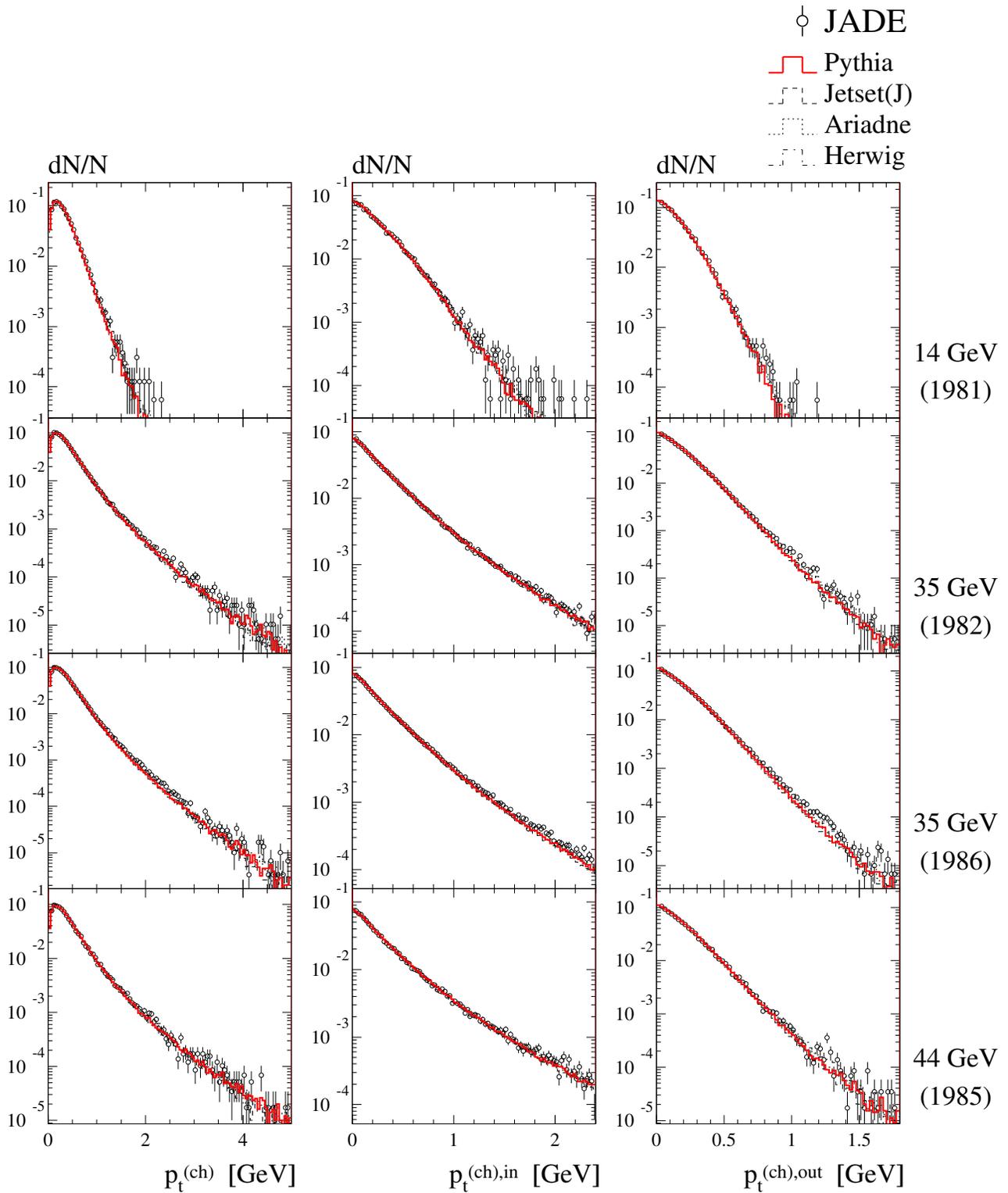


Abbildung A.4: *Jetkammer-Observablen (IV)*. Transversalimpuls  $p_t^{(\text{ch})}$  und Projektionen von  $p_t^{(\text{ch})}$  koplanar ( $p_t^{(\text{ch}),\text{in}}$ ) und senkrecht ( $p_t^{(\text{ch}),\text{out}}$ ) zur Ereignisebene für geladene Teilchen bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV ('81), 35 GeV ('82 und '86) und 44 GeV ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

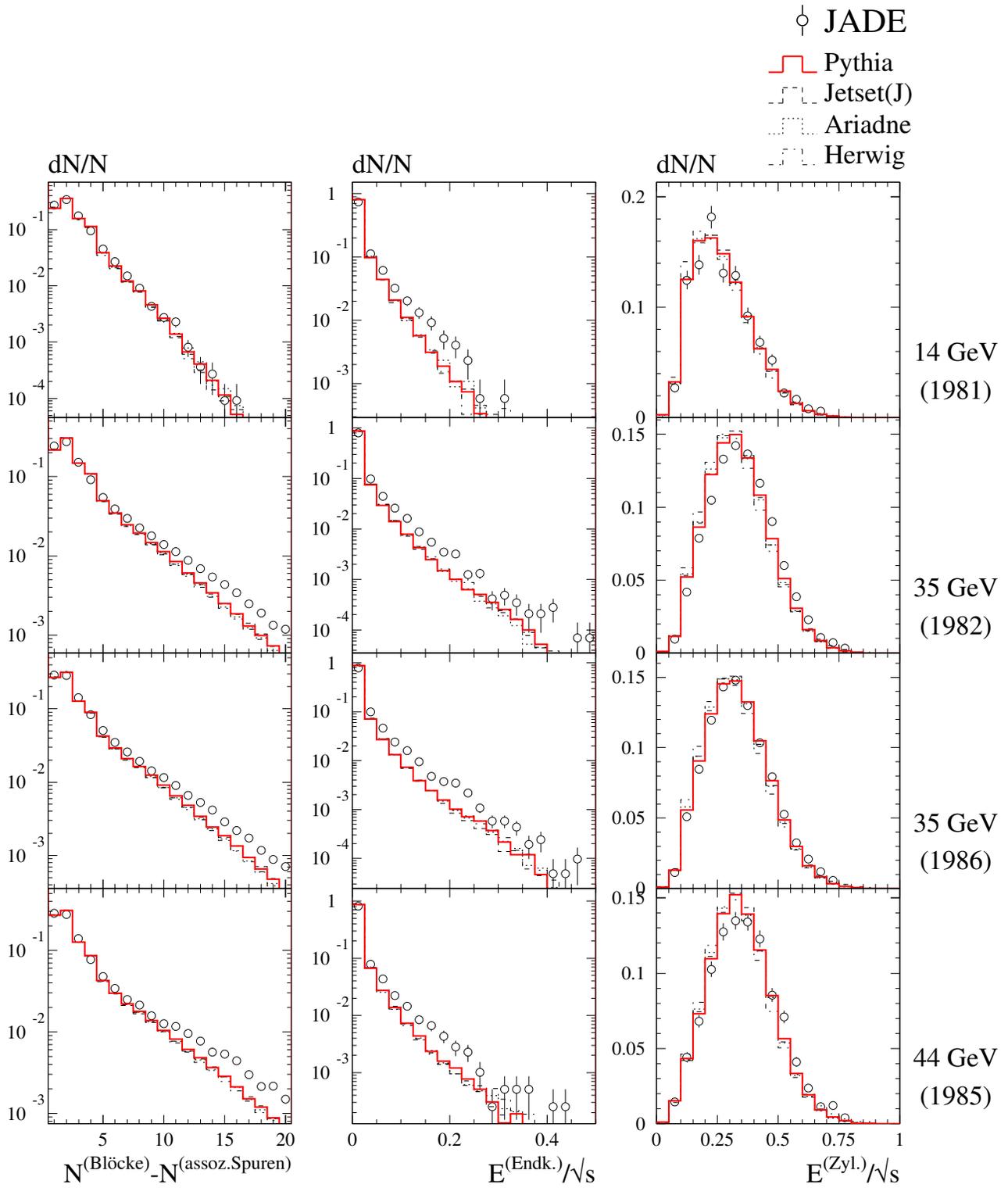


Abbildung A.5: *Kalorimeter-Observablen (I)*. Zahl angesprochener Bleiglasblöcke pro Cluster abzüglich Zahl assoziierter Spuren  $N^{(\text{Blöcke})} - N^{(\text{assoz. Spuren})}$ , Schauerenergiesumme in beiden Endkappen  $E^{(\text{Endk.})}$  und im Zylinderbereich  $E^{(\text{Zyl.})}$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV ('81), 35 GeV ('82 und '86) und 44 GeV ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

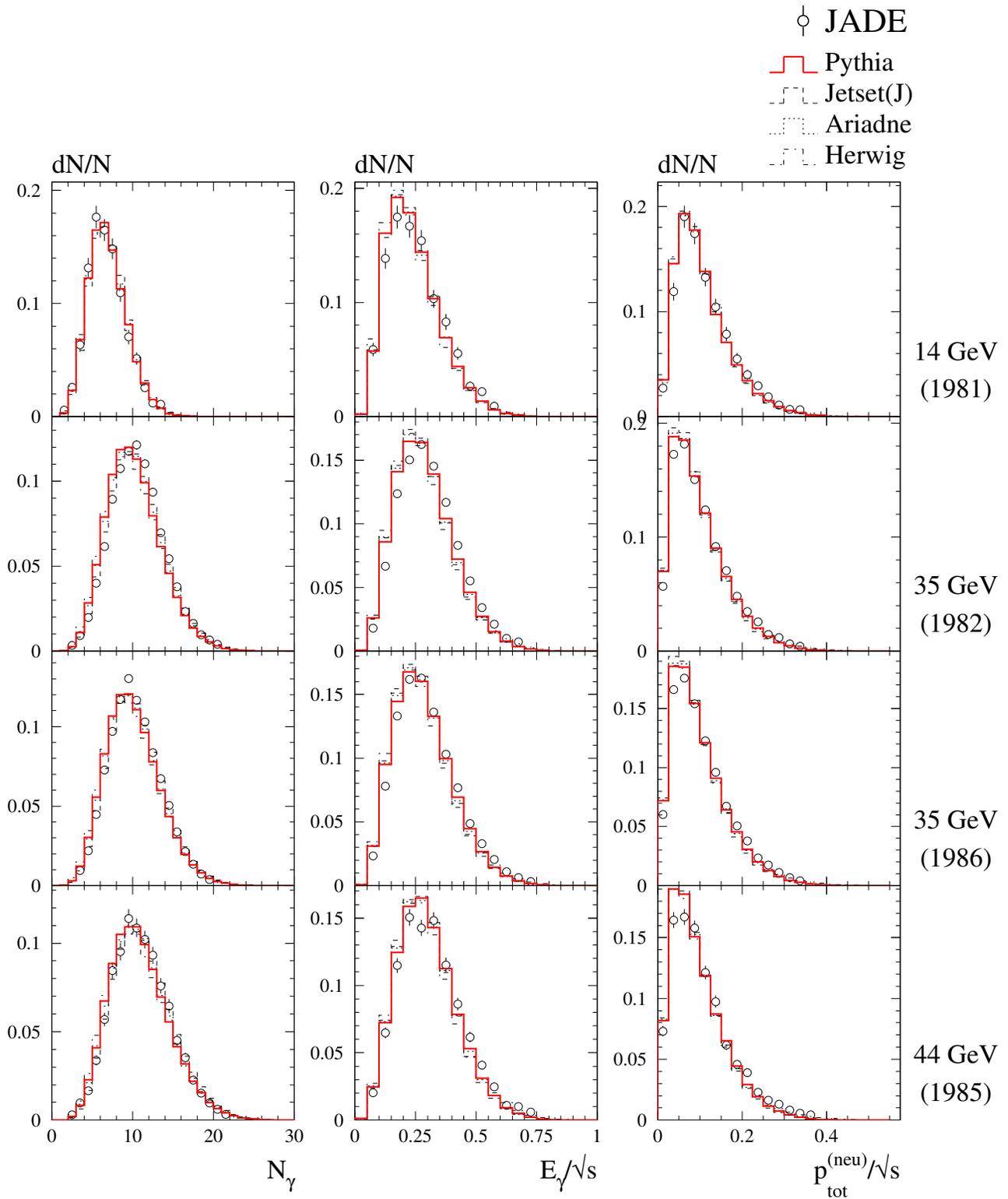


Abbildung A.6: Kalorimeter-Observablen (II). Zahl der Photonkandidaten  $N_\gamma$ , Photongesamtenergie  $E_\gamma$  und die unkorrigierte Clusterimpulssumme  $p^{(\text{neu})}$  bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV ('81), 35 GeV ('82 und '86) und 44 GeV ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

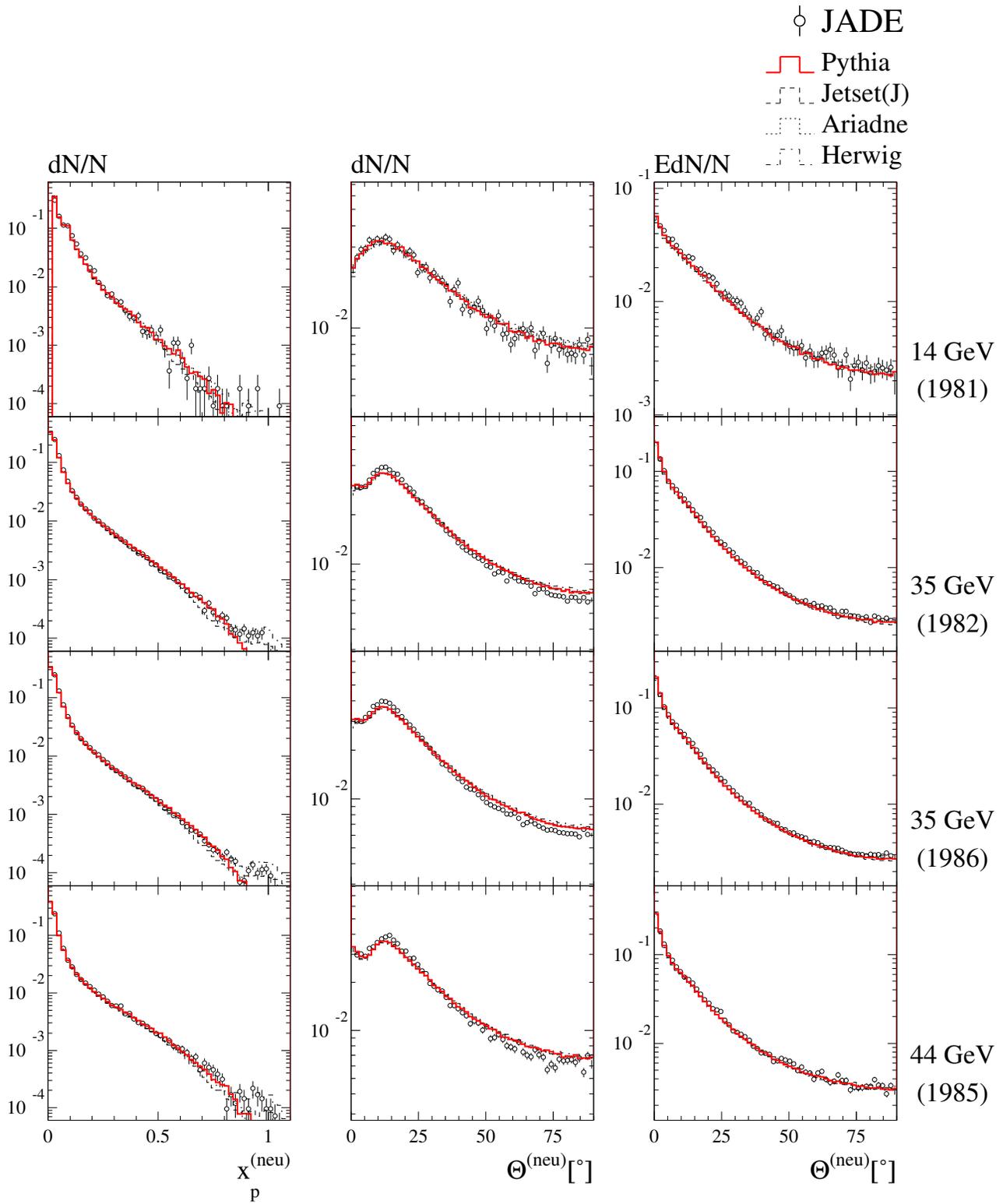


Abbildung A.7: Kalorimeter-Observablen (III). Impulsbruchteil  $x_p^{(neu)}$  sowie Teilchen- ( $N(\Theta^{(neu)})$ ) und Energiefluss  $E(\Theta^{(ch)}) \cdot N(\Theta^{(neu)})$  relativ zur Sphärizitätsachse für schauernde Teilchen bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV ('81), 35 GeV ('82 und '86) und 44 GeV ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

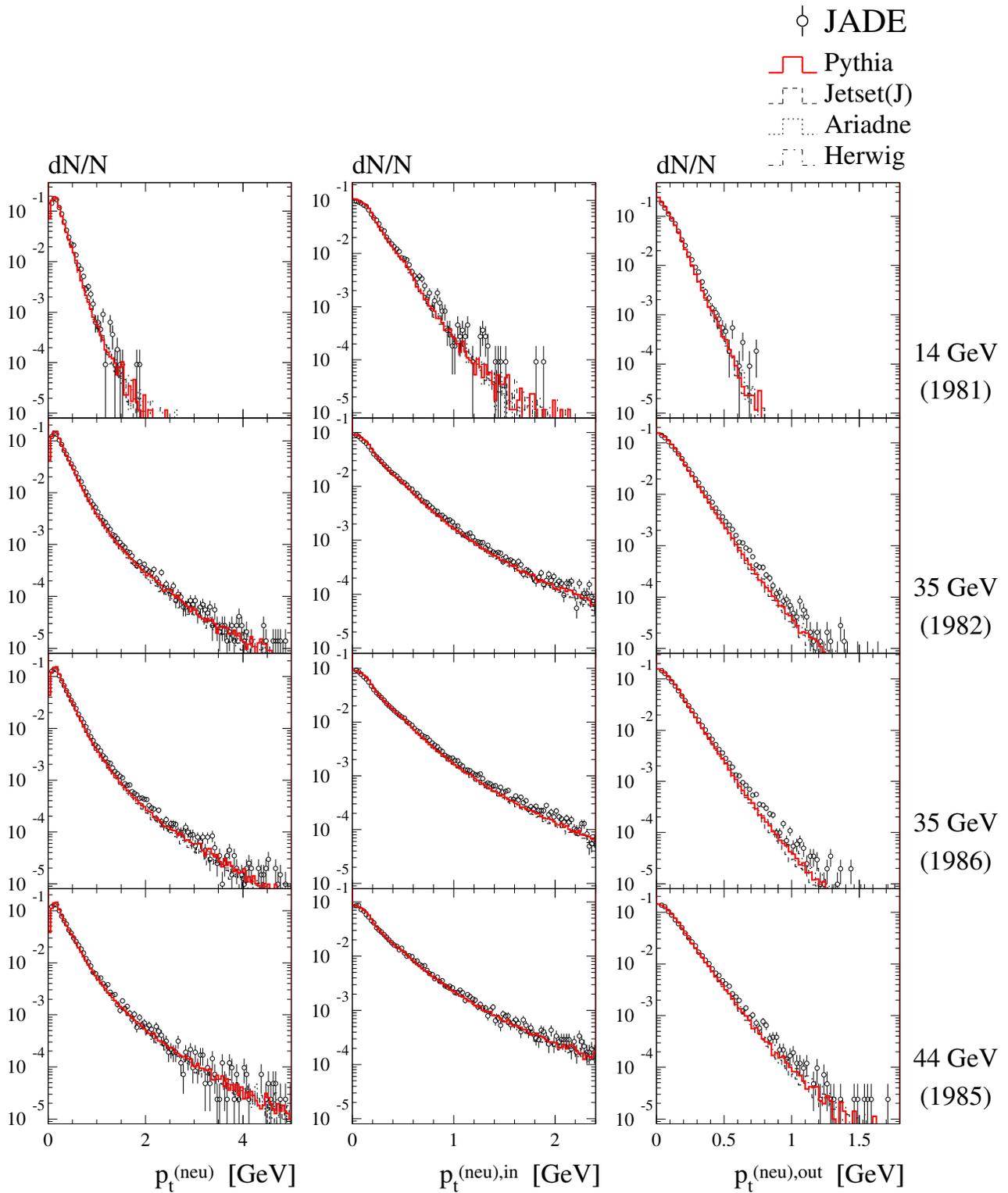


Abbildung A.8: Kalorimeter-Observablen (IV). Transversalimpulse  $p_t^{(\text{neu})}$  und Projektionen von  $p_t^{(\text{neu})}$  koplanar ( $p_t^{(\text{neu}),\text{in}}$ ) und senkrecht ( $p_t^{(\text{neu}),\text{out}}$ ) zur Ereignisebene für schauernde Teilchen bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV ('81), 35 GeV ('82 und '86) und 44 GeV ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

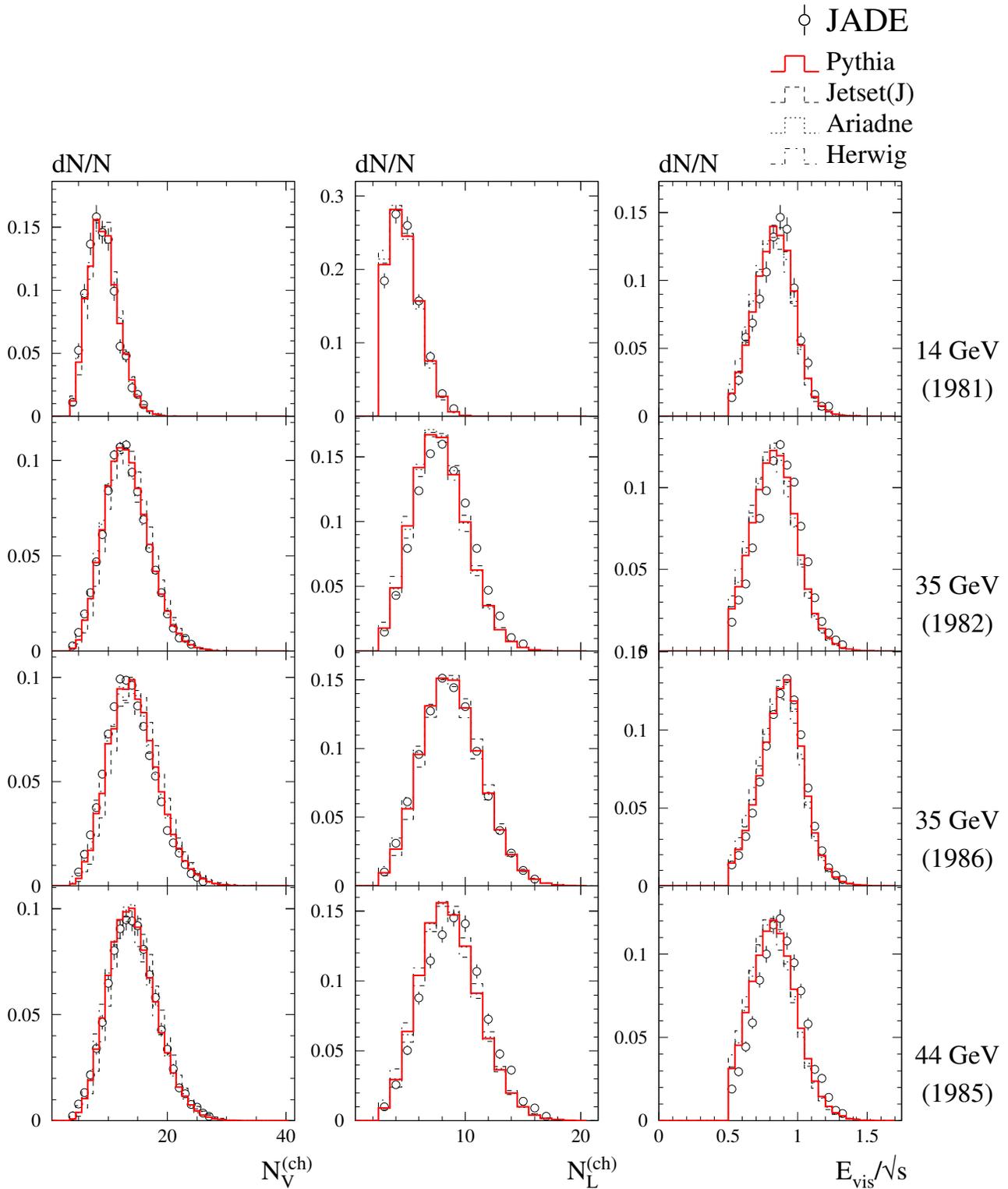


Abbildung A.9: *Multihadronische Selektionsvariablen (I)*. Anzahl Spuren aus der Vertexregion  $N_V^{(ch)}$ , Anzahl guter Spuren  $N_L^{(ch)}$  und sichtbare Energie  $E_{vis}$  bei  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$  ('81),  $35 \text{ GeV}$  ('82 und '86) und  $44 \text{ GeV}$  ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

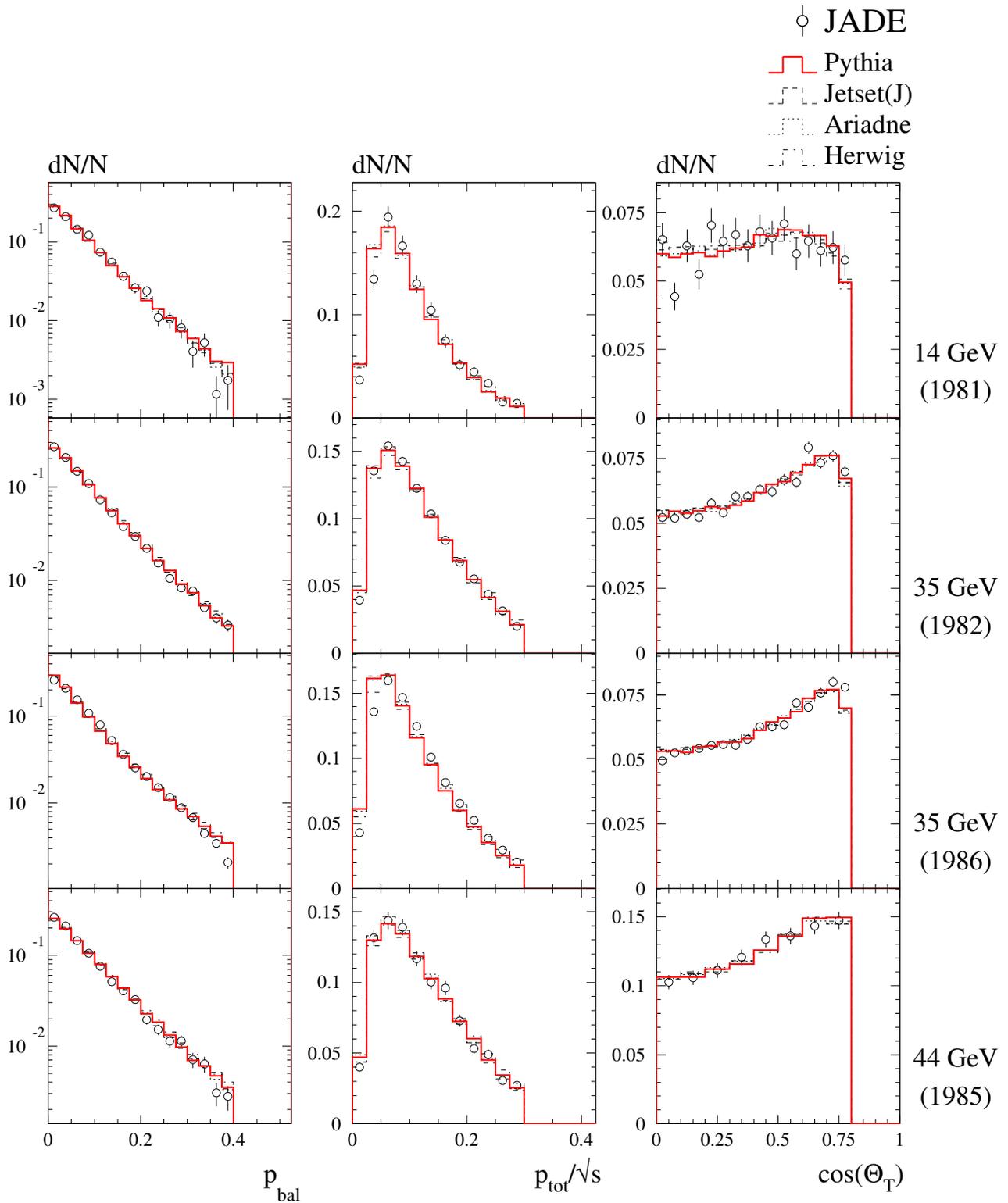


Abbildung A.10: *Multihadronische Selektionsvariablen (II)*. Impulsbalance  $p_{\text{bal}}$ , Gesamtimpuls  $p_{\text{tot}}$  und Polarwinkel  $\cos\theta_T$  der Thrustachse bezüglich der Strahlachse bei  $\sqrt{s} = 14$  GeV ('81), 35 GeV ('82 und '86) und 44 GeV ('85). Gezeigt ist ein Vergleich der Daten (Version 9/87) mit der Detektorsimulation für verschiedene zugrunde liegende Ereignisgeneratoren.

## Anhang B

# Messtabellen für topologische Observablen

Im Folgenden sind die numerischen Werte für die normierten differentiellen Verteilungen der topologischen Observablen  $1 - T$ ,  $M_H$ ,  $B_T$ ,  $B_W$ ,  $C$  und  $y_{23}$  tabelliert. Die Messverteilungen wurden aus den JADE-Daten bei den Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ ,  $22 \text{ GeV}$ ,  $34.6 \text{ GeV}$  (1982),  $35.0 \text{ GeV}$  (1986),  $38.3 \text{ GeV}$  und  $43.8 \text{ GeV}$  bestimmt (siehe auch Abschnitt 5.5, Abb. 5.8-5.13). Die Verteilungen bilden die Grundlage für die  $\alpha_S$ -Bestimmungen dieser Arbeit (Kapitel 6) sowie für Untersuchungen von Potenzkorrekturen in der  $e^+e^-$ -Ereignistopologie (Kapitel 7). Die Daten basieren auf der Rekonstruktionsversion 9/87 und sind auf folgende Effekte korrigiert:

- begrenzte Detektorauflösung,
- begrenzte Akzeptanz durch Detektor und Selektionskriterien,
- Photonabstrahlung im Anfangszustand,
- Beitrag von Ereignissen des Typs  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ .

Der Messfehler ist für jedes Bin nach statistischen und experimentellen systematischen Unsicherheiten aufgeschlüsselt. Die statistische Komponente leitet sich aus den statistischen Messfehlern der unkorrigierten Verteilungen ab. Die experimentellen systematischen Fehler berechnen sich aus den Abweichungen vom Ergebnis der Standardanalyse, die durch folgende Modifikationen der Messprozedur bedingt sind (Kapitel 5):

1. Variation des  $\cos \theta_T$ -Schnitts um  $\pm 0.1$ ,
2. Aufhebung bzw. Verschärfung des Gesamtimpuls-Schnitts auf  $p_{\text{miss}} < 0.2$ ,
3. Aufhebung bzw. Verschärfung des Impulsbalance-Schnitts auf  $p_{\text{bal}} < 0.2$ ,
4. Anhebung der geforderten Mindestzahl guter Spuren auf  $N_{\text{ch}} \geq 7$ ,
5. Variation des  $E_{\text{vis}}$ -Schnitts um  $\pm 0.1 \cdot \sqrt{s}$ ,
6. Teilchenrekonstruktion ohne Korrektur der Clusterenergien auf assoziierte Spuren,
7. Verwendung der alternativen Daten(rekonstruktions)version 5/88,
8. Variation des Parameters  $\epsilon_b$  der Peterson-Fragmentationsfunktion um  $\pm 0.001$ .

$1 - T$	$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d(1 - T)}$					
	14.0 GeV		22.0 GeV		34.6 GeV	
0.00 – 0.02	0.404 ± 0.117	± 0.431	0.470 ± 0.121	± 0.207	1.082 ± 0.055	± 0.160
0.02 – 0.04	0.796 ± 0.135	± 0.202	2.498 ± 0.278	± 0.563	7.009 ± 0.161	± 0.338
0.04 – 0.06	2.311 ± 0.238	± 0.412	6.764 ± 0.497	± 0.424	11.564 ± 0.233	± 0.446
0.06 – 0.08	5.018 ± 0.375	± 0.494	8.678 ± 0.619	± 0.751	9.332 ± 0.215	± 0.156
0.08 – 0.10	6.583 ± 0.456	± 0.665	9.423 ± 0.675	± 0.661	5.827 ± 0.163	± 0.279
0.10 – 0.12	7.293 ± 0.504	± 0.457	5.864 ± 0.535	± 0.497	4.053 ± 0.129	± 0.151
0.12 – 0.14	6.855 ± 0.482	± 0.575	3.988 ± 0.451	± 0.243	2.682 ± 0.103	± 0.279
0.14 – 0.16	5.290 ± 0.432	± 0.651	3.058 ± 0.386	± 0.195	2.045 ± 0.089	± 0.116
0.16 – 0.18	3.929 ± 0.379	± 0.244	2.285 ± 0.331	± 0.248	1.554 ± 0.077	± 0.102
0.18 – 0.20	2.738 ± 0.306	± 0.310	1.650 ± 0.267	± 0.272	1.032 ± 0.061	± 0.132
0.20 – 0.23	2.398 ± 0.242	± 0.312	1.277 ± 0.188	± 0.204	0.988 ± 0.049	± 0.099
0.23 – 0.27	1.266 ± 0.156	± 0.138	0.819 ± 0.123	± 0.079	0.584 ± 0.033	± 0.055
0.27 – 0.32	0.712 ± 0.123	± 0.053	0.481 ± 0.088	± 0.069	0.302 ± 0.021	± 0.016
0.32 – 0.40	0.211 ± 0.058	± 0.037	0.135 ± 0.038	± 0.028	0.102 ± 0.010	± 0.010
0.40 – 0.50	0.006 ± 0.011	± 0.005	0.005 ± 0.007	± 0.007	0.002 ± 0.001	± 0.001
Mittelwert	0.1402 ± 0.0017	± 0.0037	0.1116 ± 0.0019	± 0.0021	0.0905 ± 0.0006	± 0.0011
$1 - T$	35.0 GeV		38.3 GeV		43.8 GeV	
	0.00 – 0.02	0.948 ± 0.041	± 0.186	1.359 ± 0.185	± 0.329	1.908 ± 0.145
0.02 – 0.04	6.710 ± 0.126	± 0.280	8.681 ± 0.555	± 0.565	10.842 ± 0.414	± 0.611
0.04 – 0.06	11.216 ± 0.188	± 0.301	12.086 ± 0.745	± 0.777	12.547 ± 0.486	± 0.500
0.06 – 0.08	9.199 ± 0.180	± 0.144	7.583 ± 0.572	± 0.907	7.118 ± 0.344	± 0.381
0.08 – 0.10	6.323 ± 0.145	± 0.205	5.302 ± 0.467	± 0.386	4.489 ± 0.257	± 0.303
0.10 – 0.12	4.159 ± 0.112	± 0.139	3.069 ± 0.332	± 0.427	3.510 ± 0.224	± 0.214
0.12 – 0.14	2.710 ± 0.087	± 0.178	2.721 ± 0.301	± 0.329	2.227 ± 0.174	± 0.261
0.14 – 0.16	2.010 ± 0.075	± 0.054	2.401 ± 0.288	± 0.290	1.815 ± 0.157	± 0.114
0.16 – 0.18	1.621 ± 0.068	± 0.095	1.501 ± 0.226	± 0.373	1.406 ± 0.138	± 0.193
0.18 – 0.20	1.235 ± 0.058	± 0.080	1.237 ± 0.205	± 0.268	1.131 ± 0.122	± 0.054
0.20 – 0.23	0.935 ± 0.041	± 0.061	0.979 ± 0.147	± 0.091	0.756 ± 0.083	± 0.071
0.23 – 0.27	0.621 ± 0.028	± 0.027	0.521 ± 0.091	± 0.074	0.423 ± 0.053	± 0.050
0.27 – 0.32	0.311 ± 0.018	± 0.036	0.429 ± 0.075	± 0.063	0.231 ± 0.034	± 0.045
0.32 – 0.40	0.112 ± 0.009	± 0.012	0.119 ± 0.033	± 0.028	0.108 ± 0.019	± 0.028
0.40 – 0.50	0.001 ± 0.001	± 0.001	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.004 ± 0.004	± 0.007
Mittelwert	0.0922 ± 0.0005	± 0.0016	0.0898 ± 0.0018	± 0.0019	0.0813 ± 0.0011	± 0.0019

Tabelle B.1: Messverteilungen für  $1 - T$  und Mittelwerte  $\langle 1 - T \rangle$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14.0$  GeV, 22.0 GeV, 34.6 GeV ('82), 35.0 GeV ('86), 38.3 GeV und 43.8 GeV. Die Fehler in der jeweils zweiten Spalte bezeichnen die statistischen, die in der jeweils dritten die experimentellen systematischen Unsicherheiten.

$M_H$	$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dM_H}$					
	14.0 GeV		22.0 GeV		34.6 GeV	
0.00 – 0.06	0.000 ± 0.000	± 0.001	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.023 ± 0.003	± 0.017
0.06 – 0.10	0.005 ± 0.005	± 0.013	0.070 ± 0.023	± 0.037	0.066 ± 0.006	± 0.013
0.10 – 0.14	0.111 ± 0.025	± 0.119	0.130 ± 0.028	± 0.028	0.534 ± 0.020	± 0.031
0.14 – 0.18	0.262 ± 0.038	± 0.069	0.889 ± 0.087	± 0.145	3.061 ± 0.065	± 0.135
0.18 – 0.22	1.025 ± 0.085	± 0.117	3.489 ± 0.222	± 0.153	6.203 ± 0.121	± 0.149
0.22 – 0.26	3.195 ± 0.189	± 0.155	6.184 ± 0.376	± 0.457	5.665 ± 0.126	± 0.194
0.26 – 0.30	5.886 ± 0.307	± 0.299	5.582 ± 0.414	± 0.484	3.612 ± 0.096	± 0.133
0.30 – 0.34	5.496 ± 0.337	± 0.472	3.674 ± 0.332	± 0.311	2.292 ± 0.072	± 0.063
0.34 – 0.38	4.075 ± 0.322	± 0.601	2.313 ± 0.255	± 0.233	1.541 ± 0.058	± 0.059
0.38 – 0.42	2.930 ± 0.293	± 0.331	1.528 ± 0.200	± 0.175	0.887 ± 0.044	± 0.077
0.42 – 0.46	1.188 ± 0.191	± 0.236	0.677 ± 0.121	± 0.108	0.610 ± 0.037	± 0.039
0.46 – 0.50	0.591 ± 0.130	± 0.061	0.290 ± 0.082	± 0.081	0.320 ± 0.026	± 0.032
0.50 – 0.55	0.168 ± 0.054	± 0.051	0.113 ± 0.043	± 0.033	0.123 ± 0.014	± 0.022
0.55 – 0.60	0.022 ± 0.020	± 0.012	0.026 ± 0.016	± 0.024	0.016 ± 0.003	± 0.005
Mittelwert	0.3202 ± 0.0018	± 0.0022	0.2823 ± 0.0021	± 0.0021	0.2532 ± 0.0007	± 0.0011
	35.0 GeV		38.3 GeV		43.8 GeV	
0.00 – 0.06	0.021 ± 0.003	± 0.010	0.059 ± 0.022	± 0.071	0.035 ± 0.008	± 0.010
0.06 – 0.10	0.059 ± 0.004	± 0.017	0.089 ± 0.019	± 0.032	0.110 ± 0.015	± 0.013
0.10 – 0.14	0.522 ± 0.016	± 0.028	0.732 ± 0.074	± 0.115	1.233 ± 0.066	± 0.084
0.14 – 0.18	2.940 ± 0.052	± 0.099	3.895 ± 0.239	± 0.384	4.774 ± 0.183	± 0.271
0.18 – 0.22	6.075 ± 0.099	± 0.111	5.851 ± 0.366	± 0.402	6.510 ± 0.256	± 0.249
0.22 – 0.26	5.600 ± 0.105	± 0.129	4.836 ± 0.348	± 0.443	4.404 ± 0.203	± 0.259
0.26 – 0.30	3.809 ± 0.083	± 0.084	3.563 ± 0.280	± 0.379	2.906 ± 0.155	± 0.213
0.30 – 0.34	2.316 ± 0.062	± 0.082	2.154 ± 0.204	± 0.274	2.006 ± 0.126	± 0.244
0.34 – 0.38	1.541 ± 0.050	± 0.072	1.654 ± 0.181	± 0.167	1.129 ± 0.095	± 0.222
0.38 – 0.42	0.990 ± 0.040	± 0.029	0.935 ± 0.138	± 0.193	0.761 ± 0.077	± 0.138
0.42 – 0.46	0.561 ± 0.030	± 0.027	0.581 ± 0.108	± 0.098	0.560 ± 0.066	± 0.107
0.46 – 0.50	0.359 ± 0.024	± 0.021	0.373 ± 0.086	± 0.094	0.380 ± 0.056	± 0.122
0.50 – 0.55	0.140 ± 0.013	± 0.015	0.188 ± 0.052	± 0.077	0.121 ± 0.026	± 0.026
0.55 – 0.60	0.017 ± 0.003	± 0.004	0.011 ± 0.008	± 0.010	0.018 ± 0.007	± 0.005
Mittelwert	0.2552 ± 0.0006	± 0.0013	0.2510 ± 0.0022	± 0.0021	0.2387 ± 0.0014	± 0.0018

Tabelle B.2: Messverteilungen für  $M_H$  und Mittelwerte  $\langle M_H \rangle$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14.0$  GeV, 22.0 GeV, 34.6 GeV ('82), 35.0 GeV ('86), 38.3 GeV und 43.8 GeV. Die Fehler in der jeweils zweiten Spalte bezeichnen die statistischen, die in der jeweils dritten die experimentellen systematischen Unsicherheiten.

$B_T$	$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dB_T}$					
	14.0 GeV		22.0 GeV		34.6 GeV	
0.00 – 0.03	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.067 ± 0.012	± 0.027
0.03 – 0.06	0.129 ± 0.064	± 0.138	0.161 ± 0.066	± 0.137	0.599 ± 0.034	± 0.070
0.06 – 0.08	0.260 ± 0.087	± 0.180	0.874 ± 0.168	± 0.281	3.840 ± 0.124	± 0.187
0.08 – 0.10	0.860 ± 0.150	± 0.169	3.369 ± 0.357	± 0.374	8.916 ± 0.206	± 0.217
0.10 – 0.12	2.034 ± 0.236	± 0.376	6.684 ± 0.536	± 0.634	9.751 ± 0.216	± 0.345
0.12 – 0.14	4.075 ± 0.354	± 0.641	8.793 ± 0.638	± 0.406	7.085 ± 0.180	± 0.183
0.14 – 0.16	7.119 ± 0.489	± 1.072	8.845 ± 0.641	± 1.053	5.255 ± 0.150	± 0.173
0.16 – 0.18	7.593 ± 0.506	± 0.485	6.316 ± 0.527	± 0.693	3.880 ± 0.126	± 0.135
0.18 – 0.20	8.075 ± 0.534	± 0.327	4.256 ± 0.438	± 0.433	2.883 ± 0.105	± 0.134
0.20 – 0.22	6.211 ± 0.460	± 0.232	2.802 ± 0.358	± 0.263	2.262 ± 0.090	± 0.089
0.22 – 0.24	4.773 ± 0.392	± 0.500	2.406 ± 0.326	± 0.239	1.665 ± 0.077	± 0.096
0.24 – 0.27	3.010 ± 0.257	± 0.239	1.756 ± 0.221	± 0.127	1.149 ± 0.051	± 0.081
0.27 – 0.30	1.801 ± 0.214	± 0.165	0.999 ± 0.157	± 0.148	0.719 ± 0.040	± 0.021
0.30 – 0.34	0.621 ± 0.127	± 0.144	0.576 ± 0.099	± 0.067	0.291 ± 0.021	± 0.019
0.34 – 0.38	0.175 ± 0.073	± 0.036	0.065 ± 0.036	± 0.061	0.041 ± 0.007	± 0.009
Mittelwert	0.1919 ± 0.0013	± 0.0022	0.1624 ± 0.0016	± 0.0014	0.1384 ± 0.0005	± 0.0008
$B_T$	35.0 GeV		38.3 GeV		43.8 GeV	
	0.00 – 0.03	0.052 ± 0.009	± 0.014	0.092 ± 0.037	± 0.052	0.125 ± 0.031
0.03 – 0.06	0.563 ± 0.028	± 0.113	0.857 ± 0.125	± 0.122	1.263 ± 0.101	± 0.079
0.06 – 0.08	3.673 ± 0.097	± 0.142	4.773 ± 0.430	± 0.397	7.502 ± 0.362	± 0.440
0.08 – 0.10	8.662 ± 0.164	± 0.287	10.461 ± 0.685	± 0.593	11.303 ± 0.459	± 0.471
0.10 – 0.12	9.575 ± 0.177	± 0.163	9.414 ± 0.649	± 0.416	7.634 ± 0.360	± 0.334
0.12 – 0.14	7.253 ± 0.154	± 0.200	5.809 ± 0.482	± 0.373	5.408 ± 0.292	± 0.319
0.14 – 0.16	5.400 ± 0.130	± 0.090	4.165 ± 0.398	± 0.440	4.342 ± 0.251	± 0.252
0.16 – 0.18	3.963 ± 0.108	± 0.113	3.649 ± 0.356	± 0.501	3.159 ± 0.205	± 0.239
0.18 – 0.20	3.030 ± 0.091	± 0.075	2.582 ± 0.296	± 0.218	2.327 ± 0.176	± 0.217
0.20 – 0.22	2.209 ± 0.076	± 0.074	2.021 ± 0.248	± 0.205	1.890 ± 0.152	± 0.149
0.22 – 0.24	1.684 ± 0.066	± 0.071	1.804 ± 0.242	± 0.321	1.492 ± 0.139	± 0.190
0.24 – 0.27	1.159 ± 0.044	± 0.090	1.246 ± 0.160	± 0.136	0.990 ± 0.090	± 0.110
0.27 – 0.30	0.794 ± 0.036	± 0.054	0.757 ± 0.125	± 0.141	0.503 ± 0.064	± 0.082
0.30 – 0.34	0.303 ± 0.018	± 0.029	0.390 ± 0.071	± 0.079	0.261 ± 0.036	± 0.048
0.34 – 0.38	0.047 ± 0.006	± 0.008	0.057 ± 0.029	± 0.028	0.051 ± 0.014	± 0.027
Mittelwert	0.1399 ± 0.0004	± 0.0014	0.1358 ± 0.0016	± 0.0014	0.1268 ± 0.0010	± 0.0017

Tabelle B.3: Messverteilungen für  $B_T$  und Mittelwerte  $\langle B_T \rangle$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14.0$  GeV, 22.0 GeV, 34.6 GeV ('82), 35.0 GeV ('86), 38.3 GeV und 43.8 GeV. Die Fehler in der jeweils zweiten Spalte bezeichnen die statistischen, die in der jeweils dritten die experimentellen systematischen Unsicherheiten.

$B_W$	$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dB_W}$					
	14.0 GeV		22.0 GeV		34.6 GeV	
0.00 – 0.02	0.000 ± 0.000	± 0.114	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.114 ± 0.017	± 0.046
0.02 – 0.04	0.220 ± 0.083	± 0.235	0.455 ± 0.121	± 0.238	1.828 ± 0.079	± 0.126
0.04 – 0.06	1.214 ± 0.183	± 0.183	4.374 ± 0.408	± 0.483	13.192 ± 0.253	± 0.319
0.06 – 0.08	5.113 ± 0.396	± 0.410	13.222 ± 0.791	± 0.678	12.510 ± 0.240	± 0.178
0.08 – 0.10	11.462 ± 0.639	± 0.667	13.142 ± 0.773	± 0.414	7.524 ± 0.175	± 0.180
0.10 – 0.12	12.090 ± 0.656	± 0.633	6.583 ± 0.537	± 0.911	4.998 ± 0.139	± 0.111
0.12 – 0.14	8.800 ± 0.543	± 0.809	4.589 ± 0.443	± 0.583	3.440 ± 0.113	± 0.144
0.14 – 0.16	5.099 ± 0.405	± 0.398	3.172 ± 0.365	± 0.367	2.339 ± 0.093	± 0.128
0.16 – 0.18	3.009 ± 0.336	± 0.333	1.937 ± 0.280	± 0.609	1.661 ± 0.078	± 0.082
0.18 – 0.20	1.619 ± 0.244	± 0.154	1.397 ± 0.232	± 0.204	1.103 ± 0.063	± 0.105
0.20 – 0.23	0.703 ± 0.145	± 0.163	0.565 ± 0.114	± 0.069	0.596 ± 0.038	± 0.073
0.23 – 0.26	0.198 ± 0.066	± 0.053	0.150 ± 0.056	± 0.057	0.232 ± 0.023	± 0.028
0.26 – 0.30	0.011 ± 0.009	± 0.006	0.029 ± 0.015	± 0.034	0.024 ± 0.005	± 0.010
0.30 – 0.35	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.000 ± 0.000	± 0.000
Mittelwert	0.1164 ± 0.0009	± 0.0013	0.0997 ± 0.0011	± 0.0012	0.0880 ± 0.0004	± 0.0005
	35.0 GeV		38.3 GeV		43.8 GeV	
0.00 – 0.02	0.103 ± 0.015	± 0.061	0.123 ± 0.046	± 0.089	0.190 ± 0.042	± 0.075
0.02 – 0.04	1.827 ± 0.064	± 0.166	2.558 ± 0.292	± 0.199	4.621 ± 0.266	± 0.319
0.04 – 0.06	12.469 ± 0.197	± 0.315	14.186 ± 0.799	± 0.581	16.055 ± 0.550	± 0.473
0.06 – 0.08	12.560 ± 0.202	± 0.225	11.768 ± 0.706	± 1.208	9.732 ± 0.393	± 0.309
0.08 – 0.10	7.681 ± 0.151	± 0.173	6.398 ± 0.486	± 0.716	6.259 ± 0.297	± 0.425
0.10 – 0.12	5.090 ± 0.119	± 0.095	4.832 ± 0.399	± 0.379	4.632 ± 0.250	± 0.353
0.12 – 0.14	3.593 ± 0.099	± 0.131	3.269 ± 0.324	± 0.157	2.776 ± 0.188	± 0.259
0.14 – 0.16	2.532 ± 0.083	± 0.112	2.575 ± 0.292	± 0.357	1.892 ± 0.159	± 0.214
0.16 – 0.18	1.583 ± 0.065	± 0.123	1.513 ± 0.228	± 0.190	1.341 ± 0.134	± 0.160
0.18 – 0.20	1.131 ± 0.056	± 0.066	1.212 ± 0.201	± 0.172	0.991 ± 0.116	± 0.127
0.20 – 0.23	0.665 ± 0.034	± 0.037	0.711 ± 0.129	± 0.175	0.713 ± 0.080	± 0.073
0.23 – 0.26	0.255 ± 0.021	± 0.022	0.313 ± 0.081	± 0.124	0.248 ± 0.047	± 0.046
0.26 – 0.30	0.026 ± 0.004	± 0.007	0.015 ± 0.011	± 0.016	0.035 ± 0.011	± 0.015
0.30 – 0.35	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.000 ± 0.000	± 0.000	0.000 ± 0.000	± 0.000
Mittelwert	0.0893 ± 0.0003	± 0.0008	0.0874 ± 0.0012	± 0.0010	0.0820 ± 0.0008	± 0.0011

Tabelle B.4: Messverteilungen für  $B_W$  und Mittelwerte  $\langle C \rangle$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14.0$  GeV, 22.0 GeV, 34.6 GeV ('82), 35.0 GeV ('86), 38.3 GeV und 43.8 GeV. Die Fehler in der jeweils zweiten Spalte bezeichnen die statistischen, die in der jeweils dritten die experimentellen systematischen Unsicherheiten.

$C$	$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dC}$		
	14.0 GeV	22.0 GeV	34.6 GeV
0.00 – 0.10	} 0.093 ± 0.018 ± 0.070	0.074 ± 0.022 ± 0.035	0.197 ± 0.011 ± 0.032
0.10 – 0.16		0.284 ± 0.052 ± 0.070	1.228 ± 0.038 ± 0.087
0.16 – 0.22	} 0.446 ± 0.043 ± 0.081	1.157 ± 0.116 ± 0.241	2.769 ± 0.064 ± 0.060
0.22 – 0.28		1.995 ± 0.161 ± 0.213	2.907 ± 0.069 ± 0.087
0.28 – 0.34	1.377 ± 0.113 ± 0.131	2.315 ± 0.186 ± 0.285	2.387 ± 0.062 ± 0.068
0.34 – 0.40	1.550 ± 0.129 ± 0.195	2.822 ± 0.210 ± 0.145	1.749 ± 0.051 ± 0.040
0.40 – 0.46	2.449 ± 0.166 ± 0.466	2.064 ± 0.180 ± 0.150	1.255 ± 0.042 ± 0.077
0.46 – 0.52	2.335 ± 0.164 ± 0.273	1.474 ± 0.155 ± 0.102	1.010 ± 0.036 ± 0.028
0.52 – 0.58	2.150 ± 0.159 ± 0.091	1.212 ± 0.139 ± 0.107	0.775 ± 0.031 ± 0.057
0.58 – 0.64	1.596 ± 0.135 ± 0.101	0.855 ± 0.116 ± 0.077	0.654 ± 0.029 ± 0.042
0.64 – 0.72	1.277 ± 0.105 ± 0.100	0.652 ± 0.083 ± 0.096	0.518 ± 0.022 ± 0.032
0.72 – 0.80	0.983 ± 0.095 ± 0.128	0.600 ± 0.077 ± 0.069	0.393 ± 0.019 ± 0.025
0.80 – 0.88	0.561 ± 0.084 ± 0.053	0.424 ± 0.066 ± 0.052	0.236 ± 0.015 ± 0.009
0.88 – 1.00	0.154 ± 0.043 ± 0.034	0.065 ± 0.022 ± 0.021	0.038 ± 0.004 ± 0.007
Mittelwert	0.5185 ± 0.0044 ± 0.0094	0.4271 ± 0.0051 ± 0.0050	0.3527 ± 0.0016 ± 0.0036
	35.0 GeV	38.3 GeV	43.8 GeV
0.00 – 0.10	0.173 ± 0.008 ± 0.038	0.252 ± 0.036 ± 0.077	0.367 ± 0.029 ± 0.035
0.10 – 0.16	1.180 ± 0.030 ± 0.051	1.560 ± 0.133 ± 0.198	2.255 ± 0.108 ± 0.138
0.16 – 0.22	2.669 ± 0.050 ± 0.113	3.280 ± 0.218 ± 0.166	3.473 ± 0.146 ± 0.086
0.22 – 0.28	2.882 ± 0.057 ± 0.064	2.670 ± 0.202 ± 0.229	2.646 ± 0.127 ± 0.118
0.28 – 0.34	2.355 ± 0.052 ± 0.060	2.042 ± 0.170 ± 0.175	1.772 ± 0.099 ± 0.095
0.34 – 0.40	1.797 ± 0.044 ± 0.062	1.454 ± 0.141 ± 0.073	1.438 ± 0.084 ± 0.113
0.40 – 0.46	1.361 ± 0.037 ± 0.035	1.150 ± 0.118 ± 0.082	1.073 ± 0.071 ± 0.160
0.46 – 0.52	1.016 ± 0.031 ± 0.034	0.851 ± 0.098 ± 0.105	0.760 ± 0.059 ± 0.094
0.52 – 0.58	0.771 ± 0.027 ± 0.036	0.741 ± 0.091 ± 0.150	0.694 ± 0.055 ± 0.038
0.58 – 0.64	0.680 ± 0.025 ± 0.039	0.760 ± 0.092 ± 0.102	0.595 ± 0.052 ± 0.041
0.64 – 0.72	0.532 ± 0.019 ± 0.022	0.528 ± 0.065 ± 0.048	0.459 ± 0.039 ± 0.051
0.72 – 0.80	0.433 ± 0.017 ± 0.017	0.458 ± 0.062 ± 0.039	0.327 ± 0.033 ± 0.035
0.80 – 0.88	0.233 ± 0.013 ± 0.027	0.255 ± 0.045 ± 0.022	0.179 ± 0.024 ± 0.023
0.88 – 1.00	0.034 ± 0.004 ± 0.006	0.041 ± 0.015 ± 0.015	0.031 ± 0.008 ± 0.007
Mittelwert	0.3576 ± 0.0013 ± 0.0050	0.3465 ± 0.0051 ± 0.0046	0.3187 ± 0.0031 ± 0.0053

Tabelle B.5: Messverteilungen für  $C$  und Mittelwerte  $\langle C \rangle$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14.0$  GeV, 22.0 GeV, 34.6 GeV ('82), 35.0 GeV ('86), 38.3 GeV und 43.8 GeV. Die Fehler in der jeweils zweiten Spalte bezeichnen die statistischen, die in der jeweils dritten die experimentellen systematischen Unsicherheiten.

$y_{23}$	$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dy_{23}}$		
	14.0 GeV	22.0 GeV	34.6 GeV
0.000 – 0.001	} $1.521 \pm 0.538 \pm 0.488$	$1.829 \pm 0.914 \pm 1.411$	$10.612 \pm 0.700 \pm 2.352$
0.001 – 0.002		$14.346 \pm 2.761 \pm 6.605$	$50.411 \pm 1.926 \pm 4.374$
0.002 – 0.004	$7.320 \pm 1.294 \pm 3.008$	$30.702 \pm 3.319 \pm 4.740$	$84.252 \pm 1.950 \pm 1.517$
0.004 – 0.006	$12.635 \pm 1.807 \pm 2.450$	$48.142 \pm 4.558 \pm 5.187$	$71.030 \pm 1.810 \pm 3.033$
0.006 – 0.010	$25.500 \pm 1.970 \pm 1.629$	$46.301 \pm 3.228 \pm 3.727$	$43.347 \pm 0.985 \pm 0.684$
0.010 – 0.014	$27.590 \pm 2.118 \pm 2.404$	$37.946 \pm 2.947 \pm 4.432$	$23.142 \pm 0.699 \pm 0.784$
0.014 – 0.020	$27.904 \pm 1.786 \pm 1.705$	$19.820 \pm 1.713 \pm 3.037$	$13.135 \pm 0.424 \pm 0.315$
0.020 – 0.030	$18.593 \pm 1.141 \pm 1.445$	$11.762 \pm 1.047 \pm 0.558$	$7.428 \pm 0.243 \pm 0.302$
0.030 – 0.040	$10.707 \pm 0.850 \pm 1.259$	$6.141 \pm 0.741 \pm 0.553$	$4.534 \pm 0.192 \pm 0.189$
0.040 – 0.060	$6.331 \pm 0.466 \pm 0.568$	$2.996 \pm 0.364 \pm 0.279$	$2.695 \pm 0.103 \pm 0.145$
0.060 – 0.100	$2.328 \pm 0.215 \pm 0.110$	$1.616 \pm 0.185 \pm 0.137$	$1.310 \pm 0.050 \pm 0.074$
0.100 – 0.140	$0.891 \pm 0.141 \pm 0.196$	$0.809 \pm 0.128 \pm 0.136$	$0.678 \pm 0.036 \pm 0.044$
0.140 – 0.200	$0.333 \pm 0.075 \pm 0.054$	$0.348 \pm 0.072 \pm 0.076$	$0.316 \pm 0.021 \pm 0.016$
0.200 – 0.300	$0.089 \pm 0.032 \pm 0.019$	$0.134 \pm 0.038 \pm 0.041$	$0.117 \pm 0.011 \pm 0.009$
Mittelwert	$0.0372 \pm 0.0010 \pm 0.0009$	$0.0301 \pm 0.0012 \pm 0.0009$	$0.0249 \pm 0.0004 \pm 0.0004$
	35.0 GeV	38.3 GeV	43.8 GeV
0.000 – 0.001	$9.187 \pm 0.537 \pm 1.945$	$11.246 \pm 2.209 \pm 5.882$	$25.069 \pm 2.282 \pm 3.533$
0.001 – 0.002	$47.794 \pm 1.497 \pm 1.815$	$71.256 \pm 7.020 \pm 6.474$	$92.883 \pm 5.388 \pm 8.302$
0.002 – 0.004	$79.149 \pm 1.513 \pm 3.066$	$89.252 \pm 6.138 \pm 6.677$	$63.814 \pm 4.339 \pm 6.667$
0.004 – 0.006	$69.112 \pm 1.457 \pm 1.208$	$67.533 \pm 5.369 \pm 3.867$	$34.667 \pm 3.301 \pm 3.788$
0.006 – 0.010	$42.724 \pm 0.819 \pm 0.808$	$42.448 \pm 2.902 \pm 5.794$	$17.607 \pm 1.651 \pm 0.870$
0.010 – 0.014	$23.985 \pm 0.608 \pm 1.248$	$18.199 \pm 1.877 \pm 1.056$	$10.959 \pm 1.148 \pm 1.435$
0.014 – 0.020	$13.680 \pm 0.372 \pm 0.227$	$10.364 \pm 1.117 \pm 0.517$	$7.379 \pm 0.727 \pm 0.823$
0.020 – 0.030	$7.886 \pm 0.217 \pm 0.227$	$6.152 \pm 0.657 \pm 0.945$	$4.037 \pm 0.455 \pm 0.424$
0.030 – 0.040	$4.737 \pm 0.165 \pm 0.142$	$4.735 \pm 0.557 \pm 0.847$	$2.298 \pm 0.330 \pm 0.354$
0.040 – 0.060	$2.715 \pm 0.087 \pm 0.078$	$3.028 \pm 0.330 \pm 0.232$	$1.158 \pm 0.179 \pm 0.147$
0.060 – 0.100	$1.364 \pm 0.044 \pm 0.040$	$1.510 \pm 0.165 \pm 0.236$	$0.682 \pm 0.091 \pm 0.148$
0.100 – 0.140	$0.668 \pm 0.031 \pm 0.065$	$0.785 \pm 0.120 \pm 0.137$	$0.322 \pm 0.071 \pm 0.067$
0.140 – 0.200	$0.370 \pm 0.019 \pm 0.027$	$0.387 \pm 0.070 \pm 0.074$	$0.129 \pm 0.041 \pm 0.033$
0.200 – 0.300	$0.136 \pm 0.011 \pm 0.007$	$0.147 \pm 0.038 \pm 0.062$	$0.000 \pm 0.024 \pm 0.038$
Mittelwert	$0.0262 \pm 0.0003 \pm 0.0005$	$0.0271 \pm 0.0012 \pm 0.0016$	$0.0236 \pm 0.0007 \pm 0.0009$

Tabelle B.6: Messverteilungen für  $y_{23}$  und Mittelwerte  $\langle y_{23} \rangle$  auf Hadronniveau bei  $\sqrt{s} = 14.0$  GeV, 22.0 GeV, 34.6 GeV ('82), 35.0 GeV ('86), 38.3 GeV und 43.8 GeV. Die Fehler in der jeweils zweiten Spalte bezeichnen die statistischen, die in der jeweils dritten die experimentellen systematischen Unsicherheiten.



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Von der JADE-Kollaboration bestimmte Grenzen für $\alpha_S$ . . . . .	3
1.2	Status der $\alpha_S$ -Messungen bei PETRA und PEP 1989 . . . . .	4
2.1	Fundamentale Propagatoren und Vertizes der Quantenchromodynamik . . . . .	11
2.2	QCD-Farbfaktoren $C_A, C_F$ aus Ereignistopologien . . . . .	12
2.3	Feynmandiagramme zur $e^+e^-$ -Annihilation . . . . .	13
2.4	Entwicklung eines hadronischen Ereignisses in der $e^+e^-$ -Annihilation . . . . .	17
2.5	Wirkungsquerschnitte in der $e^+e^-$ -Vernichtung . . . . .	18
2.6	„Tube“-Modell . . . . .	22
3.1	Der Speicherring PETRA bei DESY . . . . .	32
3.2	Chronologie der PETRA $e^+e^-$ -Vernichtungsenergien . . . . .	33
3.3	Integrierte JADE-Luminositäten . . . . .	33
3.4	Längsschnittskizze des JADE-Detektors . . . . .	35
3.5	Die wichtigsten multihadronischen Selektionsschnitte . . . . .	43
4.1	Grafische Darstellung eines simulierten JADE-Ereignisses. . . . .	53
4.2	Simuliertes JADE-Ereignis vs. Vierervektoreingabe eines QCD-Ereignisgenerators . . . . .	55
5.1	2-Jet- und 3-Jet-Ereignisse bei JADE . . . . .	57
5.2	$1 - T, M_H$ und $B_T$ auf Detektorniveau im Vergleich mit der JADE-Simulation . . . . .	62
5.3	$B_W, C$ und $y_{23}$ auf Detektorniveau im Vergleich mit der JADE-Simulation . . . . .	63
5.4	Flavourabhängige PYTHIA-Vorhersage für $1 - T$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV auf Partonniveau sowie auf Hadronniveau vor und nach dem elektroschwachen Zerfall von $c$ - und $b$ - Hadronen . . . . .	65
5.5	Matrixentfaltung vs. binweise Korrektur für $M_H$ und $B_T$ bei $\sqrt{s} = 14, 35$ und $44$ GeV . . . . .	67
5.6	Entfaltung von Detektor- und ISR-Effekten mit unterschiedlichen Hadronisierungsmodellen am Beispiel von $1 - T, B_T$ und $C$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und $35$ GeV . . . . .	69
5.7	Test der binweisen Methode zur Entfaltung von Detektor- und ISR-Effekten . . . . .	70
5.8	Normierte Messverteilungen für $1 - T$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, $22$ GeV, $35$ GeV ( $'86$ ) und $44$ GeV im Vergleich mit der Vorhersage von verschiedenen Monte-Carlo-Modellen . . . . .	72

5.9	Normierte Messverteilungen für $M_H$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV im Vergleich mit der Vorhersage von verschiedenen Monte-Carlo-Modellen	73
5.10	Normierte Messverteilungen für $B_T$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV im Vergleich mit der Vorhersage von verschiedenen Monte-Carlo-Modellen	74
5.11	Normierte Messverteilungen für $B_W$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV im Vergleich mit der Vorhersage von verschiedenen Monte-Carlo-Modellen	75
5.12	Normierte Messverteilungen für $C$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV im Vergleich mit der Vorhersage von verschiedenen Monte-Carlo-Modellen	76
5.13	Normierte Messverteilungen für $y_{23}$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV im Vergleich mit der Vorhersage von verschiedenen Monte-Carlo-Modellen	77
5.14	Vorhersagen für $B_T$ und $C$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und 44 GeV, gewonnen aus einer JADE-Optimierung von JETSET 7.4 und einer OPAL-Optimierung von PYTHIA 5.7	80
6.1	Entfaltung von Hadronisierungseffekten mit der Matrixmethode und der binweisen Methode für $1 - T$ , $M_H$ und $B_T$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und 35 GeV	92
6.2	Entfaltung von Hadronisierungseffekten mit der Matrixmethode und der binweisen Methode für $B_W$ , $C$ und $y_{23}$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und 35 GeV	93
6.3	Extraktion des Laufens von $\alpha_S$ aus dem ARIADNE-Modell mit Hilfe von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen für topologische Observablen und PYTHIA als Hadronisierungsmodell.	95
6.4	Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaustellungen von $1 - T$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) and 44 GeV	97
6.5	Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaustellungen von $M_H$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) and 44 GeV	98
6.6	Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaustellungen von $B_T$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) and 44 GeV	99
6.7	Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaustellungen von $B_W$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) and 44 GeV	100
6.8	Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaustellungen von $C$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) and 44 GeV	101
6.9	Anpassung von QCD-Vorhersagen an die Hadronniveaustellungen von $y_{23}$ bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) and 44 GeV	102
6.10	$\chi^2$ /d.o.f. der Anpassungen bei $\sqrt{s} = 14$ GeV, 22 GeV, 35 GeV ('86) und 44 GeV für die vier Matchingschemata und die $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen mit $x_\mu = 1$ und optimiertem $x_\mu$	103
6.11	$\alpha_S$ aus Anpassungen von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen mit dem $\ln(R)$ - und dem $R$ -Matching und reinen $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen mit $x_\mu = 1$ und $x_\mu$ als freiem Parameter	106
6.12	$\alpha_S$ und $\chi^2$ /d.o.f. als Funktion des Renormierungsskalenfaktors $x_\mu$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ - und von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und 22 GeV	109
6.13	$\alpha_S$ und $\chi^2$ /d.o.f. als Funktion des Renormierungsskalenfaktors $x_\mu$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ - und von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen bei $\sqrt{s} = 35$ GeV und 44 GeV	110
6.14	Ergebnisse für $\alpha_S(\sqrt{s})$ für $\sqrt{s} = 14$ -44 GeV aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen an die differentiellen Verteilungen von $1 - T$ , $M_H$ , $B_T$ , $B_W$ , $C$ and $y_{23}$	122
6.15	$\alpha_S$ -Messungen mit $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen als Funktion von $\sqrt{s}$	126

7.1	Physikalische Kopplungskonstante $\alpha_S$ im nichtperturbativen Bereich . . . . .	133
7.2	Potenzkorrekturen für $B_T$ und $B_W$ nach dem DMW-Modell für zwei ausgewählte Energiepunkte . . . . .	136
7.3	$1 - T$ -Verteilungen bei $\sqrt{s} = 14$ -189 GeV und angepasste DMW-Vorhersagen . . . . .	142
7.4	$M_H$ und $M_H^2$ -Verteilungen bei $\sqrt{s} = 14$ -189 GeV und angepasste DMW-Vorhersagen . . . . .	143
7.5	$B_T$ -Verteilungen bei $\sqrt{s} = 14$ -189 GeV und angepasste DMW-Vorhersagen . . . . .	144
7.6	$B_W$ -Verteilungen bei $\sqrt{s} = 14$ -189 GeV und angepasste DMW-Vorhersagen . . . . .	145
7.7	$C$ -Verteilungen bei $\sqrt{s} = 14$ -189 GeV und angepasste DMW-Vorhersagen . . . . .	146
7.8	Gesamtfehlerellipsen in der $(\alpha_S, \alpha_0)$ -Ebene für die Observablen $1 - T$ , $M_H$ , $B_T$ , $B_W$ und $C$ und für den gewichteten Mittelwert . . . . .	150
7.9	Skalierte Verteilungen für $B_T$ und $B_W$ bei $\sqrt{s} = 14$ -91 GeV im Vergleich mit modifizierten Potenzkorrekturen . . . . .	152
7.10	Skalierte Verteilungen für $y_{23}$ bei $\sqrt{s} = 14$ -189 GeV im Vergleich mit $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen inklusive und exklusive $1/Q^2$ -Korrektur . . . . .	155
7.11	Hadronisierungskorrekturen des DMW-Modells im Vergleich zum JETSET Monte-Carlo-Modell bei $\sqrt{s} = 35$ GeV . . . . .	156
7.12	$\alpha_S(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ aus der Anpassung von perturbativen Vorhersagen kombiniert mit Potenzkorrekturen des DMW-Modells an differenzielle Verteilungen und Mittelwerte von $1 - T$ , $M_H$ or $M_H^2$ , $B_T$ , $B_W$ und $C$ . . . . .	159
7.13	Momente der Topologievariablen $\langle 1 - T \rangle$ , $\langle M_H^2 \rangle$ , $\langle B_T \rangle$ , $\langle B_W \rangle$ , $\langle C \rangle$ und $\langle y_{23} \rangle$ als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ sowie angepasste $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +DMW-Vorhersagen . . . . .	160
8.1	$\alpha_S(M_{Z^0})$ -Ergebnisse dieser Arbeit im Vergleich mit Ergebnissen aus anderen Analysen . . . . .	168
8.2	$(\alpha_S(M_{Z^0}), \alpha_0(2 \text{ GeV}))$ aus dieser Arbeit und aus anderen Analysen . . . . .	171
A.1	Jetkammer-Observablen (I) . . . . .	179
A.2	Jetkammer-Observablen (II) . . . . .	180
A.3	Jetkammer-Observablen (III) . . . . .	181
A.4	Jetkammer-Observablen (IV) . . . . .	182
A.5	Kalorimeter-Observablen (I) . . . . .	183
A.6	Kalorimeter-Observablen (II) . . . . .	184
A.7	Kalorimeter-Observablen (III) . . . . .	185
A.8	Kalorimeter-Observablen (IV) . . . . .	186
A.9	Multihadronische Selektionsschnitte (I) . . . . .	187
A.10	Multihadronische Selektionsschnitte (II) . . . . .	188



# Tabellenverzeichnis

2.1	Elementare Teilchen des Standardmodells . . . . .	8
2.2	JETSET 7.4- und JETSET 6.3-Parameter . . . . .	25
2.3	ARIADNE 4.08-Parameter . . . . .	26
2.4	HERWIG 5.9-Parameter . . . . .	28
2.5	COJETS 6.23-Parameter . . . . .	29
3.1	Zusammenstellung der wichtigsten JADE-Parameter . . . . .	36
3.2	JADE-Ereignisse aus ausgewählten Datennahmeperioden nach der multihadronischen Selektion . . . . .	45
5.1	Zahl der generierten Monte-Carlo-Ereignisse auf Detektorniveau für unterschiedliche QCD-Generatoren und Schwerpunktsenergien nach der multihadronischen Standardselektion. . . . .	61
6.1	Die Koeffizienten der NLLA-Vorhersagen . . . . .	86
6.2	Zerlegung der Resummation in der Vorhersage für $\ln R(\mathcal{F})$ nach Potenzen von $\hat{\alpha}_S$ und $L$ . . . . .	87
6.3	QCD-Koeffizienten für die kombinierten $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen . . . . .	88
6.4	Ergebnisse für $\alpha_S(\sqrt{s}, x_\mu)$ und $x_\mu^{\text{opt}}$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Vorhersagen mit $x_\mu = 1$ und $x_\mu$ als freiem Parameter. . . . .	105
6.5	$\alpha_S(14.0 \text{ GeV})$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem $\ln(R)$ -Matching . . . . .	115
6.6	$\alpha_S(22.0 \text{ GeV})$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem $\ln(R)$ -Matching . . . . .	116
6.7	$\alpha_S(34.6 \text{ GeV})$ (Datennahme 1981-82) aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem $\ln(R)$ -Matching . . . . .	117
6.8	$\alpha_S(35.0 \text{ GeV})$ (Datennahme 1986) aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem $\ln(R)$ -Matching . . . . .	118
6.9	$\alpha_S(38.3 \text{ GeV})$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem $\ln(R)$ -Matching . . . . .	119
6.10	$\alpha_S(43.8 \text{ GeV})$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen mit dem $\ln(R)$ -Matching . . . . .	120
6.11	Gewichtete Mittelwerte $\bar{\alpha}_S(\sqrt{s})$ der Einzelergebnisse . . . . .	124
6.12	$\alpha_S(\sqrt{s})$ aus der simultanen Anpassung der QCD-Vorhersagen an alle sechs Observablen . . . . .	125
6.13	Test der $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ -Erwartung für das Laufen von $\alpha_S$ und der Hypothese $\alpha_S = \text{const}$ für verschiedene Energiebereiche . . . . .	127

6.14	Extrapolation der $\alpha_S$ -Ergebnisse auf $\sqrt{s} = M_{Z^0}$ mit der $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ -Vorhersage für die laufende Kopplungskonstante . . . . .	128
7.1	Die Koeffizienten $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$ der Potenzkorrekturen für die differentiellen Verteilungen von Topologievariablen $\mathcal{F}$ . . . . .	135
7.2	Die in diese Studie eingehende Zahl multihadronischer Ereignisse für unterschiedliche Experimentgruppen und Bereiche von Schwerpunktsenergien $\sqrt{s}$ . . . . .	137
7.3	Die experimentellen Quellen für die Messverteilungen von $1 - T$ , $M_H$ bzw. $M_H^2$ , $B_T$ , $B_W$ und $C$ . . . . .	138
7.4	$\chi^2/\text{d.o.f.}$ der globalen Anpassungen von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Vorhersagen (modifiziertes $\ln(R)$ -Matching) mit Potenzkorrekturen . . . . .	147
7.5	$\alpha_S(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ +NLLA-Rechnungen kombiniert mit Potenzkorrekturen aus dem DMW-Modell für $1 - T$ , $M_H$ bzw. $M_H^2$ , $B_T$ , $B_W$ und $C$ .	149
7.6	Korrelationskoeffizienten der Standardmessung und Gesamtkorrelationen . . . . .	151
7.7	Ergebnisse der Anpassung des DMW-Modells mit erweiterten Potenzkorrekturen der Form $\mathcal{A}_{20}/Q^2$ , $\mathcal{A}_{11} \ln(Q)/Q$ und $\mathcal{A}_{21} \ln(Q)/Q^2$ . . . . .	152
7.8	Die experimentellen Quellen der Messverteilungen für $y_{23}$ . . . . .	154
7.9	$\alpha_S(M_{Z^0})$ -Werte und Koeffizienten $\mathcal{A}_{pq}$ der Potenzkorrekturen für die Observable $y_{23}$ . . .	155
7.10	Gewichtete Mittelwerte für $\alpha_S(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ aus den differentiellen Verteilungen von Observablen . . . . .	158
7.11	$\alpha_S(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ und Gesamtfehler aus der Anpassung von $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$ -Rechnungen kombiniert mit Potenzkorrekturen aus dem DMW-Modell für $\langle 1 - T \rangle$ , $\langle M_H^2 \rangle$ , $\langle B_T \rangle$ , $\langle B_W \rangle$ und $\langle C \rangle$ . . . . .	161
7.12	Gewichtete Mittelwerte für $\alpha_S(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(2 \text{ GeV})$ aus den Mittelwerten von Observablen	161
B.1	Messverteilungen für $1 - T$ und Mittelwerte $\langle 1 - T \rangle$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14-44 \text{ GeV}$	190
B.2	Messverteilungen für $M_H$ und Mittelwerte $\langle M_H \rangle$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14-44 \text{ GeV}$ .	191
B.3	Messverteilungen für $B_T$ und Mittelwerte $\langle B_T \rangle$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14-44 \text{ GeV}$ . .	192
B.4	Messverteilungen für $B_W$ und Mittelwerte $\langle B_W \rangle$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14-44 \text{ GeV}$ .	193
B.5	Messverteilungen für $C$ und Mittelwerte $\langle C \rangle$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14-44 \text{ GeV}$ . . .	194
B.6	Messverteilungen für $y_{23}$ und Mittelwerte $\langle y_{23} \rangle$ auf Hadronniveau bei $\sqrt{s} = 14-44 \text{ GeV}$ . .	195

# Literaturverzeichnis

- [1] H. FRITZSCH, M. GELL-MANN AND H. LEUTWYLER, *Advantages of the Color Octet Gluon Picture*, Phys. Lett. **B47** (1973) 365–368.
- [2] D.J. GROSS AND F. WILCZEK, *Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories*, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1343–1346.
- [3] D.J. GROSS AND F. WILCZEK, *Asymptotically Free Gauge Theories. I*, Phys. Rev. **D8** (1973) 3633–3652.
- [4] H. D. POLITZER, *Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?*, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346–1349.
- [5] F. HALZEN AND A.D. MARTIN, *Quarks and Leptons*, John Wiley & Sons, 1984.
- [6] R.K. ELLIS, W.J. STIRLING AND B.R. WEBBER, *QCD and Collider Physics*, volume 8, Cambridge Univ. Press, 1996.
- [7] R.N. CAHN AND G. GOLDBABER, *The Experimental Foundations of Particle Physics*, Cambridge University Press, 1989.
- [8] D.H. PERKINS, *Hochenergiephysik*, Addison-Wesley, 1990.
- [9] S. BETHKE, *QCD Tests at  $e^+e^-$  Colliders*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **64** (1998) 54–62.
- [10] JADE COLL., S. BETHKE ET AL., *Experimental Investigation of the Energy Dependence of the Strong Coupling Strength*, Phys. Lett. **B213** (1988) 235.
- [11] S. BETHKE, *Determination of the QCD Coupling  $\alpha_S$* , J. Phys. **G26** (2000) R27.
- [12] D.E. GROOM ET AL., *Review of Particle Physics*, Eur. Phys. J. **C15** (2000) 287–292.
- [13] G. HANSON ET AL., *Evidence for Jet Structure in Hadron Production by  $e^+e^-$  Annihilation*, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1609–1612.
- [14] PLUTO COLL., CH. BERGER ET AL., *A Study of Jets in Electron Positron Annihilation into Hadrons in the Energy Range 3.1 GeV to 9.5 GeV*, Phys. Lett. **B78** (1978) 176.
- [15] TASSO COLL., R. BRANDELIK ET AL., *Properties of Hadron Final States in  $e^+e^-$  Annihilation at 13 GeV and 17 GeV Center-of-Mass Energies*, Phys. Lett. **B83** (1979) 261.
- [16] PLUTO COLL., CH. BERGER ET AL., *Cross-Sections and Event Topologies in  $e^+e^-$  Annihilation at 13 GeV and 17 GeV Observed with the PLUTO Detector*, Phys. Lett. **B81** (1979) 410.

- [17] OPAL COLL., P.D. ACTON ET AL., *A Determination of  $\alpha_S(M_{Z^0})$  at LEP Using Resummed QCD Calculations*, Z. Phys. **C59** (1993) 1–20.
- [18] DELPHI COLL., P. ABREU ET AL., *Determination of  $\alpha_S$  in Second Order QCD from Hadronic  $Z^0$  Decays*, Z. Phys. **C54** (1992) 55–74.
- [19] ALEPH COLL., D. DECAMP ET AL., *Measurement of  $\alpha_S$  in Hadronic Z Decays Using all Orders Resummed Predictions*, Phys. Lett. **B284** (1992) 163–176.
- [20] SLD COLL., K. ABE ET AL., *Measurement of  $\alpha_S(M_Z^2)$  from Hadronic Event Observables at the  $Z^0$  Resonance*, Phys. Rev. **D51** (1995) 962–984.
- [21] L3 COLL., O. ADRIANI ET AL., *Determination of  $\alpha_S$  from Hadronic Event Shapes Measured on the  $Z^0$  Resonance*, Phys. Lett. **B284** (1992) 471–481.
- [22] S.L. WU,  *$e^+e^-$  Physics at PETRA - The First Five Years*, Phys. Rep. **107** (1984) 59.
- [23] A. DIECKMANN. *A Determination of  $\alpha_S$  without Reference to Specific Fragmentation Models*. In *Hadrons, Quarks and Gluons*, 337–342, 1987. Les Arcs.
- [24] J.D. BJORKEN AND S.J. BRODSKY, *Statistical Model for Electron - Positron Annihilation into Hadrons*, Phys. Rev. **D1** (1970) 1416–1420.
- [25] MARK J COLL., D.P. BARBER ET AL., *Tests of Quantum Chromodynamics and a Direct Measurement of the Strong Coupling Constant  $\alpha_S$  at  $\sqrt{s} = 30$  GeV*, Phys. Lett. **B89** (1979) 139.
- [26] A. ALI, *The QCD Effective Coupling Constant in  $e^+e^-$  Annihilation*, Phys. Lett. **B110** (1982) 67.
- [27] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *Differential Three Jet Cross-Section in  $e^+e^-$  Annihilation and Comparison with Second Order Predictions of QCD and Abelian Vector Theory*, Phys. Lett. **B119** (1982) 239.
- [28] B. NAROSKA,  *$e^+e^-$  Physics with the JADE Detector at PETRA*, Phys. Rept. **148** (1987) 67.
- [29] A. ALI, E. PIETARINEN, G. KRAMER AND J. WILLRODT, *A QCD Analysis of the High-Energy  $e^+e^-$  Data from PETRA*, Phys. Lett. **B93** (1980) 155.
- [30] B. ANDERSSON, G. GUSTAFSON, G. INGELMAN AND T. SJÖSTRAND, *Parton Fragmentation and String Dynamics*, Phys. Rept. **97** (1983) 31.
- [31] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *Experimental Study of Jets in Electron - Positron Annihilation*, Phys. Lett. **B101** (1981) 129.
- [32] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *Particle Distribution in Three Jet Events Produced by  $e^+e^-$  Annihilation*, Z. Phys. **C21** (1983) 37.
- [33] S. BETHKE. *Recent Results on Jet Physics and Tests of QCD in  $e^+e^-$  Annihilation*. Invited Talk at the Workshop on the Standard Model at Present and Future Accelerator Energies, Budapest, Hungary, Jun 27 - Jul 21, 1989.
- [34] S. BETHKE, *Eleven Years of QCD at LEP*, Eur. Phys. J. direct **C1** (2002) 1–38.

- [35] R.K. ELLIS, D.A. ROSS AND A.E. TERRANO, *The Perturbative Calculation of Jet Structure in  $e^+ e^-$  Annihilation*, Nucl. Phys. **B178** (1981) 421.
- [36] S. CATANI, L. TRENTADUE, G. TURNOCK AND B.R. WEBBER, *Resummation of Large Logarithms in  $e^+ e^-$  Event Shape Distributions*, Nucl. Phys. **B407** (1993) 3–42.
- [37] S. CATANI, G. TURNOCK AND B.R. WEBBER, *Jet Broadening Measures in  $e^+ e^-$  Annihilation*, Phys. Lett. **B295** (1992) 269–276.
- [38] YU.L. DOKSHITZER, A. LUCENTI, G. MARCHESINI AND G.P. SALAM, *On the QCD Analysis of Jet Broadening*, JHEP **01** (1998) 011.
- [39] G. DISSERTORI AND M. SCHMELLING, *An Improved Theoretical Prediction for the Two Jet Rate in  $e^+ e^-$  Annihilation*, Phys. Lett. **B361** (1995) 167–178.
- [40] S. CATANI AND B.R. WEBBER, *Resummed C-Parameter Distribution in  $e^+ e^-$  Annihilation*, Phys. Lett. **B427** (1998) 377–384.
- [41] DELPHI COLL., P. ABREU ET AL., *Determination of  $\alpha_S$  Using the Next-to-Leading Log Approximation of QCD*, Z. Phys. **C59** (1993) 21–34.
- [42] YU.L. DOKSHITZER AND B.R. WEBBER, *Calculation of Power Corrections to Hadronic Event Shapes*, Phys. Lett. **B352** (1995) 451–455.
- [43] YU.L. DOKSHITZER, G. MARCHESINI AND B.R. WEBBER, *Dispersive Approach to Power-Behaved Contributions in QCD Hard Processes*, Nucl. Phys. **B469** (1996) 93–142.
- [44] YU.L. DOKSHITZER AND B.R. WEBBER, *Power Corrections to Event Shape Distributions*, Phys. Lett. **B404** (1997) 321–327.
- [45] YU.L. DOKSHITZER, A. LUCENTI, G. MARCHESINI AND G.P. SALAM, *On the Universality of the Milan Factor for  $1/Q$  Power Corrections to Jet Shapes*, JHEP **05** (1998) 003.
- [46] YU.L. DOKSHITZER, G. MARCHESINI AND G.P. SALAM, *Revisiting Non-Perturbative Effects in the Jet Broadenings*, Eur. Phys. J. direct **C3** (1999) 1–45.
- [47] OPAL COLL., M.Z. AKRAWY ET AL., *Measurement of the  $Z^0$  Mass and Width with the OPAL Detector at LEP*, Phys. Lett. **B231** (1989) 530.
- [48] CDF COLL., F. ABE ET AL., *Evidence for Top Quark Production in  $\bar{p}p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV*, Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 225–231.
- [49] D0 COLL., S. ABACHI ET AL., *Observation of the Top Quark*, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2632–2637.
- [50] DONUT COLL., K. KODAMA ET AL., *Observation of Tau Neutrino Interactions*, Phys. Lett. **B504** (2001) 218–224.
- [51] SuperKamiokande COLL., Y. FUKUDA ET AL., *Measurement of the Flux and Zenith-Angle Distribution of Upward Through-Going Muons by Super-Kamiokande*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 2644–2648.

- [52] SNO COLL., Q.R. AHMAD ET AL., *Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 011301.
- [53] S. WEINBERG, *A Model of Leptons*, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264–1266.
- [54] A. SALAM. *Weak and Electromagnetic Interactions*. In N. Svartholm, editor, *Elementary Particle Physics*, 367–377. Almquist and Wiksells, Stockholm, 1969.
- [55] S.L. GLASHOW, J. ILIOPOULOS AND L. MAIANI, *Weak Interactions with Lepton - Hadron Symmetry*, Phys. Rev. **D2** (1970) 1285–1292.
- [56] P. W. HIGGS, *Broken Symmetries, Massless Particles and Gauge Fields*, Phys. Lett. **12** (1964) 132–133.
- [57] P. W. HIGGS, *Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons*, Phys. Rev. **145** (1966) 1156–1163.
- [58] T. W. B. KIBBLE, *Symmetry Breaking in Non-Abelian Gauge Theories*, Phys. Rev. **155** (1967) 1554–1561.
- [59] R. TENCHINI. *Precision Tests of the Standard Model and Search for the Higgs Boson*. In *New Trends in High-Energy Physics, Yalta 2001*, 127–138, 2001.
- [60] LEP HIGGS WORKING GROUP FOR HIGGS BOSON SEARCHES. *Search for the Standard Model Higgs Boson at LEP*. In *High Energy Physics, Budapest 2001*, 2001. hep2001/128.
- [61] CH.-N. YANG AND R.L. MILLS, *Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance*, Phys. Rev. **96** (1954) 191–195.
- [62] G. 'T HOOFT, *Renormalization of Massless Yang-Mills Fields*, Nucl. Phys. **B33** (1971) 173–199.
- [63] M. GELL-MANN, *Symmetries of Baryons and Mesons*, Phys. Rev. **125** (1962) 1067–1084.
- [64] S. KLUTH, P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ, S. BETHKE, C. PAHL AND P. PFEIFENSCHNEIDER, *A Measurement of the QCD Colour Factors Using Event Shape Distributions at  $\sqrt{s} = 14$  GeV to 189 GeV*, Eur. Phys. J. **C21** (2001) 199–210.
- [65] J.C. WARD, *An Identity in Quantum Electrodynamics*, Phys. Rev. **78** (1950) 182.
- [66] W.A. BARDEEN, A.J. BURAS, D.W. DUKE AND T. MUTA, *Deep Inelastic Scattering Beyond the Leading Order in Asymptotically Free Gauge Theories*, Phys. Rev. **D18** (1978) 3998.
- [67] K.G. CHETYRKIN, B.A. KNIEHL AND M. STEINHAUSER, *Strong Coupling Constant with Flavour Thresholds at Four Loops in the  $\overline{\text{MS}}$  Scheme*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 2184–2187.
- [68] A. ALI AND P. SÖDING, *High-Energy Electron Positron Physics*, World Scientific, 1988. Advanced Series on Directions in High Energy Physics, 1.
- [69] S. BETHKE. *Standard Model Physics at LEP*. MPI-PHE-2000-02, hep-ex/0001023, Lectures given at the International Summer School on Particle Production Spanning MeV and TeV Energies, Nijmegen, Netherlands, 8-20 Aug. 1999.

- [70] P. NASON AND C. OLEARI, *Next-to-Leading-Order Corrections to the Production of Heavy-Flavour Jets in  $e^+e^-$  Collisions*, Nucl. Phys. **B521** (1998) 237–273.
- [71] W. BERNREUTHER, A. BRANDENBURG AND P. UWER, *Next-to-Leading Order QCD Corrections to Three-Jet Cross Sections with Massive Quarks*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 189–192.
- [72] G. RODRIGO, A. SANTAMARIA AND M. BILENKII, *Do the Quark Masses run? Extracting  $\bar{m}_b(M_{Z^0})$  from LEP Data*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 193–196.
- [73] Z. NAGY AND Z. TROCSANYI, *Next-to-Leading Order Calculation of Four-Jet Observables in Electron Positron Annihilation*, Phys. Rev. **D59** (1999) 014020.
- [74] S. WEINZIERL AND D.A. KOSOWER, *QCD Corrections to Four-Jet Production and Three-Jet Structure in  $e^+e^-$  Annihilation*, Phys. Rev. **D60** (1999) 054028.
- [75] L.W. GARLAND, T. GEHRMANN, E.W.N. GLOVER, A. KOUKOUTSAKIS AND E. REMIDDI, *The Two-Loop QCD Matrix Element for  $e^+e^- \rightarrow 3$  Jets*, Nucl. Phys. **B627** (2002) 107–188.
- [76] K. HAGIWARA AND D. ZEPPENFELD, *Amplitudes for Multiparton Processes Involving a Current at  $e^+e^-$ ,  $e^{+/-}p$ , and Hadron Colliders*, Nucl. Phys. **B313** (1989) 560.
- [77] N.K. FALCK, D. GRAUDENZ AND G. KRAMER, *Five Jet Production in  $e^+e^-$  Annihilation*, Phys. Lett. **B220** (1989) 299.
- [78] N.K. FALCK, D. GRAUDENZ AND G. KRAMER, *Cross-Section for Five Jet Production in  $e^+e^-$  Annihilation*, Nucl. Phys. **B328** (1989) 317.
- [79] F.A. BERENDS, W.T. GIELE AND H. KUIJF, *Exact Expressions for Processes Involving a Vector Boson and up to Five Partons*, Nucl. Phys. **B321** (1989) 39.
- [80] S. MORETTI,  *$e^+e^- \rightarrow 6$  Jets in Parton Level QCD at LEP1, LEP2 and NLC*, Phys. Lett. **B420** (1998) 367–374.
- [81] S. MORETTI, *Six-Jet Production at Lepton Colliders*, Nucl. Phys. **B544** (1999) 289–338.
- [82] B.R. WEBBER, *Monte Carlo Simulation of Hard Hadronic Processes*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **36** (1986) 253.
- [83] L.V. GRIBOV, E.M. LEVIN AND M.G. RYSKIN, *Semihard Processes in QCD*, Phys. Rept. **100** (1983) 1–150.
- [84] YU.L. DOKSHITZER, VALERY A. KHOZE, ALFRED H. MUELLER AND S.I. TROIAN, *Basics of Perturbative QCD*, 1991. Gif-sur-Yvette, France: Ed. Frontieres (1991).
- [85] G. ALTARELLI AND G. PARISI, *Asymptotic Freedom in Parton Language*, Nucl. Phys. **B126** (1977) 298.
- [86] I.G. KNOWLES ET AL. *QCD Event Generators*. In *Physics at LEP2, Geneva, Switzerland, 1995*, volume 2, 103–186, 1995. hep-ph/9601212.
- [87] YA.I. AZIMOV, YU.L. DOKSHITZER, V.A. KHOZE AND S.I. TROIAN, *The String Effect and QCD Coherence*, Phys. Lett. **B165** (1985) 147–150.

- [88] YA.I. AZIMOV, YU.L. DOKSHITZER, V.A. KHOZE AND S.I. TROIAN, *Similarity of Parton and Hadron Spectra in QCD Jets*, Z. Phys. **C27** (1985) 65–72.
- [89] D. AMATI AND G. VENEZIANO, *Preconfinement as a Property of Perturbative QCD*, Phys. Lett. **B83** (1979) 87.
- [90] R.P. FEYNMAN, *Photon Hadron Interactions*, Benjamin, 1972.
- [91] B.R. WEBBER. *Hadronization*. Cavendish-HEP-94/17, hep-ph/9411384, 1994.
- [92] O. BIEBEL, *Experimental Tests of the Strong Interaction and its Energy Dependence in Electron Positron Annihilation*, Phys. Rept. **340** (2001) 165–289.
- [93] V.I. ZAKHAROV, *QCD Perturbative Expansions in Large Orders*, Nucl. Phys. **B385** (1992) 452–480.
- [94] A.H. MUELLER. *The QCD Perturbation Series*. In P.M. Zerwas and H.A. Kastrup, editors, *QCD - 20 Years Later. Proceedings, Workshop, Aachen, Germany, June 9-13, 1992. Vol. 1*, 162–171. World Scientific, 1993.
- [95] M. BENEKE, *Renormalons*, Phys. Rept. **317** (1999) 1–142.
- [96] R.D. FIELD AND R.P. FEYNMAN, *A Parametrization of the Properties of Quark Jets*, Nucl. Phys. **B136** (1978) 1.
- [97] R. ODORICO, *COJETS 6.23: A Monte Carlo Simulation Program for  $\bar{p}p$ ,  $pp$  Collisions and  $e^+e^-$  Annihilation*, Comput. Phys. Commun. **72** (1992) 238–248.
- [98] T. SJÖSTRAND, *High-Energy Physics Event Generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4*, Comput. Phys. Commun. **82** (1994) 74–90.
- [99] LEIF LÖNNBLAD, *ARIADNE Version 4: A Program for Simulation of QCD Cascades Implementing the Color Dipole Model*, Comput. Phys. Commun. **71** (1992) 15–31.
- [100] R.D. FIELD AND S. WOLFRAM, *A QCD Model for  $e^+e^-$  Annihilation*, Nucl. Phys. **B213** (1983) 65.
- [101] B.R. WEBBER, *A QCD Model for Jet Fragmentation Including Soft Gluon Interference*, Nucl. Phys. **B238** (1984) 492.
- [102] G. MARCHESINI ET AL., *HERWIG: A Monte Carlo Event Generator for Simulating Hadron Emission Reactions with Interfering Gluons. Version 5.1 - April 1991*, Comput. Phys. Commun. **67** (1992) 465–508.
- [103] T. SJÖSTRAND. *PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4 Physics and Manual*. CERN-TH-7112-93.
- [104] OPAL COLL., K. AHMET ET AL., *The OPAL Detector at LEP*, Nucl. Instrum. Meth. **A305** (1991) 275–319.
- [105] OPAL COLL., M.Z. AKRAWY ET AL., *A Measurement of Global Event Shape Distributions in the Hadronic Decays of the  $Z^0$* , Z. Phys. **C47** (1990) 505–522.
- [106] OPAL COLL., G. ALEXANDER ET AL., *A Comparison of  $b$  and  $(u d s)$  Quark Jets to Gluon Jets*, Z. Phys. **C69** (1996) 543–560.

- [107] R.J. HEMINGWAY. *An OPAL Tune of HERWIG Using  $Z^0$  Data*. OPAL Technical Note TN652, April 2000.
- [108] T. SJÖSTRAND, *The Lund Monte Carlo for Jet Fragmentation and  $e^+e^-$  Physics: JETSET Version 6.2*, Comput. Phys. Commun. **39** (1986) 347.
- [109] T. SJÖSTRAND AND M. BENGTTSSON, *The Lund Monte Carlo for Jet Fragmentation and  $e^+e^-$  Physics: JETSET Version 6.3: an Update*, Comput. Phys. Commun. **43** (1987) 367.
- [110] M. ZIMMER. *Die Fragmentation von  $b$ -Quarks*. Ph.D. thesis, Ruprecht-Karls-Universität, Heidelberg, 1989.
- [111] G. ECKERLIN. *Vergleich der starken Wechselwirkung von  $b$ -Quarks und leichten Quarks in  $e^+e^-$ -Reaktionen bei 35 GeV*. Ph.D. thesis, Ruprecht-Karls-Universität, Heidelberg, 1990.
- [112] P. MAZZANTI AND R. ODORICO, *On the OPAL 'String Effect' and Quark-Gluon Jet Differences in Three Jet Symmetric Events*, Nucl. Phys. **B394** (1993) 267–280.
- [113] F.A. BERENDS, R. KLEISS AND S. JADACH, *Radiative Corrections to Muon Pair and Quark Pair Production in Electron - Positron Collisions in the  $Z^0$  Region*, Nucl. Phys. **B202** (1982) 63.
- [114] G. Altarelli, R. Kleiss and C. Verzegnassi, editors, *Z Physics at LEP 1.*, 1989. Geneva, Switzerland: - CERN 89-08.
- [115] C. PETERSON, D. SCHLATTER, I. SCHMITT AND P.M. ZERWAS, *Scaling Violations in inclusive  $e^+e^-$  Annihilation Spectra*, Phys. Rev. **D27** (1983) 105.
- [116] G. GUSTAFSON AND U. PETTERSSON, *Dipole Formulation of QCD Cascades*, Nucl. Phys. **B306** (1988) 746.
- [117] B. ANDERSSON, G. GUSTAFSON AND L. LÖNNBLAD, *Gluon Splitting in the Color Dipole Cascades*, Nucl. Phys. **B339** (1990) 393–406.
- [118] M.G. BOWLER,  *$e^+e^-$  Production of Heavy Quarks in the String Model*, Zeit. Phys. **C11** (1981) 169.
- [119] L. MONTANET ET AL., *Review of Particle Properties. Particle Data Group*, Phys. Rev. **D50** (1994) 1173–1823.
- [120] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *Search for Narrow Resonances in  $e^+e^-$  at C.M. Energies between 29.90 GeV and 31.46 GeV*, Phys. Lett. **B91** (1980) 152.
- [121] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *Search for Narrow Resonances in  $e^+e^-$  Annihilation at C.M. Energies between 33.0 GeV and 36.72 GeV*, Phys. Lett. **B100** (1981) 364.
- [122] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *A Measurement of the Total Cross-Section and a Study of Inclusive Muon Production for the Process  $e^+e^- \rightarrow$  Hadrons in the Energy Range Between 39.79 GeV and 46.78 GeV*, Phys. Lett. **B160** (1985) 337.
- [123] D. P. BARBER ET AL. *JADE: Proposal for a Compact Magnetic Detector at PETRA*. PETRA-PROPOSAL-UNN(1).

- [124] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *Total Cross-Section for Hadron Production by  $e^+e^-$  Annihilation at PETRA Energies*, Phys. Lett. **B88** (1979) 171.
- [125] JADE COLL., W. BARTEL ET AL., *Precise Measurement of Total Cross-Sections for the Process  $e^+e^- \rightarrow$  Multi-Hadrons in the Center-of-Mass Energy Range between 12.0 GeV and 36.4 GeV*, Phys. Lett. **B129** (1983) 145.
- [126] H. KADO. *Entwicklung, Bau und Betrieb des JADE-Vertexdetektor-Systems am Speicherring PETRA*. Ph.D. thesis, Universität Hamburg, 1987.
- [127] W. FARR ET AL., *A Drift Chamber System for the Detection of Narrow Particle Jets from  $e^+e^-$  Reactions*, Nucl. Instrum. Meth. **156** (1978) 283–286.
- [128] JADE COLL., H. DRUMM ET AL., *Experience with the Jet Chamber of the JADE Detector at PETRA*, Nucl. Instrum. Meth. **176** (1980) 333–344.
- [129] JADE COLL., J. HEINTZE, *The Jet Chamber of the JADE Experiment*, Nucl. Instrum. Meth. **196** (1982) 293–297.
- [130] K. AMBRUS. *Suche nach freien Quarks und anderen abnormal ionisierenden Teilchen bei JADE*. Ph.D. thesis, Universität Heidelberg, 1987.
- [131] JADE COLL., G. DIETRICH ET AL., *A Large Polygon Drift Chamber for the JADE Experiment at PETRA*, Nucl. Instrum. Meth. **217** (1983) 160–162.
- [132] S.L. CARTWRIGHT. *The JADE Z Chamber*. JADE Note 138, 1986.
- [133] K. MEIER. *Untersuchung der Photonproduktion bei Elektron-Positron Annihilationen am Speicherring PETRA*. Ph.D. thesis, Universität Hamburg, 1987.
- [134] K. YANAGISAWA. *Test of Quantum Electrodynamics at PETRA Energies*. Ph.D. thesis, University of Tokyo, 1980. UTLICEPP-81-02.
- [135] D.D. PITZL. *Quellen von Photonen in hadronischen Ereignissen der Elektron-Positron Vernichtung*. Ph.D. thesis, Universität Hamburg, 1989.
- [136] JADE COLL., J. ALLISON ET AL., *The JADE Muon Detector*, Nucl. Instrum. Meth. **A238** (1985) 220–229.
- [137] C.K. BOWDERY. *Production of Inclusive Dimuon Events in Electron Positron Annihilation at PETRA Energies*. Ph.D. thesis, Victoria University of Manchester, 1982. HEP-T-105.
- [138] W. FARR AND J. HEINTZE, *Drift Chamber Electronics for Time and Pulse Height Measurements with Multiple Hit Capacity*, Nucl. Instrum. Meth. **156** (1978) 301–309.
- [139] JADE COLL., H. VON DER SCHMITT ET AL., *Parallel Processing of Flash ADC Data for the Jet Chamber of JADE*, Nucl. Instrum. Meth. **A263** (1988) 206–211.
- [140] JADE COLL., H.E. MILLS, *Online Event Filtering in the JADE Data Acquisition System*, Nucl. Instrum. Meth. **A247** (1986) 525.
- [141] JADE COLL., D. CORDS, P. DITTMANN, R. EICHLER AND H.E. MILLS, *The Data Acquisition System for the JADE Detector*, Nucl. Instrum. Meth. **A245** (1986) 137.
- [142] Norsk Data, Oslo, Norway. *NORD-10S/50 Hardware Concepts*.

- [143] K.H. HELLENBRAND. *Decay of  $K^\pm$  and  $K_L^0$  in MC*. JADE Computer Note 78, 1984.
- [144] M. GODDARD, J.E. OLSSON AND P. STEFFEN. *Cuts of First Data Reduction*. JADE Computer Note 38, 1980.
- [145] J.E. OLSSON. *A General Second Reduction Program*. JADE Computer Note 43, 1980.
- [146] C. BOWDERY AND J.E. OLSSON. *The JADE SUPERVISOR Program*. JADE Computer Note 73, 1984.
- [147] C. BOWDERY AND J.E. OLSSON. *JADEZ - The JADE Graphics Program*. JADE Computer Note 85/D, 1986.
- [148] V. BLOBEL. *B O S: Bank Organization System. Dynamic Storage Organization with FORTRAN*. Hamburg DESY - Internal Report F14-77-01, 1977.
- [149] D. CORDS. *Logical Record Format for Online Data*. JADE Note 32 and Supplements 1-6, 1979.
- [150] W. BARTEL. *Minutes of the JADE Software Meeting on Dec. 14, 1987 at DESY*. JADE Computer Note 98, 1988.
- [151] C.K. BOWDERY AND J.J. PRYCE. *The New TP Program Version 9*. JADE Computer Note 102, 1988.
- [152] P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ, O. BIEBEL AND S. BETHKE. *Tests of Power Corrections to Event Shape Distributions from  $e^+ e^-$  Annihilation*. PITHA-99-21. Contributed to the International Europhysics Conference on High-Energy Physics (EPS-HEP 99), Tampere, Finland, 15-21 Jul 1999, 1999.
- [153] G. ECKERLIN AND M. ZIMMER. *A New Compact Data-Format Description of Bank - ZE4V*. JADE Computer Note 99, 1988.
- [154] JADE COLL., P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ, O. BIEBEL, S. BETHKE ET AL., *A Study of Event Shapes and Determinations of  $\alpha_s$  Using Data of  $e^+ e^-$  Annihilations at  $\sqrt{s} = 22$  GeV to 44 GeV*, Eur. Phys. J. **C1** (1998) 461–478.
- [155] P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ, *Event Shapes from JADE Data and Studies of Power Corrections*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **74** (1999) 384–387. Proceedings of the International Euroconference on Quantum Chromodynamics (QCD 98), Montpellier, France, 2-8 Jul 1998.
- [156] P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ, O. BIEBEL AND S. BETHKE. *Measurement of C-Parameter and Determination of  $\alpha_s$  from C-Parameter and Jet Broadening at PETRA Energies*. PITHA-98-21. Contributed to the 29th International Conference on High-Energy Physics (ICHEP 98), Vancouver, Canada, 23-29 Jul 1998., 1998.
- [157] JADE AND OPAL COLL., P. PFEIFENSCHNEIDER, O. BIEBEL, P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ ET AL., *QCD Analyses and Determinations of  $\alpha_s$  in  $e^+ e^-$  Annihilation at Energies between 35 GeV and 189 GeV*, Eur. Phys. J. **C17** (2000) 19–51.
- [158] JADE COLL., O. BIEBEL, P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ AND S. BETHKE, *C-Parameter and Jet Broadening at PETRA Energies*, Phys. Lett. **B459** (1999) 326–334.

- [159] P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ, S. BETHKE, O. BIEBEL AND S. KLUTH, *Tests of Power Corrections for Event Shapes in  $e^+e^-$  Annihilation*, Eur. Phys. J. **C22** (2001) 1–15.
- [160] JADE COLL., M. BLUMENSTENGEL, O. BIEBEL, P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ ET AL., *Measurement of the Longitudinal and Transverse Cross-Section in  $e^+e^-$  Annihilation at  $\sqrt{s} = 35\text{ GeV}$ – $44\text{ GeV}$* , Phys. Lett. **B517** (2001) 37–46.
- [161] L3 COLL., M. ACCIARRI ET AL., *QCD Studies in  $e^+e^-$  Annihilation from  $30\text{ GeV}$  to  $189\text{ GeV}$* , Phys. Lett. **B489** (2000) 65–80.
- [162] E. ELSSEN. *Detector Monte Carlo*. JADE Computer Note 54, 1982.
- [163] E. ELSSEN. *Multihadronerzeugung in der  $e^+e^-$ -Vernichtung bei PETRA-Energien und Vergleich mit Aussagen der Quantenchromodynamik*. Ph.D. thesis, Universität Hamburg, 1981.
- [164] J. HAGEMANN, J.E. OLSSON AND R. RAMCKE. *Inner Detector Smearing and Trigger Simulation*. JADE Computer Note 66, 1983.
- [165] K. MEIER. *Monte Carlo Simulation of Electromagnetic Showers in the Lead Glass*. JADE Computer Note 70, 1984.
- [166] S. YAMADA. *Čerenkov Light Detection Efficiency for the JADE Lead Glass Counter*. JADE Note 20, 1977.
- [167] E. ELSSEN.  *$dE/dx$  Monte Carlo*. JADE Computer Note 97, 1987.
- [168] N. MAGNUSSEN. *New Shower Functions for SF5/SF6 and New MC and Data Routines for Meier LG Shower Fitting*. JADE Note 136, 1986.
- [169] R.L. FORD AND W.R. NELSON. *The EGS Code System: Computer Programs for the Monte Carlo Simulation of Electromagnetic Cascade Showers (Version 3)*. SLAC-0210, 1978.
- [170] J.E. OLSSON. *The Subroutine NPECR6*. JADE Computer Note 20 Supplement 1, 1987.
- [171] R. BRUN, F. BRUYANT, M. MAIRE, A.C. MCPHERSON AND P. ZANARINI. *GEANT 3*. CERN-DD/EE/84-1, 1987.
- [172] A.J. FINCH. *Tagging System Monte Carlo*. JADE Computer Note 86, 1986.
- [173] JADE COLL., J.E. OLSSON, P. STEFFEN, M.C. GODDARD, G.F. PEARCE AND T. NOZAKI, *Pattern Recognition Programs for the JADE Jet Chambers*, Nucl. Instrum. Meth. **176** (1980) 403–407.
- [174] P. DITTMANN. *How to Use the Vertex Fit Program*. JADE Computer Note 32, 1980.
- [175] J. HAGEMANN, C. KLEINWORT AND R. RAMCKE. *Vertex Chamber Software*. JADE Computer Note 100, 1988.
- [176] S. YAMADA. *Analysis Program for Lead Glass Counters*. JADE Computer Note 14D, 1984.
- [177] D.D. PITZL. *Reconstruction of Cluster Energies in the Barrel Lead Glas*. JADE Computer Note 101, 1988.

- [178] *JADE Progress Report*. JADE Note 22, 1978.
- [179] K.G. BEGEMAN. *SHELTRAN*. Kapteyn Laboratorium Groningen, 1991. Manual.
- [180] DESY R-INFO 79/C, 1977; DESY R-INFO 77/C, 1979.
- [181] Tektronix Inc. *PLOT-10 Terminal Control System - User's Manual.*, 1976.
- [182] P.K. SCHILLING. *IPS User's Guide.*, 1982. Hamburg Desy - Internal Report R2-81-1.
- [183] *CERNLIB - Short Writeups*. CERN Program Library.
- [184] *HIGZ - High Level Interface to Graphics and ZEBRA*. CERN Program Library (Q120).
- [185] E. ELSÉN AND K.H. HELLENBRAND. *Re-Analysis of Multihadronic Events*. JADE Computer Note 83, 1985.
- [186] J. SPITZER. *How to Use New ID Calibration*. JADE Computer Note 94, 1987.
- [187] E. ELSÉN AND J. SPITZER. *A General s-z Fit Routine*. JADE Computer Note 95, 1987.
- [188] J. SPITZER. *Improved Resolution with Z-Chamber Hits*. JADE Computer Note 95 Supplement 1, 1987.
- [189] S. BRANDT, C. PEYROU, R. SOSNOWSKI AND A. WROBLEWSKI, *The Principal Axis of Jets. An Attempt to Analyze High-Energy Collisions as Two Body Processes*, Phys. Lett. **12** (1964) 57–61.
- [190] E. FARHI, *A QCD Test for Jets*, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1587–1588.
- [191] T. CHANDRAMOHAN AND L. CLAVELLI, *Consequences of Second Order QCD for Jet Structure in  $e^+e^-$  Annihilation*, Nucl. Phys. **B184** (1981) 365.
- [192] G. PARISI, *Super Inclusive Cross-Sections*, Phys. Lett. **B74** (1978) 65.
- [193] J.F. DONOGHUE, F.E. LOW AND S.-Y. PI, *Tensor Analysis of Hadronic Jets in Quantum Chromodynamics*, Phys. Rev. **D20** (1979) 2759.
- [194] S. CATANI, YU.L. DOKSHITZER, M. OLSSON, G. TURNOCK AND B.R. WEBBER, *New Clustering Algorithm for Multi - Jet Cross-Sections in  $e^+e^-$  Annihilation*, Phys. Lett. **B269** (1991) 432–438.
- [195] S. KLUTH. *Studies of QCD Using Event Shape Observables in  $e^+e^-$  Annihilation at the  $Z^0$  Energy*. Ph.D. thesis, Cambridge Universität, 1995. RAL-TH-95-006.
- [196] K. RABBERTZ. *Power Corrections to Event Shape Variables Measured in ep Deep-Inelastic Scattering*. Ph.D. thesis, RWTH Aachen, 1998.
- [197] D. HUTCHCROFT. *A Comparison of two Unfolding Methods of Correcting for Detector Effects in Measured Distributions*. Ph.D. thesis, Cambridge Universität, 1996. OPAL Technical Note 378.
- [198] G. D'AGOSTINI, *A Multidimensional Unfolding Method Based on Bayes' Theorem*, Nucl. Instrum. Meth. **A362** (1995) 487–498.

- [199] K.H. HELLENBRAND. *How to Handle Lead Glass Clusters in Calculating the Visible Energy*. JADE Computer Note 88, 1986.
- [200] TASSO COLL., W. BRAUNSCHWEIG ET AL., *Global Jet Properties at 14 GeV to 44 GeV Center-of-Mass Energy in  $e^+e^-$  Annihilation*, Z. Phys. **C47** (1990) 187–198.
- [201] OPAL COLL., P.D. ACTON ET AL., *A Global Determination of  $\alpha_S(M_{Z^0})$  at LEP*, Z. Phys. **C55** (1992) 1–24.
- [202] OPAL COLL., G. ALEXANDER ET AL., *QCD Studies with  $e^+e^-$  Annihilation Data at 130 GeV and 136 GeV*, Z. Phys. **C72** (1996) 191–206.
- [203] OPAL COLL., K. ACKERSTAFF ET AL., *QCD Studies with  $e^+e^-$  Annihilation Data at 161 GeV*, Z. Phys. **C75** (1997) 193–207.
- [204] S. CATANI AND M. H. SEYMOUR, *The Dipole Formalism for the Calculation of QCD Jet Cross Sections at Next-to-Leading Order*, Phys. Lett. **B378** (1996) 287–301.
- [205] S. CATANI, YU.L. DOKSHITZER, F. FIORANI AND B.R. WEBBER, *Average Number of Jets in  $e^+e^-$  Annihilation*, Nucl. Phys. **B377** (1992) 445–460.
- [206] A. BANFI, G.P. SALAM AND G. ZANDERIGHI, *Semi-Numerical Resummation of Event Shapes*, JHEP **01** (2002) 018.
- [207] S. KLUTH. Private Mitteilung.
- [208] N. MAGNUSSEN. *Measurement of Jet Cross-Sections in  $e^+e^-$  Annihilations at 44 GeV Center-of-Mass Energy*. DESY-F22-89-01.
- [209] G. KRAMER AND B. LAMPE, *Optimized Perturbation Theory Applied to Jet Cross-Sections in  $e^+e^-$  Annihilation*, Z. Phys. **C39** (1988) 101.
- [210] S. BETHKE, *An Experimental Approach to Optimize and Test Perturbative QCD to  $\mathcal{O}(\alpha_S^2)$* , Z. Phys. **C43** (1989) 331.
- [211] DELPHI COLL., P. ABREU ET AL., *Consistent Measurements of  $\alpha_S$  from Precise Oriented Event Shape Distributions*, Eur. Phys. J. **C14** (2000) 557–584.
- [212] J. CHYLA AND A.L. KATAEV. *Theoretical Ambiguities of QCD Predictions at the  $Z^0$  peak*. In *Reports of the Working Group on Precision Calculations for the Z Resonance, Geneva, Switzerland, 1994*, 313–340, 1995. CERN-95-03.
- [213] P.M. STEVENSON, *Optimized Perturbation Theory*, Phys. Rev. **D23** (1981) 2916.
- [214] G. GRUNBERG, *Renormalization Scheme Independent QCD and QED: The Method of Effective Charges*, Phys. Rev. **D29** (1984) 2315.
- [215] S.J. BRODSKY, G.P. LEPAGE AND P.B. MACKENZIE, *On the Elimination of Scale Ambiguities in Perturbative Quantum Chromodynamics*, Phys. Rev. **D28** (1983) 228.
- [216] MINUIT - *Function Minimization and Error Analysis*. CERN Program Library (D506).
- [217] OPAL COLL., G. ABBIENDI ET AL., *QCD Studies with  $e^+e^-$  Annihilation Data at 172 GeV to 189 GeV*, Eur. Phys. J. **C16** (2000) 185–210.

- [218] G.P. SALAM, Mai 2002. Private Mitteilung.
- [219] TOPAZ COLL., Y. OHNISHI ET AL., *Measurements of  $\alpha_S$  in  $e^+e^-$  Annihilation at TRISTAN*, Phys. Lett. **B313** (1993) 475–482.
- [220] B.R. WEBBER, *Estimation of Power Corrections to Hadronic Event Shapes*, Phys. Lett. **B339** (1994) 148–150.
- [221] R. AKHOURY AND V.I. ZAKHAROV, *On the Universality of the Leading,  $1/Q$  Power Corrections in QCD*, Phys. Lett. **B357** (1995) 646–652.
- [222] P. NASON AND M.H. SEYMOUR, *Infrared Renormalons and Power Suppressed Effects in  $e^+e^-$  Jet Events*, Nucl. Phys. **B454** (1995) 291–312.
- [223] A.V. MANOHAR AND M.B. WISE, *Power Suppressed Corrections to Hadronic Event Shapes*, Phys. Lett. **B344** (1995) 407–412.
- [224] YU.L. DOKSHITZER. *Perturbative QCD Theory*. In A. Astbury, D. Axen, J. Robinson, editor, *29th International Conference On High-Energy Physics (ICHEP 98), Vancouver, Canada 1998*, volume 1, 305–324. World Scientific, 1999.
- [225] H1 COLL., C. ADLOFF ET AL., *Investigation of Power Corrections to Event Shape Variables Measured in Deep-Inelastic Scattering*, Eur. Phys. J. **C14** (2000) 255–269.
- [226] H. STENZEL. *Power Law Corrections to Hadronic Event Shape Variables in  $e^+e^-$  Annihilation*. Contributed to the International Europhysics Conference on High-Energy Physics, Jerusalem, Israel, 19-26 Aug. 1997.
- [227] D.V. SHIRKOV AND I.L. SOLOVTSOV, *Analytic Model for the QCD Running Coupling with Universal  $\bar{\alpha}_S(0)$  Value*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 1209–1212.
- [228] YU.L. DOKSHITZER, A. LUCENTI, G. MARCHESINI AND G.P. SALAM, *Universality of  $1/Q$  Corrections to Jet-Shape Observables Rescued*, Nucl. Phys. **B511** (1998) 396–418.
- [229] YU.L. DOKSHITZER. *Perturbative QCD and Power Corrections*. Invited Talk at the 11<sup>th</sup> Rencontres de Blois: Frontiers of Matter, Chateau de Blois, France, 28 Jun - 3 Jul 1999, 1999.
- [230] M. DASGUPTA AND B.R. WEBBER, *Two-Loop Enhancement Factor for  $1/Q$  Corrections to Event Shapes in Deep Inelastic Scattering*, JHEP **10** (1998) 001.
- [231] DELPHI COLL., P. ABREU ET AL., *Energy Dependence of Event Shapes and of  $\alpha_S$  at LEP 2*, Phys. Lett. **B456** (1999) 322–340.
- [232] ALEPH COLL., D. BUSKULIC ET AL., *Studies of QCD in  $e^+e^- \rightarrow$  Hadrons at  $E(\text{cm}) = 130 \text{ GeV}$  and  $136 \text{ GeV}$* , Z. Phys. **C73** (1997) 409–420.
- [233] ALEPH COLL., R. BARATE ET AL., *Studies of Quantum Chromodynamics with the ALEPH Detector*, Phys. Rept. **294** (1998) 1–165.
- [234] DELPHI COLL., P. ABREU ET AL., *Tuning and Test of Fragmentation Models based on Identified Particles and Precision Event Shape Data*, Z. Phys. **C73** (1996) 11–60.
- [235] L3 COLL., B. ADEVA ET AL., *Studies of Hadronic Event Structure and Comparisons with QCD Models at the  $Z^0$  Resonance*, Z. Phys. **C55** (1992) 39–62.

- [236] AMY COLL., Y.K. LI ET AL., *Multi - Hadron Event Properties in  $e^+e^-$  Annihilation at  $\sqrt{s} = 52 \text{ GeV}$  to  $57 \text{ GeV}$* , Phys. Rev. **D41** (1990) 2675.
- [237] HRS COLL., D. BENDER ET AL., *Study of Quark Fragmentation at  $29 \text{ GeV}$ : Global Jet Parameters and Single Particle Distributions*, Phys. Rev. **D31** (1985) 1.
- [238] MARK II COLL., A. PETERSEN ET AL., *Multi - Hadronic Events at  $E(\text{cm}) = 29 \text{ GeV}$  and Predictions of QCD Models from  $E(\text{cm}) = 29 \text{ GeV}$  to  $E(\text{cm}) = 93 \text{ GeV}$* , Phys. Rev. **D37** (1988) 1.
- [239] G.P. SALAM AND D. WICKE, *Hadron Masses and Power Corrections to Event Shapes*, JHEP **05** (2001) 061.
- [240] S. KLUTH, *Power Correction Analyses in  $e^+e^-$  Annihilation*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **96** (2001) 54–58.
- [241] D.A. BAUER ET AL. *Measurement of  $\alpha_S$  in  $e^+e^-$  Annihilation at  $\sqrt{s} = 29 \text{ GeV}$* . SLAC-PUB-6518, LBL-35182, Contributed to the International Conference on High Energy Physics, Glasgow, Scotland, Jul 20-27, 1994.
- [242] M. ACCIARI ET AL. *QCD Results at  $\sqrt{s} = 192 \text{ GeV}$* . L3 Note 2555 (2000), Contributed to XXX<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, Jul. 27 - Aug. 2, Osaka, Japan.
- [243] P. ABREU ET AL. *A Study of the Energy Evolution of Event Shape Distributions and their Means with the DELPHI Detector at LEP*. DELPHI Note 2001-062 CONF 490 (2001), Contributed to International Europhysics Conference on High Energy Physics, Jul. 12 - 18, Budapest, Hungary.
- [244] D. ABBANEO ET AL. *QCD Measurements in  $e^+e^-$  Annihilations at Centre-of-Mass Energies between  $189$  and  $202 \text{ GeV}$* . ALEPH Note 2000-044 (2000), Contributed to XXX<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, Jul. 27 - Aug. 2, Osaka, Japan.
- [245] M. BLUMENSTENGEL. *Measurement of the  $\ln(1/x)$  Distribution Using  $e^+e^-$  Data at  $\sqrt{s} = 22, 35$  and  $44 \text{ GeV}$  from the JADE Experiment*. JADE Note 145.
- [246] OPAL COLL., R. AKERS ET AL., *A Measurement of the QCD Color Factor Ratios  $C_A/C_F$  and  $T_F/C_F$  from Angular Correlations in Four Jet Events*, Z. Phys. **C65** (1995) 367–378.
- [247] ALEPH COLL., R. BARATE ET AL., *A Measurement of the QCD Colour Factors and a Limit on the Light Gluino*, Z. Phys. **C76** (1997) 1–14.
- [248] CH. PAHL. Ph.D. thesis, Ludwigs-Maximilians-Universität, (in Vorbereitung).
- [249] A. BANFI, YU.L. DOKSHITZER, G. MARCHESINI AND G. ZANDERIGHI, *Near-to-Planar 3-Jet Events in and beyond QCD Perturbation Theory*, Phys. Lett. **B508** (2001) 269–278.
- [250] A. BANFI, G. MARCHESINI, YU.L. DOKSHITZER AND G. ZANDERIGHI, *QCD Analysis of Near-to-Planar 3-Jet Events*, JHEP **07** (2000) 002.
- [251] A. BANFI, YU.L. DOKSHITZER, G. MARCHESINI AND G. ZANDERIGHI, *QCD Analysis of D-Parameter in Near-to-Planar Three-Jet Events*, JHEP **05** (2001) 040.
- [252] A. BANFI, YU.L. DOKSHITZER, G. MARCHESINI AND G. ZANDERIGHI, *Non-Perturbative QCD Analysis of Near-to-Planar Three-Jet Events*, JHEP **03** (2001) 007.

- [253] OPAL COLL., G. ABBIENDI ET AL., *Determination of the  $b$  Quark Mass at the  $Z$  Mass Scale*, Eur. Phys. J. **C21** (2001) 411–422.
- [254] CLEO COLL., S.E. KOPP, *The CLEO III Detector*, Nucl. Instrum. Meth. **A384** (1996) 61–66.
- [255] BABAR COLL., B. AUBERT ET AL., *The BaBar Detector*, Nucl. Instrum. Meth. **A479** (2002) 1–116.
- [256] BELLE COLL., A. ABASHIAN ET AL., *The Belle Detector*, Nucl. Instrum. Meth. **A479** (2002) 117–232.
- [257] P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ, *Determinations of  $\alpha_S$  Using JADE Data of  $e^+e^-$  Annihilations at  $\sqrt{s} = 22$  GeV to 44 GeV*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **64** (1998) 7–11.
- [258] P.A. MOVILLA FERNÁNDEZ. *Determinations of  $\alpha_S$  at  $\sqrt{s} = 14$  GeV to 44 GeV Using Resummed Calculations*. 2002. MPI-PHE-2002-08, contributed to XXXVII<sup>th</sup> Rencontres de Moriond on QCD and Hadronic Interactions, Les Arcs, France, 16-23 Mar 2002.



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Prof. Dr. Siegfried Bethke für die Möglichkeit zur Analyse der JADE-Daten, für die interessanten Themenstellungen dieser Dissertation sowie für die guten Arbeitsbedingungen am III. Physikalischen Institut der RWTH Aachen und am Max-Planck-Institut für Physik in München bedanken. Ich bin ihm ferner für die Möglichkeiten zur Präsentation meiner Arbeit auf verschiedenen Konferenzen und zur Teilnahme an diversen Hochenergiephysik-Schulen zu großem Dank verpflichtet. Prof. Dr. Günter Flügge danke ich für die Übernahme der Aufgabe des zweiten Berichters.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. Otmar Biebel für die geduldige Betreuung dieser Arbeit, für seine wertvollen Hilfestellungen und Ideen bei zahlreichen theoretischen und experimentellen Fragen sowie für die kritische Durchsicht der Dissertation.

Die Reanalyse der JADE-Daten und die Reaktivierung der originalen JADE-Software rund 15 Jahre nach Beendigung der Datennahme bei PETRA wäre ohne die Hilfe ehemaliger Mitglieder der JADE-Kollaboration nicht denkbar gewesen. Mein spezieller Dank richtet sich an Dr. Jan-Erik Olsson am DESY in Hamburg, der sehr zum Verständnis der Funktionalität der JADE-Software beigetragen hat und wertvolle Anregungen und Hilfestellungen für die Anpassung des Programmcodes auf heutige Rechnerplattformen gegeben hat.

Dr. Stefan Kluth sei für hilfreiche und erleuchtende Diskussionen im Zusammenhang mit den QCD-Studien dieser Arbeit gedankt.

Die Unterstützung von Dr. Dankfried Lanske insbesondere in der Anfangsphase der Arbeit an der RWTH Aachen soll nicht unerwähnt bleiben. Ich danke auch all jenen Kollegen, die zu einem fröhlichen Arbeitsklima beigetragen und mir mit Rat und Tat geholfen haben: Dr. Valeria Tano, Matthias Tönnemann, Dr. Peter Pfeifenschneider u.v.a.

München, im Juli 2002



# Bildungsgang

## Persönliche Daten

Name: Pedro Antonio MOVILLA FERNÁNDEZ  
Geburtsdatum: 1. Sep. 1966  
Geburtsort: Baracaldo (Vizcaya), Spanien  
Staatsangehörigkeit: spanisch bis 19. Sep. 1999, deutsch seit 20. Sep. 1999,  
wohnhaft in Deutschland seit 1971

## Schulbildung

1970 - 1971 Vorschule im *Colegio San Francisco Javier*,  
Santurce (Vizcaya), Spanien  
1972 - 1973 Kindergarten in Wassenberg-Ophoven  
1973 - 1977 Grundschule in Heinsberg-Kempen  
1977 - 1984 Kreisgymnasium Heinsberg (Rheinland)  
1984 - 1986 Cusanus-Gymnasium Erkelenz  
Juni 1986 Abitur (Leistungsfächer Mathematik und Physik)

## Hochschulstudium

Okt. 1986 - Sep. 1988 Grundstudium der Physik an der Rheinisch-  
Westfälischen Technischen Hochschule (RWTH) Aachen  
Okt. 1988 Erwerb des Vordiploms  
(1988 - 1994 Betätigungen im außerakademischen Bereich)  
Okt. 1994 - Nov. 1997 Hauptstudium der Physik an der RWTH Aachen  
Jan. 1996 - Okt. 1997 Diplomarbeit am III. Physikalischen Institut  
der RWTH-Aachen bei Prof. Dr. S. Bethke  
21. Nov. 1997 Erwerb des Diploms in Physik  
(*Dipl. Phys.*, Note: *sehr gut*)  
Jan. 1998 - Juli 2002 Anfertigung der Dissertation bei Prof. Dr. S. Bethke  
Thema: *Studien zur Quantenchromodynamik und  
Messung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S$   
bei  $\sqrt{s} = 14\text{-}44\text{ GeV}$  mit dem JADE-Detektor*  
21. Nov. 2002 Mündliche Doktorprüfung  
(*Dr. rer. nat.*, Note: *summa cum laude*)

## Weiterführende Physikschulen

Sep. 1997 *Herbstschule für Hochenergiephysik*, Maria Laach, Deutschland  
Aug./Sep. 1998 *CERN School of High Energy Physics*, St. Andrews, Schottland  
Aug. 2000 *SLAC Summer Institute of Particle Physics*, Stanford, USA

## Wissenschaftliche Anstellungen

Mai - Aug. 1997	Stud. Hilfskraft am III. Phys. Institut der RWTH Aachen
Dez. 1997	Wiss. Hilfskraft am III. Phys. Institut der RWTH Aachen
Jan. 1998 - Aug. 1999	Wiss. Angestellter am III. Phys. Institut der RWTH Aachen
seit Sep. 1999	Wiss. Angestellter am Max-Planck-Institut für Physik, München

## Lehre

1998 - 1999	Betreuung von Studenten in Praktikumskursen der Kern- und Teilchenphysik an der RWTH Aachen
1998 - 2002	Betreuung von Diplomanden und Doktoranden an der RWTH Aachen und am Max-Planck-Institut für Physik, München

## Förderungen

2002	European Union Grant „Improving Human Research Potential“
------	---

## Forschungsaktivitäten (1997-2002)

- Tests der Theorie der starken Wechselwirkung (Quantenchromodynamik) anhand von Daten der  $e^+e^-$ -Annihilation von Experimenten an den Speicherringen PETRA (DESY, Hamburg) und LEP (CERN, Genf)
- Wiedernutzbarmachung und Reanalyse von Daten des JADE-Experiments bei PETRA (1978-1986)
- Reaktivierung der originalen Software zur Simulation des JADE-Detektors und zur Ereignisrekonstruktion

## Vorträge

### „Invited Talks“

- *Determination of  $\alpha_S$  between 22 and 44 GeV Using JADE Data of  $e^+e^-$  Annihilation at PETRA*, 2. Juli 1997, QCD-Euroconference '97, Montpellier, Frankreich
- *Event Shapes from JADE Data and Studies of Power Corrections*, 7. Juli 1998, QCD-Euroconference '98, Montpellier, Frankreich
- *Determinations of  $\alpha_S$  at 14-44 GeV Using Resummed Calculations*, 19. März 2002, 37<sup>th</sup> Rencontres de Moriond, „QCD and High Energy Hadronic Interactions“, Les Arcs, Frankreich
- *$\alpha_S$  and Power Corrections from JADE*, 27. Juli 2002, 31<sup>st</sup> International Conference on High Energy Physics (ICHEP '02), Amsterdam, Niederlande

### Weitere Vorträge (Auswahl)

- *Neubestimmung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_S$  bei  $\sqrt{s}=22-44$  GeV*, 20. März 1997, Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG), München

- *An OPAL-like  $\alpha_S$  Analysis of JADE Data*, 19. Juni 1997, OPAL Plenary Week, CERN, Schweiz
- *Ereignisobservablen in der  $e^+e^-$ -Vernichtung von PETRA bis LEP*, 18. März 1999, Frühjahrstagung der DPG, Heidelberg
- *Messung von  $\alpha_S$  bei 22 GeV mit dem JADE-Detektor*, 23. März 2000, Frühjahrstagung der DPG, Dresden
- *QCD-Studien mit JADE-Daten und Reanimation der JADE-Software*, 3. Sep. 2001, DPG-Graduiertenseminar „Aktuelle Experimente der Teilchenphysik“, Bad Honnef
- *QCD Studies with JADE Data at 14-44 GeV*, 12. Sep. 2001, OPAL Plenary Week, Budapest, Ungarn

